

Josef Zahradníček

Měření doby kyvu pomocí dvojích stopek

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 63 (1934), No. 8, 277--283

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122542>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1934

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Měření doby kyvu pomocí dvojích stopek.

Josef Zahradníček.

(Došlo 27. února 1934.)

Tvoří-li měřená veličina posloupnost at' prostorovou, nebo časovou, jako na př. půlvlny v *Kundtově* trubici, nebo kyvy oscilujícího systému, dá se při měření s výhodou použití t. zv. metody postupné. Metoda ta spočívá, jak známo, v tom, že měříme $2n$ ekvidistantních bodů řady resp. $2n - 1$ hodnot po sobě následujících členů řady (na př. $n = 10$), sestavíme měření do dvou sloupců a utvoříme rozdíly souřadnic bodů $(n + k)$ -tého a k -tého, t. j. určíme hodnoty součtů o n členech řady a to postupně celkem n -krát. Přesnost výsledku měření takto získaného je taková, jakoby bylo vykonáno n^2 měření, ač ve skutečnosti jich bylo vykonáno jen $2n$.¹⁾

Nechť se jedná o měření doby kyvu na př. kyvadla reversního. Provádí-li se měření toto v té formě, že jeden pozorovatel čítá kyvy, druhý pak odčítá na stále jdoucích stopkách časy, v nichž kyvadlo prochází rovnovážnou polohou po nulté, po desáté, po dvacáté, . . . , po stodevadesáté, pak vzniká v odečteních chyba, projevující se ve výsledku hodnotou asi $\frac{1}{10}\%$, jak na př. je patrné z citovaných „*Základů praktické fyziky*“, kde jest uvedena touto cestou naměřená hodnota doby kyvu

$$t = (0,9968 \pm 0,0009) \text{ sec,}$$

t. j. s chybou 0,1%.

Použijeme-li k měření předešlému dvojích stopek, můžeme přesnost měření až desetkrát zvýšiti. Postup měření je následující: Jeden pozorovatel sleduje stále jen chod kyvadla, čítá kyvy, druhý pozorovatel se stopkami sleduje kyvadlo jen ve význačných okamžicích, kdy kyvadlo prochází rovnovážnou polohou po nulté, po dvacáté, po čtyřicáté, . . . V těch okamžicích stiskne oboje stopky, z nichž jedny jsou v chodu, druhé na nule, odečte čas na stopkách, které šly, zapíše jej, uvede stopky ony na nulu a při dalším význačném průchodu kyvadla nulovou polohou tuto práci znovu

¹⁾ Srovnej na př. F. Kohlrauch: *Lehrbuch der praktischen Physik*, 14, 112, Leipzig 1923; B. Macků, V. Novák, F. Nachtikal: *Základy praktické fyziky* 3, 16, Brno 1931.

opakuje, a to celkem $2n$ -krát ($n = 10$). Doba 20 sekund postačí druhému pozorovateli úplně k tomu, aby oboje stopky současně stiskl, čas na jedné odečetl, zapsal a stopky ty na nulu uvedl, dle údajů prvního pozorovatele čítajícího kyvy dal pozor na další význačný průchod kyvadla nulovou polohou a zachytil jej okem i stopkami. První pozorovatel má vlastně za úkol sledovat indexy jednotlivých členů časové řady, aby pozorovatel druhý, nestarající se o sled kyvů, mohl časově zachytit co nejpřesněji význačný kyv $20k$ -tý, kde $k = 0, 1, 2, \dots, 19$. Netřeba snad připomínati, že stopky musí býti před měřením srovnány se sekundovým kyvadlem na př. ve 20×20 kyvech i více, aby byla známa jejich korekce. Vhodným je tu rovněž měření metodou postupnou, jak byla svrchu popsána.

Jako příklad uvádím tu měření doby kyvu u jednoho z reversních kyvadel užívaných ve fyzikálních cvičeních. Kyvadlo toto je vytvořeno z tyče železné 133,2 cm délky a kruhového průřezu o průměru 1,00 cm. Dva trojboké břity ocelové od hraně 6 mm jsou upevněny kolmo k ose kyvadla ve vzdálenosti od konců 17,7 cm a 16,6 cm. Na tomto konci nese kyvadlo posuvný válec železný rozměrů $2r = 7,30$ cm, $v = 4,22$ cm a hmoty 1231 g. Je-li reversní kyvadlo justováno, je hmota vzdálena od bližšího konce o 12,41 cm. Doba kyvu je v tom případě

$$t = (0,9973 \pm 0,0001) \text{ sec.}$$

Při vzdálenosti obou břitů kyvadla

$$l = (98,843 \pm 0,0015) \text{ cm}$$

(z 10 měření) plyne pro gravitační zrychlení v Brně hodnota

$$g = 980,8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

s chybou 0,02%, což v mezích přesnosti dosti dobře souhlasí s hodnotou, kterou z relativních měření v Brně vzhledem k Postupimi naměřil Kladivo²⁾

$$g = (980,962 \pm 0,001_4) \text{ cm/sec}^2.$$

Svrchu uvedená přesnost v laboratorním měření gravitační intensity g dá se ještě asi dvakrát zvýšiti, uijeme-li odčítání zrcadlového s dalekohledem a škálou. K tomu účelu jsou na kyvadle těsně u břitů připojena zrcátka v rovině svislé a kolmé k rovině kyvu. Škála jest upevněna svisle vedle dalekohledu. Ložisko pro závěs kyvadla je na nosníku formy U , zasazeném kolmo do zdi, ve

²⁾ B. Kladivo: Rozpravy čs. akademie XI, č. 10 a 11, 1930.

vhodné výšce nad podlahou (asi 120 cm) a ve vzdálenosti od zdi asi 25 cm. Amplitudy nutno voliti dostatečně malé, aby bylo možno správně zachytit průchod kyvadla nulovou polohou. Výhodno je též odčítati průchod světelného indexu na svislé škále po odrazu světelného paprsku na zrcátku. Hodnota pro intenzitu zemského pole takto získaná byla

$$g = (980,7_5 \pm 0,2) \text{ dyna/gram.}$$

Ještě větší přesnosti možno v měření doby kyvu docílití, provedeme-li dvojnými stopkami 20 odečtení po 100 kyvů, při čemž odčítáme dalekohledem.

Budiž ještě připomenuto, že při laboratorních měřeních doby kyvu dá se použití také metody koincidenční tak upravené, že kyvadlo sekundární (na př. reversní) je zapjato do kruhu s kyvadlem primárním, na př. sekundovým. Signálem koincidencí jsou záblesky neonové lampy zapjaté do vedení s oběma kyvadly; zdrojem proudu je střídavý proud 110 voltů, 50 period za sek. Koincidence trvají potud, pokud obě kyvadla procházejí současně rtuťovými kontakty. Je-li amplituda kyvadla A (vzdálenost mezi krajními polohami), průměr kontaktu rtuťového a , doba kyvu T , je doba, po kterou kyvadlo prochází kontaktem,*)

$$\tau = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{a}{A} T.$$

K vůli jednoduchosti volme a , A u obou kyvadel stejné. Je-li celkový počet koincidencí bezprostředně po sobě následujících (záblesků) n , rozešla se kyvadla celkem o

$$(T - T_x) n = 2 (\tau + \tau_x), \quad \tau_x = \frac{2}{\pi} \frac{a}{A} T_x,$$

z toho plyne

$$T_x = \left(1 - \frac{4}{\pi} \frac{a}{A} \cdot \frac{1}{n} \right) T.$$

Obecně jest

$$T_x = \frac{\left(1 - \frac{2}{\pi} \frac{a}{A} \cdot \frac{1}{n} \right)}{\left(1 + \frac{2}{\pi} \frac{a_x}{A_x} \cdot \frac{1}{n} \right)} T.$$

*) Pro rychlost kyvadla v rovnovážné poloze platí

$$\varphi'_{\max} = \frac{2\pi}{T} \sin \frac{1}{2} \varphi_0,$$

kde φ_0 je maximální výchylka z nulové polohy. Dále jest

$$\sin \frac{1}{2} \varphi_0 = \frac{1}{2} \varphi_0 = \frac{1}{4} A/l, \quad a = l \varphi'_{\max} \tau.$$

V jednom našem případě bylo: $a = 0,76$ cm, $A = 9,20$ cm, $n = 83,3$ (střed z 10 měření); $T = 1,0000$ sec; v době $11^m 31,8^s$ (střed z 10 měření) různila se obě kyvadla o 1 kyv. S tímto výsledkem $T_x = 0,9986$ sec vychází shodně na $1/100\%$ pro dobu kyvu $T_x = (1 - 0,00126)$ sec.

Je-li doba kyvu oscilujícího systému dostatečně dlouhá $T \geq 20$ sec, stačí k celému měření dvojími stopkami jediný pozorovatel. V tom případě určíme každý průchod nulovou polohou (půlperioda), případně průchody stejným směrem (perioda). Jako příklad uvádíme tu měření doby kyvu u torsních vah a to ve dvou polohách vahadla vzájemně kolmých. Váhy jsou zavěšeny ve skleněném válci upevněném na třínožce se třemi stavěcími šrouby. Vahadlo je z aluminiového drátu 23,2 cm délky a 3 mm průměru, s olověnými kuličkami o hmotě 40,48 g na koncích. Závěsný drát je platinoiridiový délky 14 cm a průměru 0,05 mm. Mezi vahadlem a závěsným drátem je spojka z drátu mosazného 14 cm délky a 2 mm průměru, jež na horním konci nese zrcátko 1 cm průměru pro odčítání dalekohledem se škálou. Závěs se zrcátkem je v trubici mosazné 40 cm délky a 2,8 cm průměru, jež je svisle upevněna na kovovém kotouči příkrývajícím skleněný válec ($2R = 26$ cm, $h = 13$ cm). Hlava nesoucí závěs jest opatřena mikrometrickým šroubem na jemnou justaci vahadla v rovině vodorovné. Váhy i s obalem dají se kolem svislé osy otočiti do žádaných azimutů. Rovnovážná poloha vahadla je na škále vyznačena aspoň přibližně; případné nesrovnalosti v kyvech po obou stranách vyznačené polohy jsou vyrovnány při zpracování výsledků.

V následujícím jsou uvedeny doby kyvu a to jednak postupně odečtené na obojích stopkách, jednak sestavené v tabulce.

Měření torsními vázkami ve sklepě fysikálního ústavu 13./8. 1933 při teplotě stálé $\vartheta = 18,5^\circ$ C.

a) *Vahadlo v poloze ekvatorální.*

Doby kyvu:

2m 4,0 ^s	2m 4,2 ^s	2m 4,8 ^s	2m 3,4 ^s
4,6	4,6	4,6	5,0
4,4	4,0	4,6	4,0
4,2	4,6	4,0	5,0
4,8	4,2	4,8	

Odtud plyne pro dobu kyvu v azimutu ekvatorálním

$$T = 2^m 4,42^s \pm 0,01^s.$$

b) *Vahadlo v poloze polární.*

Tabulka 1.

k	t_k	t_{k+10}	$\Delta t \equiv 10T$	Δ	Δ^2
1	0m 0,0s	20m 43,6s	20m 43,6s	0,6	0,36
2	2 4,0	22 48,4	44,4	2	04
3	4 8,6	24 53,0	44,4	2	04
4	6 13,0	26 57,6	44,6	4	16
5	8 17,2	28 61,6	44,4	2	04
6	10 22,0	30 66,4	44,4	2	04
7	12 26,2	32 69,8	43,6	6	36
8	14 30,8	34 74,8	48,0	2	04
9	16 34,8	36 78,8	44,0	2	04
10	18 39,4	38 83,8	44,4	2	04
			$10\bar{T} =$ 20m 44,1 ₈ s	$\Sigma\Delta^2 = 1,16$	

Doby kyvu:

1m 59,8s	2m 9,2s	1m 59,8s	2m 9,2s
2 9,4	1 59,6	2 8,8	1 59,8
1 59,2	2 9,6	1 59,4	2 9,0
2 9,0	1 59,4	2 9,0	1 59,8
1 59,4	2 9,2	1 59,6	

Tabulka 2.

k	t_k	t_{k+10}	$\Delta t \equiv 10T$	Δ	Δ^2
1	0m 0,0s	20m 43,8s	20m 43,8s	0,3	0,09
2	1 59,8	22 43,6	8	0,3	0,09
3	4 9,2	24 52,4	2	0,3	0,09
4	6 8,4	26 51,8	4	0,1	0,01
5	8 17,4	28 60,8	4	0,1	0,01
6	10 16,8	30 60,4	6	0,1	0,01
7	12 26,0	32 69,6	6	0,1	0,01
8	14 25,6	34 69,4	8	0,3	0,09
9	16 35,2	36 78,4	2	0,3	0,09
10	18 34,6	38 78,2	6	0,1	0,01
			$10\bar{T} =$ = 20m 43,5 ₄ s	$\Sigma\Delta^2 = 0,50$	

Odtud plyne pro dobu kyvu v azimutu polárním

$$T = 2^m 4,35^s \pm 0,01^s.$$

Dosažená přesnost 0,01 % dá se ještě zvýšiti prodloužením řady měření a to tak, že měříme k členů na začátku řady a k členů na konci řady, přeskočivše i členů mezi tím se nalézajících, na

př. $k = 10$, $i = 10$ resp. 40, resp. 90 atd. Utvoříme pak k skupin po $k + i$ členech.

Uvedený příklad má ještě jiný význam než ryze metodický. Má poukázati na to, že je možno vahami točivými s poměrně malou citlivostí o době kyvu asi 2 minut prokázati, že intenzita gravitačního pole zemského v téže horizontální rovině je funkcí rozložení hmot. Popsané váhy kývaly v ústavním sklepe, v němž bylo jen několik metrických centů uhlí v azimutu polárním, jinak bylo rozdělení hmot vůči vahám celkem souměrné. A onen nepatrný rozdíl hmoty v azimutu polárním vůči ekvatoreálnímu prozradil se v době kyvu.

Je jisto, že torsními vázkami *Coulomb-Eötvösovými* dá se s úspěchem studovat nitro zemské po této stránce a že torsní kyvadlo je tím pravým kouzelným proutkem, jímž se má měřit nitro zemské dřívě, než se přistoupí k nákladnému vrtání zemské kůry. Měření kyvadlová, vykonaná kdysi maďarským fysikem *Eötvöse*m, vedla k objevům solných ložisek v *Sedmíhradech*, naftových pramenů u *Gbel* a teplých zřídél u *Pešti*; kyvadlová měření mohou vésti geologa směrem, kterým je v nitru zemském nedostatek hmot — prostory jeskynní. Absorpce elektromagnetických vln ultrakrátkých může býti druhou fysikální metodou, jež podepře, nebo vyvrátí geologovy domněnky o skrytém dosud nitru zemském.³⁾

Fysikální ústav Masarykovy university.

*

La mesure de la durée d'oscillation à l'aide de deux chronographes compteurs.

(Extrait de l'article précédent.)

Dans l'article précédent on présente une méthode de mesure de la durée d'oscillation à l'aide de deux chronographes compteurs. Si la durée d'oscillation est à peu près 1 sec, on fait la mesure ainsi qu'il suit: d'une série continue de temps on détermine les coordonnées des points à une position, par exemple $t = 20k^{sec}$, où $k = 0, 1, 2, 3, \dots, 19$. L'un de deux observateurs compte les oscillations, tandis que l'autre saisit tour à tour par l'un et l'autre chronographe compteur les moments caractéristiques de telle façon qu'au moment du passage du pendule au travers du zéro, il arrête l'un des chronographes compteurs et met en même temps l'autre en marche; après avoir lu et inscrit l'état du chronographe compteur

³⁾ V. Fritsch pokusil se z měření absorpce elektromagnetických vln určití pravděpodobný tok *Punkvy* a polohu nových jeskyní (*Zeitschr. für Hochfr.* 39, 136, 1932 a 41, 218, 1933).

arrêté, on remet celui-ci à zéro. Au passage caractéristique suivant du pendule par zéro on répète toute cette opération etc.

Si la durée d'oscillation est suffisamment longue, environ 20^{sec} ou plus longue encore, un seul observateur suffit pour le procès entier. Tout passage du pendule par zéro est noté en même temps par l'un et l'autre chronographe compteur. Pour rendre la mesure plus fine, il est convenable à se servir de la méthode du miroir tournant soit subjective, soit objective.

Toute la série des mesures est répartite donc entre deux chronographes compteurs et on saisit les points entre les intervalles particuliers de temps avec le plus de précision possible.

Les mesures sont traitées par la méthode successive suivante: on les partage en deux séries de coordonnées dans lesquelles on soustrait les termes homologues. On obtient ainsi n ($= 10$) valeurs pour $200T$ resp. $10T$. La précision de la mesure atteint $\frac{1}{100}\%$, comme si l'on faisait 100×100 mesures resp. 10×10 mesures. On peut ainsi par un pendule de réversion évaluer l'accélération de la pesanteur par un nombre de 4 chiffres; par un pendule de torsion avec la durée d'oscillation d'à peu près 100^{sec} on peut démontrer que la durée d'oscillation aux différents azimuts du même plan horizontal est différente et qu'elle dépend de la répartition de la masse. L'excès ou le manque de la masse aux différents azimuts se manifestent par les différentes durées d'oscillation. C'est qui trouve une application avantageuse dans les mesures géophysiques à l'étude de l'intérieur de la terre.
