

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

J. S. Vaněček

O čárách a plochách druhého stupně

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 13 (1884), No. 2, 130--132

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123156>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1884

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

mělyť ony býti ničím jiným, než cvičením o vzájemném upotřebením algebry i geometrie, a vyšetřováním o souvislosti mezi velikostí a polohou.

O čarách a plochách druhého stupně.

Podává

J. S. Vaněček, professor v Jičíně.

1. Čáry a plochy druhého stupně možno vytvořiti několika způsobem. Uvádíme zde některá vytvořování pomocí trojúhelníků a čtyřstěňů. Poučky zde uvedené jsou z části nové, z části pak známé.

2. Jest dána kuželosečka a uvnitř této nalézají se dva pevné body a , b . Spojíme-li kterýkoliv bod v kuželosečky s bodem a přímou čarou, protíná tato kuželosečku v druhém bodu m a druhá přímá vb v bodu n . Probíhá-li bod v kuželosečku, obaluje tětíva mn novou kuželosečku, která se dotýká první v bodech x , y , ve kterých ji protíná přímá ab .

Vlastnost tuto můžeme podati duálně:

Pohybuje-li se trojúhelník vepsaný do kuželosečky tak, že se jeho dvě strany točí kolem dvou uvnitř kuželosečky ležících bodů, a jejich průsečný bod probíhá danou kuželosečku, pak obaluje třetí strana novou kuželosečku, jež se dotýká první dvojnásobně.

Trojúhelník opsaný kuželosečce pohybuje se tak, že jeho dva vrcholy probíhají dvě přímé čáry, které danou kuželosečku neprotínají; třetí vrchol opisuje novou kuželosečku, která se dané dotýká dvojnásobně.

3. Vytkněme na kuželosečce dva body a , b , jež jsou vrcholy trojúhelníku; jeho třetí vrchol v nalézá se na libovolné přímce P , která protíná kuželosečku ve dvou (reálných neb pomyslných) bodech x , y . Strana av protíná kuželosečku v bodu m a strana bv v bodu n . Probíhá-li vrchol v přímou čáru P , pak obaluje tětíva mn novou kuželosečku, která se dotýká dané kuželosečky v bodech x , y .

Můžeme tudíž říci:

Točí-li se dvě strany trojúhelníku kolem dvou pevných bodů kuželosečky a jejich vrchol probíhá přímou, pak tětíva, kterou hybné strany z kuželosečky vytínají, obaluje novou kuželosečku, která se dané dvojně dotýká.

4. Dále

Trojúhelník vepsaný do kuželosečky točí se kolem jednoho svého vrcholu, při kterém ležící úhel je stálý; protilehlá strana tomuto vrcholu obaluje novou kuželosečku.

Je-li úhel ten pravý, pak se třetí strana točí kolem pevného bodu, který leží na normále vedené v pevném vrcholu ke kuželosečce.

5. Jest dána plocha druhého stupně P . Uvnitř této leží tři body a, b, c , jichž rovina R protíná danou plochu v kuželosečce K . Kterýkoliv bod v plochy P stanoví s body a, b, c , přímé čáry va, vb, vc , jež ji protínají pořadem v bodech m, n, p . Tyto body stanoví rovinu S a s bodem v čtyřstěn vepsaný dané ploše 2. stupně. Nechme probíhati bod v tuto plochu P . Pak rovina S obaluje novou plochu 2. stupně Q , která se dotýká dané plochy P podél kuželosečky K .

Tedy

Pohybuje-li se čtyřstěn vepsaný ploše 2. stupně tak, že jí jeden jeho vrchol probíhá a hrany v tomto se protínající se točí kolem tří uvnitř dané plochy ležících bodů, pak stěna, která leží proti onomu vrcholu,

Probíhají-li dva vrcholy trojúhelníku dvě pevně tečny dané kuželosečky a točí-li se spojující je strana kolem pevného bodu, pak třetí vrchol, který je průsekem druhých dvou stran dotýkajících se kuželosečky, probíhá novou kuželosečku, která se dané dvojně dotýká.

Trojúhelník opsaný kuželosečce pohybuje se tak, že jedna jeho strana má stálou délku a posouvá se v tečně kuželosečky; jí protilehlý vrchol opisuje novou kuželosečku.

Pohybuje-li se čtyřstěn opsaný ploše 2. stupně tak, že tři jeho hrany v jedné rovině ležící probíhají tři roviny, které danou plochu neprotínají, pak čtvrtý vrchol, který v těchto třech rovinách neleží, popisuje

obaluje jinou plochu 2. stupně, jinou plochu 2. stupně, která která se prvé dotýká podél se dotýká dané podél kuželosečky kuželosečky.

6. Mysleme si plochu 2. stupně P a na ní tři pevné body a, b, c , mimo to rovinu R a v ní svazek paprsků s . Každý bod v některého paprsku svazku stanoví s pevnými body a, b, c čtyřstěn, jehož hrany va, vb, vc protínají plochu 2. stupně pořadem v bodech m, n, p , které stanoví rovinu T . Probíhá-li vrchol v postupně všechny paprsky svazku s , pak obaluje rovina T novou plochu 2. stupně Q , která se dotýká dané P dle kuželosečky, ve které ji protíná rovina R daného svazku s .

Zkrátka

Tři pevné rohy čtyřstěnu leží na ploše 2. stupně a čtvrtý mimo ni. Hrany v tomto se sbíhající protínají danou plochu ve třech bodech, jež stanoví její sečnou rovinu. Probíhá-li čtvrtý roh rovinný svazek paprsků, pak obaluje sečná rovina jinou plochu 2. stupně, která se dotýká dané plochy dle kuželosečky, jež může býti i pomyslnou.

Tři pevné stěny čtyřstěnu dotýkají se plochy 2. stupně, kdežto čtvrtá má polohu libovolnou. Hranami, jež v této čtvrté stěně leží, proložené roviny tečně k dané ploše protínají se v bodu. Točí-li se čtvrtá stěna kolem pevného bodu, pak tento průsečný bod popisuje jinou plochu 2. stupně, která se dotýká dané plochy dle kuželosečky, jež může býti i pomyslnou.

7. Jiná poučka obdobná s onou z odstavce 4. jest tato: Čtyřstěn vepsaný do plochy 2. stupně, jehož tři v jednom rohu sbíhající se stěny uzavírají spolu stálé úhly, točí se kolem tohoto rohu, a jemu protilehlá stěna obaluje jinou plochu 2. stupně.

Tvoří-li stěny ty pravoúhlý trojstěn, pak se čtvrtá stěna točí kolem pevného bodu, který leží na normále, vedené v stálém rohu ku ploše dané.

Čtyřstěn opsaný ploše 2. stupně, jehož tři v jedné rovině ležící rohy svou vzájemnou polohu nemění, pohybuje se tak, že tyto tři rohy probíhají onu rovinu, pak probíhá čtvrtý roh jinou plochu 2. stupně.