

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

## Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 1, 92--96

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122504>

### Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1899

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$\begin{aligned} a^3 &= ab \cdot b_1 = ac \cdot c_1, \\ b^3 &= bc \cdot c_2 = ab \cdot a_2, \\ c^3 &= ac \cdot a_3 = bc \cdot b_3 \end{aligned}$$

a nahradíme-li pak každý součin dvou stran každou jeho hodnotou dle (3), obdržíme:

$$(8) \quad \begin{aligned} a^3 &= a_2 b_1^2 = a_3 c_1^2 & b^3 &= b_3 c_2^2 = b_1 a_2^2 \\ &= bc_1 d_2 = cb_1 d_3 & &= ac_2 d_1 = ca_2 d_3 \\ &= b_1 c_2 d_2 = b_3 c_1 d_3 & &= a_2 c_1 d_1 = a_3 c_2 d_3 \\ &= b_1 c_1 d_1; & &= a_2 c_2 d_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c^3 &= a_3^2 c_1 = b_3^2 c_2 \\ &= ab_3 d_1 = ba_3 d_2 \\ &= a_2 b_3 d_2 = a_3 b_1 d_1 \\ &= a_3 b_3 d_3. \end{aligned}$$

(Dokončení.)

## Úlohy.

### Úloha 1.

Řešiti rovnici

$$x^3(x^2 + 1) - 8x^2(x - 1) = \frac{4(x^3 + 1) - x^2(x - 1)}{4}.$$

Řed. A. Strnad.

### Úloha 2.

Kolik kladných celistvých řešení má rovnice

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{8} + \frac{z}{6} = 1?$$

Tyž.

### Úloha 3.

Které úhly nepřesahující  $360^\circ$  činí zadosť rovnici

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^5 x + \dots = \frac{1}{2} \sqrt{\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots}$$

Tyž.

## Úloha 4.

*Sestrojiti úhel  $x$  dle úměry*

$$\sin 2x : \sin 3x = m : n.$$

Řed. A. Strnad.

## Úloha 5.

*Ustanoviti úhel  $x$  dle úměry*

$$\operatorname{tg} 2x : \operatorname{tg} 3x = m : n.$$

Týž.

## Úloha 6.

*Nad odvěsnami pravouhlého trojúhelníka sestrojeny „m ě síčky Hypokratovy“ a do každého vepsána největší kružnice. Dokázati jest:*

a) *Poloměr každé této kružnice rovná se průměru kružnice vepsané v daný trojúhelník.*

b) *Vzdálenost středu každé této kružnice od středu přepony rovná se  $\frac{1}{4}$  obvodu daného trojúhelníka.*

Týž.

## Úloha 7.

*Úhlopříčky pravidelného osmiúhelníka omezují dva menší pravidelné osmiúhelníky. V kterém poměru jsou obsahy všech tří osmiúhelníků?*

Týž.

## Úloha 8.

*Do kružnice vepsán čtyřúhelník, jehož úhlopříčky stojí na sobě kolmo. Součet dvou protějších stran jest 89, součet druhých dvou stran 91; součet dvou sousedních stran jest o 10 větší než součet druhých dvou stran. Ustanoviti jest strany, úhlopříčky a obsah čtyřúhelníka, jakož i poloměr kružnice opsané.*

Týž.

## Úloha 9.

a) *Bod  $o$  v rovině má od vrcholů pravouhlého trojúhelníka  $abc$  vzdálenosti*

$$\overline{oa} = x, \overline{ob} = y, \overline{oc} = z.$$

*Které podmínice činí zadost tyto vzdálenosti, jsou-li odvěsny trojúhelníka*

$$\overline{ca} = b, \overline{cb} = a?$$

b) *Je-li*

$$a = \sqrt{3}, b = \sqrt{6}, x = \sqrt{13}, y = \sqrt{10},$$

*vypočítati jest z.*

Řed. A. Strnad.

#### Úloha 10.

*Do válce kruhového vepsána koule dotýkající se základny oblony jeho. Který úhel tvoří se základnou válce tečná rovina koule, odtíná-li od válce část rovnou  $n$ -násobnému obsahu koule?*  
Tjž.

#### Úloha 11.

*Na průměru  $\overline{ab}$  sestrojena polokružnice  $K$  a  $k$  ní v bodě  $b$  tečna  $T$ . Věští bodem  $a$  sečnu protínající  $K$  v bodě  $c$  a  $T$  v bodě  $d$  tak, aby otočí-li se celý tento útvar kolem osy  $\overline{ab}$ , úseč na tetivě  $\overline{ac}$  vytvořila těleso téhož obsahu jako je těleso vzniklé otočením se plochy omezené úsečkami  $\overline{bd}$ ,  $\overline{cd}$  a obloukem  $\widehat{bc}$ .*  
Tjž.

#### Úloha 12.

*Která jest pravděpodobnost, že polopaprsek vycházející z bodu  $s$  dopadá na povrch koule středu  $o$ , je-li  $\overline{os} = v = 17$  a poloměr koule  $r = 8$ ?*  
Tjž.

#### Úloha 13.

*Bodem  $(1\cdot5, 3)$  stanoviti přímku, jejíž úseky na osách souřadných mají součet 10.*  
Tjž.

#### Úloha 14.

*Stanoviti kružnici  $K_2$  souměrnou s kružnicí*

$$K_1 \equiv x^2 + y^2 - 12x - 26y + 180 = 0$$

*dle přímký*

$P \equiv x + 3y - 30 = 0$ ;  
 vyšetřiti pak průsečíky a úhel obou kružnic. Řed. A. Strnad.

### Úloha 15.

Stanoviti kružnici, která jest stejně vzdálena od bodů

$$\begin{aligned} a \left( 6 \frac{1}{4}, -1 \right), & \quad b \left( 5, 2 \frac{3}{4} \right), \\ c \left( 0, 5 \frac{1}{4} \right), & \quad d \left( -3, 1 \frac{1}{4} \right). \end{aligned} \quad \text{Týž.}$$

### Úloha 16.

Vyšetřiti podmínku, aby spojnice bodů

$$m (a \cos \alpha, b \sin \alpha), \quad n (a \cos \beta, b \sin \beta)$$

procházela ohniskem ellipsy

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2.$$

Týž.

## Dodatek o řešení úloh z předešlého ročníku.

### Správné řešení úloh zaslali též pp.:

- Brinkmann Emerich*, stud. VI. tř. r. na Malé Straně v Praze, úl. 16., 29., 46., 59.  
*Holzmann František*, stud. VII. tř. g. v Brně, úl. 1. až 4., 6. až 9., 11. až 13., 16. až 18., 20., 22., 24., 25.  
*Hrdlička Alois*, stud. VI. tř. gymn. v Brně, úl. 1. až 4., 7., 12., 16.  
*Hrubý Frant.*, stud. VII. tř. r. v Prostějově, úl. 1., 2., 3., 6., 7., 8., 10., 11., 16., 17.  
*Jandourek Václav*, stud. VI. tř. r. na Král. Vinohradech, úl. 31., 36., 37., 49., 52., 62.  
*Kamenický Jindřich*, stud. g. v Křemencové ulici v Praze, úl. 1. až 4., 7., 9., 16., 17., 18., 23.  
*Kapras Jan*, stud. VIII. tř. g. v Brně, úl. 29. až 68.  
*Kácer Frant.*, stud. VII. tř. g. v Budějovicích, úl. 8., 20.  
*Kafka Miloslav*, stud. VII. tř. r. v Písku, úl. 1., 3., 4., 7., 16., 17., 22., 24.  
*Kollus Milan*, stud. VI. tř. g. ve Val. Meziříčí, úl. 11.  
*Klobouček Bohumil*, stud. VII. tř. r. v Pardubicích, úl. 1., 3., 4., 6. až 10., 16., 17., 23.  
*Knobloch Josef*, stud. VII. tř. g. v Plzni, úl. 1., 7., 16., 18.  
*Mucha Josef*, stud. VIII. tř. g. v Brně, úl. 56. až 68.

- Pospíšil Jan*, stud. VIII. tř. g. v Pelhřimové, úl. 1. až 8., 16., 17., 18.  
*Prokeš Karel*, stud. VII. tř. g. na Malé Straně v Praze, úl. 20.  
*Pštros Jan*, stud. V. tř. akad. g. v Praze, úl. 3.  
*Racek Jindřich*, stud. VIII. tř. g. v Žitné ul. v Praze, úl. 1., 4., 6. až 10., 16., 17., 18., 23., 24.  
*Roubíček Jos.*, stud. VIII. tř. g. v Pelhřimové, ul. 1., 2., 3., 5., 17.  
*Siegel Frant.*, stud. VI. tř. r. na Král. Vinohradech, úl. 1., 9., 18., 24.  
*Spurný František*, stud. VIII. tř. g. v Olomouci, úl. 35., 56., 62., 67., 68.  
*Tereba Frant.*, stud. VIII. tř. g. v Křemencové ul. v Praze, úl. 35., 36., 40., 43., 47., 49., 52., 53., 58., 62., 63., 67.  
*Válka František*, stud. VII. tř. g. v Brně, úl. 24., 31., 57.  
*Vitáček F.*, stud. VII. tř. g. v Klatovech, úl. 24. až 43., 46.  
*Vítěka Antonín*, stud. VII. tř. g. v Budějovicích, 1., 2., 3., 5. až 8.  
*Vojtěch Jan*, stud. VIII. tř. g. v Uh. Hradišti, úl. 31. až 68.  
*Průkmatí ceny*. Stud. Janu Kaprasovi z VIII. tř. g. v Brně byla dodatečně přisouzena 1. cena vypsaná za řešení úloh minulého ročníku.

## Oznámení.

Myšlénka vydávání „Sborníku Jednoty českých matematiků v Praze“, o němž v „Časopise pro pěstování matematiky a fyziky“ roč. XXVII. str. 322. zpráva podána byla, dochází prvního svého uskutečnění. Vyšlat právě jako I. číslo: *Eduarda Weyra* „*Projektivná geometrie základných útvarů prvního řádu.*“ (200 stran vel. 8<sup>o</sup>, 112 obr.)

Aby kniha tato co možná největšího rozšíření došla, ustanovil výbor Jednoty cenu prodejnou *velmi nízkou*: 2 zl. 40 kr., pro pp. členy Jednoty 1 zl. 80 kr., poštou o 10 kr. více. Objednati ji lze v knihkupectví, pro pp. členy pod adressou: „Jednota českých matematiků“ v Praze-II, Na Struze čís. 3.

Ponechávajíce si podrobnou recenzi na dobu pozdější, doporučujeme tuto výbornou a z mnoha stran s napjetím očekávanou knihu slovtutného učence našeho pp. čtenářům co nejvřejeji.

### Opravy

z Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky roč. XXVII.

- V Oznámení „Sborník Jednoty českých matematiků“  
na str. 323. řádka 12. s hora místo 1891 čti 1898,  
na str. 324. řádka 9. s hora místo svazků čti archů.

