

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Karel Zahradník

O hmotě trojosého ellipsoidu

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 4, 188--189

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123547>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1879

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

rozšířiti tuto theorii nejen na čísla z podoby $(2a)^{2n} + 1$, nýbrž i na $\frac{1}{2}[(2a + 1)^{2n} + 1]$, zdá se pak, že je bude lze při menší práci rozvrhovati v součin řad

$$\sum_0^k (A_k \cdot 2^{\alpha+k} + 1) \times \sum_0^r (B_r \cdot 2^{\alpha+r} + 1).$$

O hmotě trojosého ellipsoidu.

(Příklad na integraci trojnásobnou.)

Zaslal

Dr. K. Zahradník v Záhřebě.

Dán budiž ellipsoid a kužel rotační s vrcholem ve středu ellipsoidu položeným, jehož osa splývá s jednou osou ellipsoidu. Předpokládejme, že je hmota v rovnoběžných vrstvách kolmo na osu kužele vedených stejná, avšak že hutnosti přibývá v poměru vzdálenosti od vrcholu. Jaká jest hmota kužele omezeného ellipsoidem?

Uzavírá-li povrchová přímka kužele s osou jeho úhel φ , tu bude, je-li osa c ellipsoidu zároveň osou kužele rovnice tohoto kužele**), značí-li $\lambda = tg \varphi$,

$$x^2 + y^2 - \lambda^2 z^2 = 0,$$

a rovnice ellipsoidu je, jak známo,

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1.$$

Kužel protíná ellipsoid ve křivce, mající za průmět na rovinu XY ellipsu; jsou-li osy té ellipsy α , β , platí

$$\frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2 \lambda^2}$$

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2 \lambda^2}.$$

*) Porovnej *Studnička*: „Poznámka o číslech kmenných“. Časop. p. pěst. math. a fys. R. VIII pag. 36.

*) Viz Dr. *Studnička*: „Úvod do analytické geometrie v prostoru“ pag. 61.

Zákon hutnosti vyjádruje rovnice

$$h = \rho z,$$

a hmotu podává nám trojnásobný integrál

$$\begin{aligned} M &= 4\rho \int_0^\alpha \int_0^\beta \int_0^c \frac{z \, dz \, dy \, dx}{\lambda \sqrt{x^2 + y^2}} = \\ &= 2\rho c^2 \int_0^\alpha \int_0^\beta \left[\left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}\right) \right] dy \, dx = \frac{4}{3} \rho \beta c^2 \int_0^\alpha \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2}\right)^{\frac{3}{2}} dx \\ &= \rho \cdot \pi \alpha \beta \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2. \end{aligned}$$

Pro $\varphi = 90^\circ$ přejde kužel v rovinu XY ; v případě tomto je $\alpha = a$, $\beta = b$, a M hmotou polovice elipsoidu nad rovinou XY se nacházející, přibývá-li hustoty stejnoměrně se vzdáleností od roviny XY , tudíž ve směru osy c . Označíme-li tuto hmotu poloelipsoidu M'_c , je

$$M'_c = \frac{1}{4} \rho \pi abc^2$$

Má-li pak M'_a , M'_b obdobný význam, platí tedy

$$M'_a : M'_b : M'_c = a : b : c.$$

Úlohy.

Řešení mathematické úlohy 16.

Podal Stan. Prachenský, žák VIII tř. r. g. m. v Praze.

Položíme-li v dané soustavě

$$x + y = u + v = z$$

$$xy = uv = r$$

bude

$$x = z - y = \frac{r}{y},$$

$$u = z - v = \frac{r}{v},$$