Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Bedřich Procházka

Příspěvek ku sestrojování křivek intensitních ploch zborcených

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 1, 1--5

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122421

Příspěvek ku sestrojování křivek intensitních ploch zborcených.

Napsal

B. Procházka,

docent při české vysoké školy technické v Praze.

Sestrojujeme-li intensitní křivky libovolné plochy zborcené, považujeme přímky této plochy za osy svazků rovin tečných a stanovíme z rovin těchto svazků ony, jimž přísluší určité intensity vzhledem ku přímce S, udávající směr světelných paprsků rovnoběžných. Dotyčné body těchto rovin jsou body určitých intensit. Souhrnem bodů stejných intensit určeny jsou křivky intensitní.

Abychom ustanovili roviny určitých intensit jednoho z těchto svazků, jehož osou jest libovolná přímka P, myslíme si tuto přímku jakož i přímku S, libovolným bodem prvé přímky procházející, orthogonálně promítnutu do libovolné roviny R, normálné ku přímce P. Na základě těchto průmětů a úhlu ω, který přímka S s rovinou R tvoří, sestrojíme dle škály *II.**) ony roviny svazku, jimž určité intensity přísluší. Za pomocí plochy dotyčného hyperboloidu neb paraboloidu, sestrojíme rovinám těmto příslušné body dotyčné, jakožto body určitých intensit přímky P.

Při zobrazování bodů intensitních, tímto způsobem sestrojených, nevypadají však mnohé konstrukce v mezích nákresny, jiné pak nepřesnými jsou. Z té příčiny bude vhodno jiným způsobem sestrojovati body intensitní, a když ne všechny, tedy alespoň některé, které se dají určiti na základě jiných prvým způsobem již přesně sestrojených.

Ve svazku rovin tečných, jehož osou jest přímka P, vyskytují se družiny rovin stejných intensit. Roviny tyto tvoří

*) *„Die Lehre der geometrischen Beleuchtungs-Constructionen"* von *Fr. Tilscher*, Hauptmann im k. k. Genie-Stabe. Wien. 1862, pag. 158.

symmetrický svazek involuční, v němž roviny stejné intensity jsou sdruženy. Samodružnými rovinami jeho jsou: rovina intensity nulté ${}^{0}T$ a rovina intensity maximálné ${}^{\mu}T$, kteréž k sobě kolmy jsou, a s nimiž roviny stejných intensit stejné odchylky tvoří.

Také body intensitní v přímce P tvoří řadu involuční, jejíž sdruženými body jsou body stejných intensit. Samodružnými body této řady jsou: bod intensity nulté ${}^{0}i$ a bod intensity maximální ${}^{\mu}i$. Můžeme proto v této řadě involuční sestrojiti k bodům intensitním, body sdružené stejných intensit. Nejsnáze stane se tak na základě sestrojených bodů samodružných. Naopak můžeme ze dvou družin bodů stejné intensity sestrojiti body samodružné.

Involuční svazek rovin tečných jest však zároveň *v projektivné souvislosti* s involuční řadou příslušných bodů dotyčných. Souvislosti této, kteráž jest při obecném způsobu sestrojování bodů intensitních zprostředkována celou řadou svazků rovinných, svazků rovinových a řad bodových, nalezajících se postupně v souvislosti perspektivné, můžeme užíti, abychom na základě tří rovin tečných a tří příslušných bodů dotyčných sestrojili ku každé rovině určité intensity příslušný bod dotyčný. Jsou-li obrazem vyjádřeny stopy tří rovin tečných jakož i příslušné body dotyčné, pak možno — dle zásad geometrie polohy útvarů v rovině — uvésti svazek stop s řadou průmětů dotyčných bodů v souvislost projektivnou a tak valně zjednodušiti sestrojení bodů intensitních.*)

2. Konstrukce bodů intensitních se však ještě více zjednoduší, když přerušíce souvislost útvarů prostorových a hledíce jen ku uvedené souvislosti projektivné svazku rovin tečných a řady bodů dotyčných, uvedeme je v souvislosť *perspektivnou.*

Mysleme si v té příčině svazek rovin tečných připojen tak ku řadě dotyčných bodů, aby osa jeho P' (tak označíme osu P v nové poloze) byla normálna ku libovolné rovině přímku P obsahující. Rovinu tu považujme za průmětnu, do níž si mysleme orthogonálně promítnut onen svazek rovin v nové poloze se nalezající. Perspektivná poloha bude pojištěna, když budou tři roviny tečné v nové poloze obsahovati jim příslušné body

*) *Grundlagen der darstellenden Geometrie* von Dr. *W. Fiedler.*

dotyčné. K tomu nejlépe se hodí roviny: intensity nulté ${}^{0}T'$, *) intensity maximálné ${}^{\mu}T'$ a jedna v rovin k sobě sdružených ${}^{\varrho}T'$ a ${}^{\sigma}T$, kteréž rozpolují odchylky prvých dvou (nehledě na jejich intensitu), poněvadž můžeme jim příslušné body intensitní ${}^{0}i$, ${}^{\mu}i$ a ${}^{\varrho}i$ nebo ${}^{\sigma}i$ bez užití zmíněné škály *II.* sestrojiti.

Jedná se jen o stanovení průmětu přímky P'. Polohu jeho stanovíme nejvhodněji následním způsobem:

Předpokládejme, že obrazem vyjádřeny jsou průměty bodů dotyčných ${}^{0}i$, ${}^{\mu}i$ a ${}^{\varrho}i$ v přímce P se nalézajících. (Příslušný obraz si sestroj čtenář.) (Bod ${}^{\sigma}i$, jakožto sdružený ku bodu ${}^{\varrho}i$, můžeme na základě samodružných bodů ${}^{0}i$ a ${}^{\mu}i$ sestrojiti.) Poněvadž průměty k sobě normálných rovin ${}^{0}T'$ a ${}^{\mu}T$ jsou také k sobě normálny, jest geometrické místo průmětu osy P', křivka kruhová K, sestrojená nad délkou ${}^{0}i{}^{\mu}i$, jakožto nad průměrem. Poněvadž také roviny ${}^{\varrho}T'$ a ${}^{\sigma}T'$, obsahující body ${}^{\varrho}i$ a ${}^{\sigma}i$, k sobě normálny jsou, musí průmět osy P' nalézati se zároveň v křivce kruhové L, sestrojené nad délkou ${}^{\varrho}i{}^{\sigma}i$. Jest tedy průmět přímky P' v jednom z obou bodů, v nichž se křivky K a L protínají.

Podmínka, že roviny ${}^{\varrho}T'$ a ${}^{\sigma}T'$ mimo to musí rozpolovati odchylky rovin ${}^{0}T'$ a ${}^{\mu}T$, vede nás však k následnímu zjednodušení konstrukce.

Průměr D kružnice K, kolmý ku přímce P určuje v kružnici této body r a s. Jedním z nich na př. bodem r a bodem ${}^{\varrho}i$ určená přímka $r{}^{\varrho}i$ protíná křivku K v bodě d, kterýž jest orthogonálným průmětem přímky P'. Neboť spojíme-li bod d s body ${}^{0}i$, ${}^{\mu}i$ a s přímkami $d{}^{0}i$, $d{}^{\mu}i$ a ds shledáme, — jak z konstrukce zřejmo, že jsou přímky $d{}^{0}i$, $d{}^{\mu}i$ a $d{}^{\mu}\varrho$, ds k sobě kolmy, a že zároveň přímky tyto úhly prvých rozpolují. Lze tudíž považovati přímky $d{}^{0}i$ a $d{}^{\mu}i$ za průměty rovin ${}^{0}T'$ a ${}^{\mu}T'$ a přímky $d{}^{\varrho}i$ a ds za průměty rovin ${}^{\varrho}T'$ a ${}^{\sigma}T'$ a bod d jest pak skutečně průmětem přímky P'. (Rovina ${}^{\sigma}T$ určuje zároveň v přímce P bod ${}^{\sigma}i$.)

Po tomto uvedení svazku rovin tečných s řadou dotyčných bodů v perspektivnou polohu, třeba ještě doplniti na základě

*) Čárkou ku znakům rovin tečných připojenou, označena jest jejich nová poloha.

určené odchylky ω pomocí škály *II*, svazek rovin určitých intensit, kteréž bezprostředně v přímce *P* body intensitní stanoví.

3. Poněvadž roviny ^{o}T, $^{\mu}T$ a $^{\varrho}T$, $^{\sigma}T$ jsou k sobě normálny, náležejí zároveň involučnímu svazku rovin tečných k sobě normálných. Roviny tohoto druhého svazku involučního dotýkají se plochy zborcené taktéž v involuční řadě, jejíž střed *c* jest tak zvaným *centrálným bodem* přímky *P.**) Dvěma družinami této řady involuční jsou body ^{o}i. $^{\mu}i$ a $^{\varrho}i^{\sigma}i$, na jichž základě lze sestrojiti centrálný bod *c* a to konstrukcí, která byla z části již provedena, neboť společná tetiva *de* již dříve sestrojených křivek kruhových *K* a *L* určuje v přímce *P* centrálný bod *c*, a poloviční délka od této tetivy *de* jest *parametrem k* přímky *P*.

Z toho zřejmo, je-li dán centrální bod a parametr přímky *P*, pak průmět přímky *P'* obdržíme, když v centrálném bodě *c* sestrojíme kolmici a na ni naneseme délku *cd* rovnou parametru přímky *P*. Abychom ještě svazek rovin tečných uvedli v perspektivnou polohu s řadou bodů intensitních, třeba znáti jen jeden bod intensitní, na př. bod intensity nulté ^{o}i, jejž lze nezávisle na škále *II.* sestrojiti.

Poněvadž však vzdálenosť bodu dotyčného *i* libovolné roviny tečné T od bodu centrálného *c* rovna součinu parametru *k* a tangenty úhlu φ, tvořeného rovinou centrálnou ^{c}T a rovinou tečnou T, možno bod intensity nulté ^{o}i a průmět příslušné roviny $^{o}T'$ snadněji stanoviti prostým přenešením úhlu $^{o}\varphi$ (který rovina intensity nulté s rovinou centrálnou určuje) ku přímce *dc*, kteráž jest průmětem roviny centrálné $^{c}T'$ v nové poloze. Z pravoúhelného trojúhelníka $cd^{o}i$ plyne, že ^{o}i jest bodem intensity nulté a přímka ^{o}id průmětem roviny $^{o}T'$.

Touto polohou roviny $^{o}T'$ bod ^{o}i obsahující jest pojištěna perspektivná poloha svazku rovin tečných a řady bodů dotyčných. Lze pak celou škálu ku průmětu roviny $^{o}T'$ na základě určené odchylky ω připojiti a ostatní roviny intensitní a jejich body dotyčné určitých intensit sestrojiti.

Pokud jsou tedy *centrálný bod a parametr přímky P dány, odchylky* $^{o}\varphi$ *a* ω *určeny, možno svazek rovin určitých intensit*

*) *„Traité de géometrie descriptive"* par *Jules de la Gournerie.*

bezprostředně s řadou bodů intensitních do perspektivné polohy uvésti.

S výhodou lze užiti této konstrukce při oněch plochách zborcených, při nichž centrálný bod a délka parametru jednotlivých přímek jejich buď již z předu dány aneb snadno určitelny jsou, na př. při plochách konoidů, při šroubu ostrém a t. d.

O relativních chybách čísel neúplných.

Sepsal

F. Hoza,

ředitel vyšších realných škol v Hradci Králové.

1. V učebných knihách mathematických pohřešujeme téměř napořád nauku o relativních chybách čísel neúplných. Kterak nauka ta důležita jest pro počítání praktické, vysvitá odtud, že vede k jednoduchým větám o počtu spolehlivých míst ve výsledku, jehož lze dosíci početními úkony čísly neúplnými.

Známo vůbec, že počtář bývá nad míru zdržován maje vyšetřiti meznou hodnotu pro absolutní chybu dobytého výsledku. Lépe poslouží jemu několik málo vět o počtu spolehlivých míst na základě relativních chyb čísel neúplných. Tyto věty umožňují též řešení úlohy opačné: určiti totiž, na kolik spolehlivých míst sluší data úlohy početní vyvinouti, aby číslo výsledné obsahovalo určitý, napřed daný, počet spolehlivých míst.

Nauku o chybách relativních vyvinul sice už *J. A. Serret* ve svém „Traité d'Arithmétique", avšak vývody a pravidla jeho postrádají namnoze té jednoduchosti, které vyžaduje praktický počtář. Nebudeme k vůli stručnosti srovnávati poučky své s poučkami Serretovými. Soudný čtenář sám ať rozhodne, zdali jsme mu posloužili tímto novým zpracováním.

2. *Neúplná čísla desetinná* vznikají trojím spůsobem: skutečným *měřením* veličin, *krácením* čísel mnohomístých a početními *úkony* čísly neúplnými. Vzniklo-li neúplné číslo 14·263 *m* skutečným měřením, lze za to míti, že chyba v něm obsažená nepřesahuje 0·001 *m*, jestliže však povstalo skrácením čísla vícemístého, bude chyba jeho menší než 0·0005 *m*. Neboť v prvém