Bořivoj Kepr
Příspěvek k proniku dvou ploch

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 1 (1956), No. 3, 242

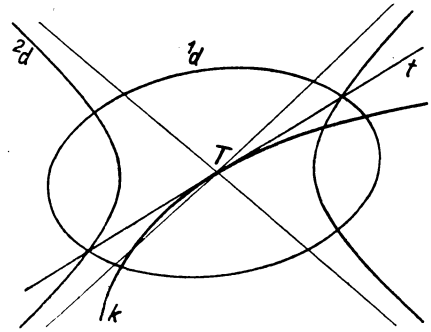
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137135

BOŘIVOJ KEPR

PŘÍSPĚVEK K PRONIKU DVOU PLOCH

Nechť ${}^i\varkappa$ $(i = 1, 2)$ jsou dvě plochy, ${}^1\varkappa \neq {}^2\varkappa$, a nechť $k \subseteqq {}^1\varkappa \cap {}^2\varkappa$ je křivkou. Nechť $T \in k$ je regulárním bodem na ${}^i\varkappa$. Potom, jak známo, platí pro tečnu t křivky k v T, že $t = {}^1\tau \cap {}^2\tau$, kde ${}^i\tau$ je tečnou rovinou plochy ${}^i\varkappa$ v T, za předpokladu ${}^1\tau \neq {}^2\tau$. Tím je dána známá konstrukce t v $T \in k \subseteqq {}^1\varkappa \cap {}^2\varkappa$. Tato konstrukce ovšem selhává v případě, když ${}^1\tau = {}^2\tau$. Zabývejme se proto nyní konstrukcí t v $T \in k$ v případě, že je právě ${}^1\tau = {}^2\tau = \tau$, to jest zabývejme se konstrukcí tečny v bodě průniku, ve kterém obě plochy mají společnou právě tečnou rovinu a ve kterém tedy nemají styk řádu vyššího, než právě toho, který připouští existenci právě jen společné tečné roviny.

Jak je všeobecně známo, je Dupinova indikatrix d plochy $\varkappa$ v jejím regulárním bodě T přibližně podobná křivce $\bar{d}$, v níž plochu $\varkappa$ protíná rovina $\bar{\tau}$ rovnoběžná s příslušnou rovinou tečnou τ v T, jejíž vzdálenost od této roviny tečné je dostatečně malá. V dalším budeme uvažovat zároveň Dupinovu indikatrix ${}^1d$, resp. ${}^2d$ pro plochu ${}^1\varkappa$, resp. ${}^2\varkappa$ ve společné tečné rovině τ v T jen tehdy, je-li indikatrix ${}^1d$ resp. ${}^2d$ přibližně podobná křivce ${}^1\bar{d}$ resp. ${}^2\bar{d}$, v níž protíná plochu ${}^1\varkappa$ resp. ${}^2\varkappa$ táž rovina $\bar{\tau} \parallel \tau$ v dostatečně malé vzdálenosti od τ. Předpokládejme dále, že křivka k má v T určitou oskulační rovinu ${}^0\tau$. Na podkladě uvedených předpokladů lze vyslovit větu:



Obr. 1.

Tečna t průniku k ploch ${}^1\varkappa$ a ${}^2\varkappa$ v bodě T, v němž obě plochy mají společnou právě tečnou rovinu τ, je přímka, určená bodem T a společným bodem indikatrix ${}^1d$ a ${}^2d$ ploch ${}^1\varkappa$ a ${}^2\varkappa$ v T.

Důkaz:

Předpokládejme nejdříve, že křivka k má v T oskulační rovinu ${}^0\tau \neq \tau$. Nechť ${}^ik = {}^0\tau \cap {}^i\varkappa$. Křivky ${}^1k$ a ${}^2k$ podle známé věty z diferenciální geometrie mají v T touž křivost jako k. Pro normálovou rovinu ${}^i\nu \ni t$ plochy ${}^i\varkappa$ v T platí ${}^1\nu = {}^2\nu = \nu$. Podle věty Meusnierovy a vzhledem k tomu, že křivky ${}^1k$ a ${}^2k$ mají v T touž křivost, snadno nahlédneme, že i křivky ${}^1k^\nu$ a ${}^2k^\nu$, kde ${}^ik^\nu = \nu \cap {}^i\varkappa$, mají v T touž křivost. Z toho však plyne, že t prochází společným bodem kuželoseček ${}^1d$ a ${}^2d$ a samozřejmě bodem T (viz obraz). Nechť je nyní ${}^0\tau = \tau$. V tomto případě se k v T dotýká asymptotické křivky ${}^ik^a$ plochy ${}^i\varkappa$. Tečna t křivky k v právě uvažovaném případě je asymptotou kuželosečky ${}^id$. Připustíme-li do úvahy i nevlastní body kuželosečky ${}^id$, zůstává věta v platnosti i v případě ${}^0\tau = \tau$. Tím je věta dokázána.

Poznámka:

V důsledku předpokladu, že ${}^1\varkappa$ a ${}^2\varkappa$ mají v T společnou právě jen tečnou rovinu, je ${}^1d \neq {}^2d$. Odtud ihned plyne, že k má v T bod dvojnásobný. Kdy je bod T uzlem, bodem vratu nebo bodem isolovaným, je okamžitě patrno. Hovoříme-li proto o existenci oskulační roviny ${}^0\tau$ v bodě T křivky k, musíme uvažovat vždy pouze jednu větev křivky k, jdoucí bodem T.

V případě, že plocha ${}^i\varkappa$ je plochou rotační nebo kvadrikou, lze výsledek uvedené věty snadno aplikovat konstruktivně, protože v uvedených případech nečiní sestrojení křivky ${}^id$ obvykle potíží, a průsečíky soustředných kuželoseček ${}^1d$ a ${}^2d$ lze konstruktivně poměrně snadno zvládnout.