

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Augustin Haas

Poznámka o číslech spřízněných

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 25 (1896), No. 5, 349--350

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122438>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1896

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Poznámka o číslech spřízněných.

Podává

Aug. Haas v Praze.

Značí-li $\Sigma \frac{1}{m}$, $\Sigma \frac{1}{n}$ součty převrátných hodnot všech dělitelů čísel M, N, čísla samá v to čítaje, jest

$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{m}} + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{n}} = 1,$$

jsou-li M, N čísla *spřízněná*.

D ů k a z: Součty dělitelů čísel:

$$M = a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots$$

$$N = m^\mu n^\nu p^\pi \dots,$$

kdež $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots$ jsou prvočísla, jsou vyjádřeny součiny

$$\Sigma m = (1 + a + a^2 + \dots + a^\alpha) (1 + b + b^2 + \dots + b^\beta) \cdot (1 + c + c^2 + \dots + c^\gamma) \dots$$

$$\Sigma n = (1 + m + m^2 + \dots + m^\mu) (1 + n + n^2 + \dots + n^\nu) \cdot (1 + p + p^2 + \dots + p^\pi) \dots$$

Pro čísla spřízněná platí

$$\Sigma m = \Sigma n = M + N.$$

Poněvadž

$$\frac{\Sigma m}{M} = 1 + \frac{N}{M} = \Sigma \frac{1}{m}$$

$$\frac{\Sigma n}{N} = 1 + \frac{M}{N} = \Sigma \frac{1}{n}$$

snadno odvodíme vztah svrchu vyslovený

$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{m}} + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{n}} = 1.$$

Když $M = N$ je číslo dokonalé, a obdržíme

$$\Sigma \frac{1}{n} = \Sigma \frac{1}{m} = 2,$$

kterouž vlastnost objevil *Catalan* (viz Přílohu k Časopisu pro pěst. math. a fys., ročník letošní str. 229.).

Úlohy.

Úloha 33.

Obvod kruhové výseče jest $2p$, obsah její q^2 . Vypočítati poloměr r , oblouk s a úhel středový α .

Řešení. (Zaslal p. *Antonín Ringl*, stud. VII. tř. g. ve Vys. Mýtě).

Úloha vede k rovnicím

$$2r + s = 2p,$$

$$\frac{rs}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = q^2,$$

z nichž snadno vypočítáme

$$r = \frac{1}{2} \left(p \pm \sqrt{p^2 - 4q^2} \right),$$

$$s = p \mp \sqrt{p^2 - 4q^2},$$

$$\alpha = \frac{720 q^2}{\pi (r^2 - 2q^2 \pm \sqrt{p^2 - 4q^2})}.$$