

Josef Vavřinec

Jak by bylo možno zjednodušiti vyučování deskriptivní geometrii

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 3-4, D52--D57

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/124023>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1929

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

»interval« jest nedostatečně určen, neboť nerozhodnuta zůstává otázka po hranicích tohoto intervalu. Znázorňujeme-li čas na číselné ose, funkce politicko-aritmetické jakožto funkce času jsou zpravidla dány na množství diskretním. Operujeme-li s funkcemi tohoto druhu, pak obvyklá určení časová (rok, měsíc, den) úplně stačí. Přejdeme-li však k funkcím všude definovaným na číselném kontinuu, potom jest třeba přesnějšího ohraničení doby. Mnozí autoři si vypomáhají různým rčením, na př. následujícího dne, den po, den před a p. Tato výpomoc je však zbytečná, uvědomíme-li si, že interval časový, na př. rok, na ose číselné jest vyjádřen jako polouzavřený interval bodový, neboť počítáme rok od 1. ledna do 1. ledna příštího roku, eksklusivě však tento den. Užíváním pojmu polouzavřeného intervalu dostávají současně úvahy politicko-aritmetické jasný a jednoznačný geometrický podklad, okolnost to, která při výkladu jest jistě prospěšná.

JOSEF VAVŘINEC (Plzeň, I. R.):

Jak by bylo možno zjednodušiti vyučování deskriptivní geometrii.

Všeobecně se uznává, že vyučování třeba uzpůsobiti požadavkům, které klade psychologické ustrojení žactva.

Reformou středních škol z r. 1908 bylo zavedeno do osnovy deskriptivní geometrie kotované promítání na jednu průmětnu, v míře ovšem velmi omezené. Myslím, že v zájmu zjednodušení a usnadnění vyučování tomuto předmětu jest, aby se tohoto druhu zobrazování užívalo ve školách obecněji. Pro tuto změnu mluví nejen důvody praktické, ale i psychologické.

Po stránce psychologické jest promítání na jednu průmětnu rozhodně jednodušší, protože vyžaduje obrácení pozornosti jen k *jediné* průmětně a vztahům útvaru, o jehož zobrazení se jedná, k této *jediné*. Vezmeme-li na př. jednu z nejjednodušších úloh, sestavení pravé délky úsečky užitím promítacího lichoběžníka prvního, třeba zkoumati se žáky vztah úsečky k oběma průmětnám, obrátiti jejich pozornost k poloze prvních promítacích paprsků koncových bodů k půdorysu úsečky a k tomu, že vzdálenosti jejich od půdorysny se jeví v obrazi jako vzdálenosti nárysů jejich od obrazu osy x . Právě však tato okolnost znamená o d c h ý l e n í pozornosti žákovy od *podstaty* úlohy, sklopiti prvý promítací lichoběžník do půdorysny. Druhá potíž začátečnickova jest v tom, že přesný popis a odůvodnění konstrukce vyžaduje důkladné znalosti odborné terminologie a vyjadřování, které si žáci osvojují jen pomalu. Při promítání na jednu průmětnu toho není; pozornost zůstává upřena na

sklopení, vzdáleností koncových bodů od průmětny není třeba hledat jinde, jsou při obrazech jejich vyznačeny, a také vyjadřování jest jednodušší. Tak jako při této jednoduché a základní konstrukci, jest tomu ve všech dalších úlohách. Provádějí se téměř jen v půdoryse a nárys slouží více méně jen jako útvar pomocný. Tak při sklápění roviny, když zobrazujeme mnohoúhelník v rovině, při zobrazování řezů ploch rovinami, průsečíků přímky s plochami, proniků ploch. Ale vždy užití nárysu odchyluje pozornost od podstaty úlohy.

Konstrukce lze provést v promítání na jednu průmětnu v dokonalejším souhlase s prostorovým řešením, takže žádná úprava konstrukce, která užití způsobu promítání vyžaduje, neodchyluje pozornosti žákovy od hlavní myšlenky. Uvádím za příklad úlohu, sestrojiti bodem přičku dvou mimoběžek, při níž se konstatuje, že přička seče každou z nich, určuje s každou rovinu a jest tedy jejich průsečnicí, kterou lze najíti, poněvadž každá z rovin jest určena přímkou a bodem. V promítání na dvě průmětny se řeší úloha vždy tak, že určíme průsečnici těchto rovin jako spojnici průsečíku jedné z těchto rovin s druhou mimoběžkou s daným bodem. Při tom však, jak se při opakování snadno přesvědčíme, unikne žákům vedoucí myšlenka konstrukce, zatlačena jsouc do pozadí jejími podrobnostmi. Při promítání na jednu průmětnu však můžeme velmi pohodlně sestrojovati přímo tím způsobem, že určíme průsečnici oněch rovin jako spojnici průsečíků dvou párů vrstevnic stejných kot, při čemž přímky jednoho z oněch párů jdou daným bodem.

Při promítání na jednu průmětnu rýsujeme jen obrazy prvků nutně potřebných a pozornost žáků se může upírat jen ke vztahům uvažovaných útvarů navzájem a k *jediné* průmětně a není odchylována ohledy na průmětnu druhou. Žáci tu poznávají lépe, že řešení úlohy závisí na daných útvarech a nikoli na průmětně samé, že poloha jejich k ní může míti vliv na uspořádání konstrukce, ale nikoli na její *podstatu*. Čím více průměten, tím méně dokonale chápou žáci prostorový význam konstrukcí. To ilustruje nejlépe zkušenost, kterou učinil jistě velmi mnohý, ne-li každý učitel, že žák, jenž poznal, že lze užívatí pomocných průměten, začne řešení úlohy slovy: »Zvolíme si stranorysnu...«, aniž by věděl dále.

Při řešení všech úloh vystačíme jedinou průmětnou, což má význam též jako úspora času. A jest při zobrazování mnohoúhelníků, těles, rovinných řezů atd. třeba nárysu? Jediný obraz postačí k *určení* výsledného útvaru, ale také k takovému jeho *znázornění*, abychom si jej mohli představití. Postačí též k znázornění osvětlení útvarů. V některých případech jest provádění konstrukce ve dvou obrazech přímo mrháním času. Mám na mysli zobrazování proniků těles, jehlanů, hranolů, kuželů, válců, kdy náležitý výklad a provedení číslování vyžaduje tolik času, že se pronik v obou obrazech za hodinu neprovede, ačli se nemá spěchatí na úkor pochopení

věci. Také tu stačí k znázornění jediný obraz. Prováděti konstrukce plochy kulové z daných prvků v promítání na dvě průmětny jest přímo přepych.

Zkrátka řešení prostorových úloh v promítání na jedinou průmětnu jest nejen psychologicky jednodušší, ale také časově úspornější. Času takto ušetřeného bylo by možno užiti k provedení většího počtu úloh a jejich variací. Při rýsování získáme větší zájem žáků, zmenší-li se zbytečné mechanické rýsování a úmorné vytažování, jehož jest při pravoúhlém promítání na dvě průmětny příliš mnoho.

Nemíním ovšem, že by se mělo od zobrazování na dvě průmětny zcela upustiti, nýbrž, že by se měly veškeré konstrukce provésti nejdříve v promítání na jednu průmětnu, a to zvláště konstrukce základní, aby se žák dokonale utvrdil v úvahách o konstrukcích v prostoru a jejich zobrazování na rovině. Konstrukce, při kterých zobrazování na dvě průmětny vůbec nemá smyslu, by se prováděly jen v promítání na jednu průmětnu. Na př. zobrazování jehlanů, hranolů, kuželů, válců, ploch kulových, protože se tu opakuje zcela zbytečně dvakrát totéž. Potom teprve by se ukázalo žákům, jak se konstrukce jaksi »přeloží« do promítání na dvě průmětny, a to v případech, kdy pohled ze dvou stran má význam, a z tohoto do promítání šikmého, po př. pravoúhlého axonometrického, získá-li se na názornosti, tedy na př. při zobrazování osvětlení a pod. Námítka, že promítání šikmé (pravoúhlé axonometrické) jest též promítání na jednu průmětnu, zde nemá místa, protože zde uvažujeme vždy též dva obrazy, z nichž jeden jest hlavní a druhý má úlohu podružnou, a úvahy prostorové, zde se vyskytující, jsou při nejmenším tak složité, jako při promítání na dvě průmětny; nad to pro řešení úloh metrických se tento způsob zobrazení pro začátečníky nehodí.

Úpravu vyučování představuji si tak, že v kvartě reálky by se postupovalo asi tak, jako nyní, jen s tím rozdílem, že by se na promítání na jednu průmětnu položil o něco větší důraz; promítání na dvě průmětny a zavedení stranorysny by se ponechalo s ohledem na ty, kteří přestoupí na odborné školy. Přípravný ráz vyučování desk. geometrií v této třídě by zůstal zachován. Ve vyšších třídách reálék a reálných gymnasií by se postupovalo, jak zde naznačuji, a jsem přesvědčen, že by se stejné množství látky probralo důkladněji a dřívě nežli za poměrů dnešních. Mé dosavadní zkušenosti z kvinty, ve které jsem si, pokud toho ovšem dnešní osnova připouští, vždy vedl naznačeným způsobem, nasvědčují tomu, že důsledné provedení změny zde navrhované by se osvědčilo.

heren Schülen« uvádí některá mínění o této věci a sám zaujímá k ní stanovisko negativní. Třeba však všimnouti si věci blíže. Článek byl napsán, když v Prusku byly vydány nové osnovy pro střední (höhere) školy; jedná se o střední stupeň. Jde tu o třídy nižší, než ve kterých se u nás deskriptivní geometrií počíná, totiž o tamější kvintu, odpovídající asi naší II. třídě, kvartu (naše III.), nižší a vyšší tercii (IV. a V.), a tu ovšem se vyskytují v kvintě a kvartě úlohy, jež u nás jsou ve třídě čtvrté, ano i v páté. Tu jest ovšem otázka, jsou-li žáci těch tříd pro začátky deskr. geometrie, jak tam se mají probírat, dosti vyspělí. (Na př. v kvartě — pruské — mají se probírati vrstevnice a spádové přímky roviny, průsečnice dvou rovin a p.).

S druhé strany však již r. 1922 Scheffers, jenž s Kramerem napsal učebnici deskr. geometrie hovičí novým pruským osnovám (1925), zaujal stanovisko promítání na jednu průmětnu příznivé, ukazuje, že jest pro žáky snazší. Lietzmann polemizuje s tímto názorem a odůvodňuje své zamítavé stanovisko tím, že na odborných školách, jež předpokládají jen předběžné vzdělání školy národní, užívá se promítání na dvě průmětny a promítání šikmého. Zapomíná však, že se tu jedná zpravidla o znázornění předmětů jednoduchých v polohách co nejjednodušších a zřídka o zobrazování *konstrukcí prostorových*. Dovořává se mínění dvou odborníků z Rakouska (jmen neuvádí), z nichž prvý je autorem metodiky deskr. geometrie a druhý uznaným vůdcem deskriptivářů tamějších. Prvý pravil, že v Rakousku již promítání na jednu průmětnu zkusili a opět od věci odstoupili. Druhý uváděl za důvod, že si žák příliš dlouho zvyká mysliti si průmětnu jen v poloze vodorovné, potom si těžko představuje průmětnu v poloze jiné a nesnadno přechází k promítání na dvě průmětny. Zvykati žáky na to, aby užívali jediné průmětny, představujce si ji jednou v poloze vodorovné, po druhé ve svislé, bylo by prý jen maření času; lépe užívatí obou současně.

Avšak mínění obou autorit mají své háčky. Pokud se týče prvního odborníka třeba míti na paměti, že záleží velmi na tom, *jak* se vyučování zařídí, a potom, že s promítáním na dvě průmětny jest to asi něco podobného, jako se všim, čemu jsme zvyklí, na př. s počítáním v určité soustavě (desítkové); zkuste, zvyknouti si na jinou (a snad by někdo ani nevěřil, jak je to snadné) a budete v ní brzy počítati stejně pohodlně jako v první. Učitelé jsou zvyklí vyučovati deskriptivní geometrii v promítání na dvě průmětny a *ze setrvačnosti* si nedovedou dobře představití, že by to šlo i jinak. Avšak to, že *učitel* jest na něco zvyklý, neznamená, že to musí býti *začátečníkovi snadnější*.

Druhá autorita Lietzmannova jest právě také v zajetí promítání na dvě průmětny; dávám jí plně za pravdu, že užívatí jediné průmětny střídavě v poloze vodorovné a svislé by bylo nevhodné. Stálá poloha průmětny jest právě to, co činí metodu tuto žákům snadnou, a střídání by jí žákům velmi ztížilo. Ale tu právě záleží na tom, aby

se vyučování vedlo tím způsobem, aby přechod k promítání na dvě průmětny byl snadný. Já sám učinil jsem brzy po zavedení osnov z r. 1908 zkušenost opačnou, že totiž septimánům zvyklým na promítání na jednu průmětnu činilo promítání na jednu průmětnu potíže, jakých jsem v pozdějších letech při postupu obráceném (promítání na jednu průmětnu v kvartě a kvintě) neshledal.

Těm, kteří až dosud zaváděli anebo radili zaváděti promítání na jednu průmětnu do střední školy, šlo hlavně o to, ukázat žákům, kde v praxi se ho užívá. Je to na př. Ratheho knížka »Darstellende Geometrie des Geländes«, Lötzbeyerova »Grundlehren der Darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive. Mit Anhang: Darstellende Geometrie des Geländes« a kniha od Schefferse a Kraibera. Tyto aplikace se žákům líbí a rysy s podobnými úlohami rádi rýšují; myslím, že jednou z velmi podstatných příčin jest snadnost těchto úloh. Avšak všude ve zmíněných knihách stojí promítání na jednu průmětnu *isolovaně*. Já právě navrhuji, aby se mu učilo též s ohledem na přechod k promítání na dvě průmětny a aby bylo také pomůckou k snazšímu vniknutí do podstaty konstrukcí prostorových. Úspora času, svrchu zmíněná, znamená více, nežli pouhou možnost provést větší počet konstrukcí; znamená též, že od započetí do ukončení uplyne kratší doba a tím se zmenší pravděpodobnost (a každý učitel ví, jak jest veliká), že žák ztratí přehled.

Lietzmannův důvod proti promítání na jednu průmětnu, že většina oborů inženýrských užívá promítání na dvě průmětny, není rozhodující. Sám L. ve své metodice praví zcela správně, že střední škola jest pro všechny.

Posléze ani mínění, že by promítání na jednu průmětnu činilo větší obtíže pro názor prostorový, nežli promítání na dvě průmětny, nepovažuji za odůvodněné. Je to opět něco podobného, jako se soustavou číselnou, v níž počítáme; jest zde zvyk těch, kteří promítání na dvě průmětny užívají a zapomínají, kolik tu jest smluveného. Vezmu z praxe případ co nejjednodušší. Učeň musí věděti, že kruh a nad ním nakreslený určitý obdélník znamenají obrazy válce, z nichž může odměřiti jeho rozměry a válec potom vysoustružovati; ale stejně dobře by pochopil, že kruh a k jeho obvodu připsané číslo jest obrazem válce, jehož základnou jest onen kruh a výška vyjádřená tím číslem. Jest jisto, že složitější útvar by se nedal takto dosti snadno vyjádřiti, ale někdy nestačí také pouhé dva obrazy předmětu a jest třeba třetího a po př. i dalších; tu pak také třeba věděti, co jest o pořizování obrazů smluveno. Laikovi se nepředloží v továrně nikdy obraz části strojové, jak se ho užívá v dílně, nýbrž šikmý její obraz (ne-li fotografie); z toho, myslím, jest dobře patrné, jak mnoho jest při promítání na dvě průmětny smluveného; o nic méně — ba jsem přesvědčen, že více, nežli v promítání na jednu průmětnu.

D o d a t e k r e d a k c e: Bylo by žádoucí, aby se naznačenému problému, jenž se tu neobjevuje na poli didaktických úvah po první, věnovala větší pozornost také u nás, zvláště v této době snah reformních, a aby se výměnou názorů mohlo dospěti k poznání stanoviska odborníků *našich*.

Mínění souhlasného s autorem tohoto článku jest dr. t e c h n. Augustin V o n d r á č e k, prof. st. průmyslové školy v Bratislavě, jenž již v lednu 1926 zaslal redakci tuto stručnou poznámku k metodice deskř. geometrie:

V úvodu do deskř. geometrie bylo by, myslím, prospěšné, věnovati více pozornosti promítání kotovanému. V kotovaném promítání lze přece také nacvičiti základní úlohy, týkající se bodu, přímky (úsečky), roviny: pravou délku úsečky, odchylku, přímku vystupňovati, případně zavěsti pojem intervalu i -a vztah $i.tga = 1$ (v goniometrii), v rovině vyznačiti přímky spádové, hlavní (vrstevnice) atd.

Všecky tyto úlohy lze řešiti v kotované projekci myšlenkovým postupem mnohem jednodušším než v promítání na dvě průmětny, kde hned u žáků-začátečnicků nutno nahromaditi najednou mnoho nových pojmů — souřadnice, sklápění, atd., kterých hlavně slabší žáci neztráví. Užívání pojmů výšky, hloubky je žáku bližší, než pojem souřadnice (z-ová), aspoň v začátcích.

Ponevadž pak jedním z nejdůležitějších cílů vyučování deskř. geometrii je praxe, nutno i z tohoto důvodu přihlížeti více ke kotov. promítání, jehož se v praxi stavitelské zhusta užívá.

KONRÁD ROTREKL (*Hranice, rG*):

Národohospodářská aritmetika v našich středoškolských učebnicích.

Ve vyučovacích osnovách pro střední školy jest zdůrazněno, že národohospodářské matematice má se na střední škole věnovati obzvláštní péče. Pro odborné školy (obchodní) se toto rozumí samo sebou. Pokud naše středoškolské učebnice tomuto požadavku vyhovovaly, a co by bylo dobré v nových ještě v tom směru učiniti, bude předmětem úvahy tohoto článku.

Národohospodářská aritmetika bývá probírána ve dvou hlavních skupinách podle toho, zda jde o důchody pevné či jisté aneb o důchody odvislé od jistých nahodilých (byť mnohdy podle zákona velikých čísel se opakujících) okolností. Prvé skupině říká se aritmetika finanční, druhé aritmetika pojišťovací.