Book Reviews

Applications of Mathematics, Vol. 47 (2002), No. 1, 77--80

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/134485`

BOOK REVIEWS

Michel L. Lapidus, Machiel van Frankenhuysen: FRACTAL GEOMETRY AND NUMBER THEORY. Complex Dimensions of Fractal Strings and Zeros of Zeta Functions. First Edition. Birkhäuser Verlag, Boston-Basel-Berlin 1999, xii+268 pages, 26 figures. ISBN 3-7643-4098-3, price DM 118.–.

The aspects of fractal, spectral and arithmetic geometries are merged in the present monograph and the entirely new research material developed by the authors over the last four years is presented. A fractal drum is a bounded open subset of $\mathbb{R}^m$ with fractal boundary, a fractal string $\mathcal{L}$ (a union of open disjoint intervals of lengths l_j) is its one-dimensional version, fractal sprays are certain simple generalizations of strings to higher dimensions. The relationship between the shape of a fractal drum and its sound (the spectrum of wave frequencies favoured by the shape—e.g. $\{f_{jk} = kl_j^{-1},\ k, j = 1, 2, \ldots\}$ for a string) is a complicated problem deserving deep attention because of its connections to many other questions. An important information about the string geometry is offered by its *geometric zeta function* $\zeta_{\mathcal{L}}(s)$ equal to the sum of all l_j^s, whereas spectral properties are reflected by the *spectral zeta function* $\zeta_\nu(s)$—the sum of all f_{jk}^{-s}. The geometry and sound of $\mathcal{L}$ are connected by the formula $\zeta_\nu(s) = \zeta_{\mathcal{L}}(s)\zeta(s)$, where $\zeta(s)$ is the classical Riemann zeta function. This formula is proved in the first chapter and the above basic notions are illustrated by considering the Cantor fractal string and spray generated by the usual ternary Cantor set. Further, the central notion of the book—the complex dimensions $\mathcal{D}_{\mathcal{L}}$ of $\mathcal{L}$—is introduced (e.g. if $\zeta_{\mathcal{L}}(s)$ has a meromorphic extension to the whole complex plane, then the set of poles of $\zeta_{\mathcal{L}}$ is the set of complex dimensions of $\mathcal{L}$) and the general theme of the monograph is formulated as follows: *the complex dimensions describe oscillations in the geometry and the spectrum of a fractal string.*

The notion of complex dimensions is the main topic of the next chapter: self-similar strings of the lattice and non-lattice types are examined, the Euler product formula for $\zeta_{\mathcal{L}}(s)$ and the key theorem summarizing the basic properties of $\mathcal{D}_{\mathcal{L}}$ are proved.

In Chapter 3, the measure theoretic approach is adopted. *Generalized fractal strings* are introduced as measures of special type (local complex or local positive with zero total variation measure on $(0, x_0)$, $x_0 < \infty$) on $(0, \infty)$. They cannot be interpreted since geometric objects, in general, as the multiplicities of individual string lengths need not be integral in the corresponding string. Two illustrative examples are a generalized Cantor string with lengths a^{-n} and multiplicities b^n with noninteger b and the *prime string* with segment lengths p^{-m} and multiplicities $\log p$ (p runs over all prime numbers and m runs over natural numbers). However, they are flexible tools for dealing with virtual geometries and their spectra and for examining several classes of spectral functions.

The development of technical tools of the theory continues in the following two chapters by establishing pointwise and distributional explicit formulas, e.g. for the counting functions of the lengths and the frequencies of generalized fractal strings and sprays, and by presentating several examples. In particular, the consideration of the prime string leads to the Prime Number Theorem and to the Riemann-von Magoldt formula.

The subsequent chapters are devoted to the investigation of the geometric and spectral information contained in the complex dimensions. The volume of tubular neighbourhoods of a fractal string is evaluated in Chapter 6 and a new criterion for the Minkowski measurability of a fractal string in terms of complex dimensions is found. Chapter 7 covers the inverse spectral problem, namely the possibility to deduce geometric information from the spectrum of a fractal string or, in other words, to answer a suitably reformulated question of Mark Kac: Can one hear the shape of a fractal string? The affirmative answer is obtained for Minkowski measurable strings provided that their fractal dimension is not $\frac{1}{2}$. The problem is closely connected with the Riemann Hypothesis concerning the position of zeros of $\zeta(s)$ on the line Re $s = \frac{1}{2}$, which is thus given a geometric setting.

The geometry and spectrum of generalized Cantor fractal strings are considered in chapters 8 and 9. In particular, the connections between oscillations in the geometry and the spectrum are elucidated. The closing chapter includes several suggestions for the direction of future research. New definitions of fractality and lacunarity are proposed, relations between fractality and self-similarity discussed, cohomological interpretation of the complex dimensions of a fractal is suggested and various problems related to the examination of dynamical systems are reviewed. Two appendices on Zeta Functions in Number Theory and on Zeta Functions of Laplacians and Spectral Asymptotics close the book.

The new approach to the many famous problems will certainly be appreciated by researchers in number theory, fractal and spectral geometry, dynamical systems and mathematical physics as well as by graduate students.

Ivan Saxl

G. T. Hermann, A. Kuba (eds.): DISCRETE TOMOGRAPHY. Foundations, Algorithms, and Applications. Birkhäuser Verlag, Boston-Basel-Berlin 1999, xxii + 479 pages, 155 figures. ISBN 3-7643-4101-7, price DM 196.–.

The impulses giving rise to this book are the spontaneous development in the x-ray based diagnostic radiology with wide applications in biological, clinical and material research as well as in industry, and the last but not the least—the 1998 U.S.—Hungary Workshop on discrete tomography. Twenty one self-contained but carefully unified papers are collected into three parts and form together a book reflecting the up-to-date state of affairs in computerized tomography with an accent on its discrete version. Consequently, the principles and algorithms of multidimensional construction and reconstruction of images from their projections are described for the special case of low valued (at best binary) density functions.

The wide range of mathematical, in particular spatial statistical, numerical and practical problems covered in the book will be perhaps suitably characterized by a simple enumeration of chapter contents and titles without explicitly giving the 41 names of their authors.

The first part entitled "Foundations" opens with a historical overview tracing the connections to analysis of functions, convex geometry and combinatorics and delineating the characteristic difference between the computerized tomography analysing typically hundreds of projections and the discrete tomography with two to four projections only (the examined or constructed objects are described by discrete, frequently only binary, functions defined on integer lattices $\mathbb{Z}^d$ in $\mathbb{R}^d$). The mutual connections are then indicated between topics discussed in the subsequent chapters, in which uniqueness and additivity in $\mathbb{Z}^d$, tomographic equivalence of grid binary pictures, inverse problems, and the reconstruction of plane figures, two-valued functions, matrices and connected sets from their line projections are examined.

The second part is devoted to algorithms used in tomographic reconstructions which usually translate into solving underdetermined systems of equations leading to a large class of solutions. The importance of Gibbs distributions and Markov random fields in the construction of probabilistic models of images is emphasized in several contributions. Multiscale Bayesian methods are applied to both the segmentation and parameter estimation, an algebraic solution of 3D x-ray crystallographic problems is presented, a new EM algorithm extending the common EM/EL algorithm is proposed and used in reconstructing a binary function defined on a finite subset of $\mathbb{R}^2$. Finally, an approximate method for the reconstruction of compact homogeneous 2D object with an extension to the 3D case is considered.

Seven chapters of the last part describe selected applications. The industrial applications consider the production of digital models of objects, e.g. highly complex worn-out industrial parts with lost documentation etc. All surfaces of the object can be simultaneously visualized in the so called 3D point cloud picture; contours are then extracted, loaded into computer aided design program and finally the engineering drawings of the part is produced. Another industrial application is the diagnostics of material flaws by non-destructive radiography; an example of Bayesian binary 3D tomographic reconstruction of radiographs is shown and discussed. Further applications include heart chamber reconstruction from biplane angiography, tomographic interpretation of 3D electromicroscopic images of biological macromolecules, tomography on the 3D torus with applications in crystallography, diffuse planar tomography, and synthetic projections applicable to the pictorial information retrieval, queries on image databases, geographic information systems etc.

Each chapter is closed by numerous and very recent references and the book thus maps in detail the latest development and tools in discrete tomography. It will be useful as an introduction as well as an authoritative guide in the applications of this rashly developing field of great utility. It can be recommended to mathematicians, researchers and practitioners in computer imaging and engineering, image processing and reconstruction.

Ivan Saxl

Miroslav Brdička, Ladislav Samek a Bruno Sopko: MECHANIKA KONTINUA. Academia, Česká matice technická, Ročník CV, Číslo spisu 481, Praha 2000, 2. opravené vydání. ISBN 80-200-0772-5, cena 445,– Kč.

Kniha je rozšířením známé „Mechaniky kontinua" profesora Karlovy univerzity Miroslava Brdičky, podle které se učilo několik generací studentů MFF UK a dalších vysokých škol. Klade si za cíl podat jednotným způsobem základy klasické mechaniky kontinua tak, aby po jejím prostudování bylo možno bez obtíží pokračovat ve studiu příslušné speciální literatury. Kniha je vhodná jak pro přednášky, tak k samostatnému studiu. Předpokládá pouze základní vědomosti z diferenciálního a integrálního počtu, teorie diferenciálních rovnic, komplexní proměnné a variačního počtu. Nutné partie z tenzorového počtu jsou vyloženy v úvodní kapitole. Tato teorie je ve druhé kapitole rozšířena o obecný tenzorový počet v metrických prostorech a kovariantní formulace zákonů mechaniky kontinua. Zmíněné znalosti se však v dalším textu nepředpokládají.

Kniha obsahuje celkem 18 kapitol uspořádaných do tří částí. První část je obecná, v druhé je podána klasická teorie pružnosti a třetí je věnována hydromechanice a aeromechanice. Studium mechaniky tekutin je téměř nezávislé na studiu druhé části.

V první části v kapitole III. a IV. jsou zavedeny základní pojmy jako tenzory napětí a deformace, objemové a plošné síly, jejich transformace mezi různými souřadnými systémy a další základní vztahy.

Ve druhé části jsou nejprve podrobeny zkoumání vztahy mezi napětím, deformací a rychlostí deformace. Sem ovšem patří klasický a zobecněný Hookův zákon, formulace základních úloh teorie pružnosti, dynamické rovnice izotropního elastického prostředí a rovnice kompatibility v napětích.

Druhá část pokračuje v VI. kapitole energetickými úvahami vyjadřujícími měnící se energetické poměry v kontinuu v průběhu jeho deformace. Je zde kvantifikována energie deformace, formulována věta o minimu potenciální energie, Castiglianův princip, Hamiltonův princip, Saint-Venantův princip a princip jednoznačnosti řešení okrajových úloh v klasické teorii pružnosti.

VII. kapitola je věnována jednoduchým problémům elastické rovnováhy, jako jsou deformace válce, rozložení napětí ve skořepině, torze a ohyb tyče.

V VIII. kapitole jsou diskutovány matematické problémy vznikající při řešení soustavy rovnic rovnováhy nejprve pro úplnou soustavu a posléze za předpokladu, že jedna složka posunutí může být zanedbána a problém uvažován jako rovinný.

Zbývající dvě kapitoly druhé části (tj. IX. a X.) se zabývají elastickými vlnami v neomezeném prostředí (podélné a příčné vlny, odraz rovinných elastických vln, povrchové Rayleighovy vlny) a kmity strun, membrán a tyčí (odvození a řešení rovnice struny, membrány a tyče pro podélné, torzní a ohybové kmity).

Třetí část knihy začíná XI. kapitolou o hydrostatice (rovnice rovnováhy tekutin, Pascalův a Archimedův zákon a otázky související). Následuje kapitola XII. zabývající se kinematikou tekutin (Lagrangeova a Eulerova metoda, trajektorie a proudnice, rychlost translace, rotace a deformace, vírové čáry a trubice, cirkulace rychlosti).

Po tomto úvodu jsou ve XIII. kapitole odvozeny základní rovnice pohybu dokonalých tekutin (rovnice kontinuity, pohybové rovnice, rovnice energie, počáteční a okrajové podmínky).

V kapitole XIV. je ukázáno použití těchto rovnic při popisu jednoduchých fyzikálních situací (Bernoulliho rovnice, zvukové vlny, nárazový pohyb). Další typy proudění jako nevířivé proudění (proudění v prostoru a v rovině, proudová funkce, obtékání válce, použití konformního zobrazení, profil Žukovského) a vířivé proudění (vznik vírů, Helmholtzovy věty, vírová vlákna a řady, Kármánův vzorec pro odpor tekutiny kladený pohybujícímu se tělesu) jsou studovány v kapitole XV. a XVI.

XVII. kapitola se zabývá vlnami na povrchu dokonalé nestlačitelné tekutiny (dynamická Bernoulliho rovnice, gravitační vlny, kapilární vlny, skupinová rychlost, Gerstnerovy trochoidální vlny).

V poslední, XVIII. kapitole, jsou vyloženy základy dynamiky viskózních tekutin (Navierova-Stokesova rovnice, disipace energie, rovnice toku tepla, zákon podobnosti, stacionární proudění mezi stěnami, laminární proudění trubicí, stacionární rotační pohyb, difuze víru, translace koule ve vazké tekutině, Stokesův vzorec, mezní vrstva).

Ke každé kapitole jsou zadány fyzikální úlohy praktického významu, jejichž úplné řešení je uvedeno v závěru knihy. Aplikace teorie, například základních zákonů, bilančních rovnic a matematického aparátu, je také přímo v textu trénována na řešení příkladů. Kniha je vybavena bohatým jmenným a věcným rejstříkem a odkazy na další literaturu na konci každé kapitoly.

Kniha má jednoznačně fundamentální význam pro vysoké školy přírodovědného a technického typu a výzkumné organizace podobného zaměření. Autorům se podařilo vytvořit skutečně reprezentativní moderní učebnici a referenční monografii mechaniky kontinua citlivým prohloubením vynikající učebnice Brdičkovy. Rozhodně by neměla chybět v knihovnách výše uvedených institucí.

Ivan Straškraba