

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 2, 147--149

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123467>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1873

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Úlohy.

I. Z matematiky.

Řešení úlohy 32.

(Podává *Ant. Sucharda*, technik.)

Dosadíme-li do předložené rovnice

$$\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x = 3\operatorname{tg} x$$

známé výrazy

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}, \quad \operatorname{tg} 3x = \frac{3\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3\operatorname{tg}^2 x},$$

obdržíme po snadné redukci

$$\operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{4}\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{4} = 0,$$

z kteréžto rovnice jde

$$\operatorname{tg} x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}}.$$

(Tutéž úlohu řešil *B. Bečka*, žák VIII. tř. g. v Jičně, *Lud. Grossman*, žák VI. tř. r. v Litomyšli, *Aug. Hanzlovský*, žák VII. tř. g. v Písku, *Fr. Chmelík*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně, *Jos. Kašpr*, žák VIII. tř. g. v Písku, *Fr. Škramlík*, žák VII. tř. r. g. v Táboře, *V. Štastný*, *B. Wittich*, žák VII. tř. r. g. na M. Straně, *Al. Wolf*, žák VIII. tř. č. g. v Č. Budějovicích).

Řešení úlohy 34.

(Podává *V. Zelený*, žák VI. tř. r. g. na M. Straně.)

Dle poučky Mac-Lauriny obdržíme především

$$l(x + \sqrt{1+x^2}) = x - \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} - \dots$$

a podle známého vzorce

$$\left(\sum_{s=1}^n a_s\right)^2 = \Sigma (a_s)^2 + 2 \Sigma a_s a_t$$

$$[l(x + \sqrt{1+x^2})]^2 = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{x^4}{3} + \left[\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right)^2 + 2 \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5}\right] x^6 - \dots;$$

spořádáme-li pravou stranu rovnice této, povstane konečně

$$[l(x + \sqrt{1+x^2})]^2 = x - \frac{2}{3} \frac{x^4}{2} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} \frac{x^6}{3} - \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7} \frac{x^8}{4} + \dots,$$

při čemž $x^2 < 1$.

(Tutéž úlohu řešil způsobem jiným *B. Bečka*, a *J. Kašpr.*)

Řešení úlohy 35.

(Podává *K. Brož*, filosof.)

Hodnota předloženého integrálu omezeného jest $\frac{\pi}{2}$.

Úloha 36.

Mají se určití všechny kořeny rovnice

$$6x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0.$$

II. Z fysiky.

Řešení úlohy 20.

(Podává *M. Boda*, ing. ve Vídni.)

Poměr průřezů obou drátů bude 1 : 5·88, t. j. drát železný bude mít 5·88 krát větší průřez drátu měděného; průměry se budou míti k sobě, jako 2·08 : 5·058.

(Tutéž úlohu řešil *J. Sallabašev*, žák VI. tř. ob. r. g. na M. Str.)

Řešení úlohy 28.

(Podává *Fr. Chmelík*.)

Kývadlo dolejší musilo by se o $\frac{108745}{97456384}$ své délky prodloužiti, aby stejně kývalo s hořejším a hořejší by se musilo dole o $\frac{108745}{97565129}$ své délky zkrátiti, aby stejně rychle kývalo s dolejší.

(Tutéž úlohu řešil: *Ot. Mužik*, žák VI. tř. r. v Hradce Králové, *A. Pilnáček*, žák VII. tř. g. v Jičíně, *Jos. Sádek*, žák VII. tř. g. v K. Hradci, *Fr. Škramlík*, *B. Wittich*, *Al. Wolf*.)

Řešení úlohy 31.

(Podává B. Wittich.)

Hmoty obou koulí mají se k sobě jako 1:3.

(Tutéž úlohu řešil: B. Bečka, Fr. Chmelík, J. Kašpr, Ot. Mužík, A. Pilnáček, Fr. Škramlík, V. Štastný, žák VI. tř. r. g. na M. Straně.)

Úloha 32.

Která čísla a jak by se změnila v theorii duhy, kdyby exponenty lomu vody byly vesměs o polovičku větší?

Úloha 33.

Z bodu A pohybuje se hmotný bod počáteční rychlostí

$$c = \frac{k}{a\sqrt{2}}$$

směrem kolmo na $OA = a$ stojícím, zároveň pak tu působí v bodu O síla přitažná

$$\varphi = \frac{2kr + k^2}{2r^3},$$

značí-li k veličinu stálou a r vzdálenost od O ; v jaké dráze pohybuje se bod tento, v jaké době a s jakou rychlostí dostane se z A do B , jestli

$$OB = \frac{a}{4}.$$

