

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jiří Sedláček

Sto let od narození W. Sierpińskiego

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 27 (1982), No. 5, 248--252

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137790>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

A to jsou významné podněty Jednoty, které pro ni hned na počátku její existence získaly významné postavení v české vědecké veřejnosti.

Je zřejmé, že bez přípravné práce, kterou vykonal svou téměř osmiletou činností studentský Spolek pro volné přednášky z matematiky a fyziky by bylo možno jen obtížně rozvinout na počátku sedmdesátých let obsáhlou činnost ve prospěch rozvoje české matematiky a fyziky. Stalo se pak v dalším vývoji tradicí, že Jednota uměla svépomocí zasáhnout vždy v té oblasti matematiky a fyziky, které se nedostávalo institucionálního zajištění. Profil, cíle, zaměření práce Jednoty se měnily, měnily se generace jejích členů, rostl počet členstva, ale základní znaky její činnosti, které si přinesla při svém zrodu, stále trvají a jsou plodné. Proto se i dnes naše Jednota k nim hlásí a snaží se je rozvíjet v podmínkách socialistické společnosti.

Sto let od narození W. Sierpińského

Jiří Sedláček, Praha



Letos uplyvá už celé století ode dne, kdy se narodil slavný polský matematik Wacław Sierpiński, a není proto pochyb, že o tomto jubileu budou psát matematické časopisy v Polsku i v různých jiných končinách světa. Pro českou a slovenskou vědu má toto kulaté výročí zvláštní význam, neboť W. Sierpiński měl vždycky vřelý vztah k československé matematice a také naši matematikové i naše vědecké instituce si velmi vážili tohoto světového vědce. Tak od roku 1923 byl W. Sierpiński čestným členem Jednoty čs. matematiků a fyziků, v roce 1930 se stal zahraničním členem Královské české společnosti nauk, roku 1948 mu Univerzita Karlova v Praze udělila čestný doktorát a od roku 1960 byl zahraničním členem ČSAV.

Wacław Sierpiński se narodil ve Varšavě 14. března 1882 v rodině známého lékaře Konstanty Sierpińského (1853–1924). Matka trpěla tuberkulózou a záhy zemřela

(roku 1893). Během její choroby chlapce vzdalovali z její blízkosti z obavy, aby se nenakazil. Z tohoto manželství se narodila ještě dcera, a když se otec po matčině smrti znova oženil, přibyla do rodiny dcerka další.

Na klasickém gymnáziu, které mladý Sierpiński ve Varšavě navštěvoval, učili tehdy matematiku E. Poznański a W. Włodarski a mezi svými spolužáky našel několik později proslavených vědeckých pracovníků (např. astronoma T. Banachiewicz a historik M. Handelsmana). Už za gymnazijních studií si Sierpiński zamiloval matematiku a začal se jí spolu s několika svými spolužáky věnovat hlouběji. O toto včasné probuzení zájmu měl částečně zásluhu i tehdejší jejich učitel W. Włodarski, jehož výuka v mnohém překračovala běžný rámec. Włodarski také ihned rozpoznal, že Sierpiński má pro matematiku mimořádný talent.

Na podzim roku 1900 začal W. Sierpiński studovat na varšavské univerzitě, která byla tehdy ještě carská. Významnou osobností profesorského sboru byl v té době G. Voronoj, odborník v teorii čísel. Pod vlivem prof. Voroného se Sierpiński v raném stadiu své vědecké kariéry věnoval číselné teorii a hned jeho první práce měla nesmírný ohlas. Vznikla, když roku 1903 byl z podnětu Voroného vypsán konkurs na téma z teorie čísel. Sierpiński se konkursu zúčastnil a univerzita mu za jeho příspěvek udělila zlatou medaili (1904). V práci šlo o odhad počtu mřížových bodů, které leží uvnitř kruhu se středem v počátku a s daným poloměrem nebo na hranici tohoto kruhu. Mřížovým bodem v rovině se přitom rozumí bod, jehož obě souřadnice jsou celá čísla. Dá se tušit, že zmíněný počet mřížových bodů přibližně odpovídá obsahu kruhu. Nechť $A(x)$ je počet mřížových bodů, jež jsou vnitřními nebo hraničními body kruhu se středem v počátku a s poloměrem \sqrt{x} (kde x je kladné číslo). Jaké chyby se dopustíme, když $A(x)$ nahradíme číslem πx ? Už roku 1837 dokázal C. F. Gauss, že existuje kladná konstanta c_1 tak, že pro každé kladné číslo x platí

$$|A(x) - \pi x| < c_1 x^{1/2}.$$

Sierpińskému se roku 1904 podařilo zlepšit tento výsledek tím, že dokázal existenci kladné konstanty c_2 s touto vlastností: Pro každé kladné číslo x platí

$$|A(x) - \pi x| < c_2 x^{1/3}.$$

Gaussův exponent $\frac{1}{2}$ snížil tedy W. Sierpiński na hodnotu $\frac{1}{3}$. Na první pohled se snad zdá, že je to zlepšení nepatrné, ale důkaz je obtížný a obsáhl 40 stran. E. Landau podal později jiný důkaz Sierpińského věty, který má „jen“ 25 stránek. Jedenáct let po Sierpińském (1915) ukázali G.H. Hardy a E. Landau, že se Sierpińského exponent nedá snížit pod hodnotu $\frac{1}{3}$. Pak následovalo několik postupných zlepšení exponentu $\frac{1}{3}$ (van der Corput 1923, Littlewood a Walfisz 1924, Walfisz 1925, Vinogradov 1932, Titchmarsh 1934, Hua 1942), ale i to poslední (Chen-Jing-Run 1963) je jen zhruba o jednu setinu lepší než Sierpińského výsledek z roku 1904.

Po krátkém učitelském působení na dívčím gymnáziu odchází W. Sierpiński do Krakova na Jagellonskou univerzitu, kde v roce 1906 skládá doktorské zkoušky a získává doktorát filozofie. Jeho disertace byla o dva roky později uveřejněna pod názvem *O sumowaniu szeregu $\sum \tau(n)f(n)$, gdzie $\tau(n)$ jest liczbą rozkładów n na sumę dwóch kwadratów.*

Roku 1907 zjistil Sierpiński, že poloha bodu v rovině se dá charakterizovat jediným reálným číslem, což se mu zdálo být paradoxní. Napsal o tom svému příteli T. Banachiewiczovi, který tehdy dlel studijně v Göttingen. Přítel mu odpověděl telegramem, v němž prý stálo jediné slovo: Cantor. Za telegramem přišla do Polska příslušná literatura a od té doby se datuje zájem Sierpińského o teorii množin. Tato malá příhoda, kterou citujeme podle Sierpińského memoárů, vyvolá možná úsměv dnešních studentů, ale situace na počátku století byla jiná než dnes, kdy se množinově modernizuje i školská matematika.

Ještě v roce 1907 ztrávil Sierpiński několik měsíců v Göttingen a setkal se tam s E. Landauem, který na tamní univerzitě působil jako profesor. Roku 1908 se W. Sierpiński z podnětu J. Puzyna habilitoval na univerzitě ve Lvově (jeho habilitační práce měla název *Pojęcie odpowiedniości w matematyce*) a na podzim téhož roku začal se svými univerzitními přednáškami. Nejprve to byla klasická matematika, ale už v dalším roce ohlásil systematický kurs teorie množin. Historikové matematiky se shodují v názoru, že to byl i ve světovém měřítku první univerzitní kurs této teorie. Sierpińského posluchači tehdy byli mj. O. Nikodym a S. Ruziewicz, pozdější dobře známí profesori matematiky. Roku 1910 se Sierpiński stal mimořádným profesorem na Lvovské univerzitě a z jeho tehdejších doktorandů si připomeňme S. Mazurkiewiczze. Už rok po dosažení doktorátu (1913) napsal Mazurkiewicz se Sierpińským společnou práci.

První světová válka zastihla Sierpińského na Bílé Rusi, odkud se mu za přispění moskevských matematiků podařilo dostat se do Moskvy. Mohl tam za válečných poměrů i vědecky pracovat a uveřejnil několik společných prací s N. N. Luzinem. V únoru 1918 se vrací na jeden semestr do Lvova, ale už na podzim téhož roku je povolán do Varšavy, kde se v květnu 1919 stává řádným profesorem. Nezůstává však jen u práce vědecké a pedagogické: Roku 1920 zakládá spolu s S. Mazurkiewiczem časopis *Fundamenta Mathematicae*, specializovaný na teorii množin, a po řadu let je pak i jeho hlavním redaktorem.

Za druhé světové války, kdy se z Polska stal tzv. generální gouvernement, pracoval W. Sierpiński formálně jako úředník varšavského magistrátu, ale tajně se zabýval svou vědou. Roku 1940 se mu podařilo poslat několik článků do Itálie a tam je uveřejnit. Sedm z těchto prací končí poznámkou, že důkazy příslušných tvrzení vyjdou později v časopise *Fundamenta Mathematicae*. V těch nejistých dobách to bylo spíše jen pisatelovo zbožné přání, aby se všechny věci zase obrátily k dobrému. *Fundamenta* totiž za okupace nevycházela (stejně jako ostatní vědecký tisk). Válečné události postihly později i celou rodinu Sierpińských na citlivém místě. Po potlačení varšavského povstání musela rodina opustit svůj byt a Sierpiński tím přišel i o svou soukromou knihovnu, kterou budoval čtyřicet let. Vzala za své i jeho vědecká korespondence s významnými osobnostmi, v níž byly např. dopisy od G. Cantora, H. Lebesguea, E. Zermela aj.

Konečně válka skončila a polská matematika ji přežila, třebaže utrpěla obrovské personální i materiální ztráty. W. Sierpiński roku 1945 o tři roky překročil šedesátku, ale už v letním semestru toho roku přednáší na Jagellonské univerzitě v Krakově (první přednáška 23. března 1945). Od podzimu 1945 je na své katedře ve Varšavě a začínají vycházet také *Fundamenta Mathematicae*. Po Mazurkiewiczově smrti (1945) se jejich druhým redaktorem stává K. Kuratowski. Sierpiński a Kuratowski redigují pak tento

časopis společně až do r. 1951; po tomto datu zůstává Sierpiński ve vedení časopisu nadále jako čestný redaktor.

Po válce se také uzavřelo dlouhé období, v němž se W. Sierpiński věnoval teorii množin a topologii. Roku 1948 se znovu vrací k číselné teorii a publikuje jednoduchý důkaz tvrzení, že existuje nekonečně mnoho pseudoprvočísel, tj. složených čísel n takových, že n dělí $2^n - 2$. V semináři z let 1950–66 formuluje pak řadu problémů o pseudo-prvočíslech, které řeší buď on sám, nebo jeho studenti. Jiným okruhem otázek, jimž se tato škola věnovala, byly vlastnosti Eulerovy funkce φ apod. Sledujeme-li výsledky této polské skupiny (a autorů, kteří na ni ve světě navázali), můžeme bez nadsázky mluvit o renesanci elementární teorie čísel.

W. Sierpiński napsal celkem 724 vědeckých prací z číselné teorie, teorie množin, topologie, teorie reálných funkcí a matematické analýzy. Kromě toho z jeho pera vyšlo 50 knih a brožur, z nichž mnohé byly přeloženy do cizích jazyků (jedna též do češtiny). Seznam jeho literárního díla obsahuje rovněž patnáct skript a sedm školských učebnic, na nichž pracoval jako spoluautor. Množství článků popularizačních, historických a příležitostných snad není dosud úplně podchyceno. Neuvěřitelná pracovitost mu zůstávala až do posledních let života.

Dočkal se mnoha poct a akademických uznání v Polsku i na mezinárodním poli, byl čestným doktorem řady univerzit a členem mnoha vědeckých společností. Pořadatelé matematických kongresů a konferencí si pokládali za čest pozvat ho k přednáškám. Nás může zajímat, že se W. Sierpiński zúčastnil společného sjezdu matematiků československých a polských, který se konal v Praze roku 1949. Sjezdu společně předsedali B. Bydžovský za československou stranu a W. Sierpiński za stranu polskou*). V roce 1955 byl W. Sierpiński u nás znovu při příležitosti čtvrtého sjezdu československých matematiků.

Sierpińského život naplněný prací, vědeckými úspěchy i strádáním za druhé světové války skončil 21. října 1969. Zemřel ve Varšavě po delší nemoci, která ho od podzimu 1967 upoutala na lůžko, ale jeho dílo žije dál v práci jeho nesčetných žáků a jeho knihy nacházejí stále nové čtenáře. V roce 1971 byl po něm nazván jeden kráter na Měsíci. Kromě toho jedna ulice ve Varšavě nese jeho jméno a Matematický ústav Polské akademie věd jeho jménem označil svou hlavní posluchárnu.

Dovolu, abych tento článek zakončil osobní vzpomínkou. Setkal jsem se s prof. W. Sierpińským dvakrát, poprvé v srpnu 1962 na mezinárodním matematickém kongrese ve Stockholmu, kde přednášel v posluchárně naplněné do posledního místa, a podruhé o dva roky později ve Varšavě, když polská matematická obec vzpomínala šedesáti let jeho vědecké a pedagogické práce. Byli jsme tehdy, moje žena a já, pozváni do jeho bytu k přátelskému posezení, na němž se sešla i početná skupina jeho bývalých žáků, mladších i starších. V šedesátých letech jsem měl i tu čest a potěšení, že jsem si s prof. W. Sierpińským mohl dopisovat. Jsem rád, že jsem tohoto velkého matematika poznal zblízka a při sepisování této vzpomínky jsem si ho znovu připomněl. Mám jen obavu, že tyto kusé řádky příliš nedokonale vystihují tak vzácnou vědeckou osobnost.

) Byli to generační druhové. B. Bydžovský (14. března 1880) byl přesně o dva roky starší než W. Sierpiński a zemřel 6. května 1969 — jen o několik měsíců dříve než W. Sierpiński.

Prípojuji proto literaturu, v níž zájemce najde zasvěcenější výklad o prof. W. Sierpińském a jeho díle.

Literatura

- [1] M. M. FRYDE: *Waclaw Sierpiński — Mathematician*. The Polish Review, Vol. VIII., No. 1, 1963, 1—8.
- [2] M. S.: *Polish mathematician honored at tercentenary of Académie des Sciences*. The Polish Review Vol. XI., No 3, 1966, 3—7.
- [3] *Odnowienie po 50-ciu latach doktoratu Wacława Sierpińskiego*. Wiadomości matematyczne, Seria II., 1959, 1—7.
- [4] A. ROTKIEWICZ: *W. Sierpiński's works on the theory of numbers*. Rendiconti del circolo matematico di Palermo, Serie II — Tomo XXI, 1972, 5—24.
- [5] A. SCHINZEL: *Waclaw Sierpiński*. Warszawa 1976.
- [6] W. SIERPIŃSKI: *O polskiej szkole matematycznej*. Problemy, XIX., Nr. 3, 1963, 146—155.
- [7] W. SIERPIŃSKI: *The Warsaw school of mathematics and the present state of mathematics in Poland*. The Polish Review, Vol. IV., No 1—2, 1959, 1—13.

O riešení niektorých nerozhodnuteľných topologických problémov

W. W. Comfort, Middletown, USA

1. Úvod

Dovoľte, aby som sa vám poďakoval za milé privítanie a príhovor. Takisto ďakujem Paulovi Meyerovi z organizačného výboru za pozvanie. Je pre mňa potešením a čťou prednášať na tejto Akadémii.

Chcel by som popísať niekoľko axiém známych z literatúry a niektoré problémy, ktoré boli pomocou týchto axiém vyriešené alebo rozhodnuté. Som však predovšetkým topológ a nie logik alebo množinový teoretik. Domnievam sa, že vás zaujmem a možno i pobavím úvahami na tému: Axiómy ako dopravný prostriedok na priblíženie sa k topologickým problémom. Axiómy, o ktorých budem hovoriť, sa navzájom líšia a slúžia rôznym (niekedy dokonca protichodným) cieľom. Hneď na začiatku vás chcem upozorniť, že ani jednu z nich nemienim odporúčať ako najvyhovujúcejšiu ľudským

W. WISTAR COMFORT: *Deciding some undecidable topological statements*. Annals of the New York Academy of Sciences, Vol. 321 (1979) — Papers in Mathematics, pp. 9—26. Preložil PETER VORTÁŠ.
© The New York Academy of Sciences 1979.