Meta olympiáda

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 3, 159

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138036

^{meta}OLYMPIÁDA

Uveřejňujeme třetí čtveřici úloh naší metodické olympiády. Úlohy jsou různé úrovně, tematiky aspoň zčásti netradiční. Poskytují dosti příležitostí k experimentování.

ÚLOHA 9. Stejné pivní tácky $P_1, P_2, \ldots, P_n$ $(n \geqq 3)$ jsou na stole umístěny tak, že tvoří uzavřený řetězec a že se každý tácek P_i dotýká (vně) tácku $P_{i+1}(P_{n+1} = P_1)$. Další tácek P s nimi shodný se kotálí tak, že se stále dotýká aspoň jednoho z tácků $P_1, P_2, \ldots, P_n$. Kolik otoček vykoná P při jednom „oběhu" řetězce?

ÚLOHA 10. Zjistěte, zda existuje takových deset bezprostředně po sobě následujících přirozených čísel, že jejich součet je dělitelem součtu jejich dvojmocí. Je-li úloha řešitelná, najděte všechna její řešení.

ÚLOHA 11. Je dána konečná množina o n prvcích $(n \geqq 1)$. Vyberte 2^{n-1} jejích podmnožin tak, aby každé tři z těchto podmnožin měly neprázdný průnik. Dokažte, že pak všecky vybrané podmnožiny mají právě jeden společný prvek.

ÚLOHA 12. V prostoru je dáno pět bodů A, B, C, D, E těchto vlastností:

a) $AB = BC = CD = DE = EA$;

b) $\sphericalangle EAB = \sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = \sphericalangle CDE = \sphericalangle DEA$.

Dokažte, že body A, B, C, D, E leží v rovině.

Řešení, označená výrazně „Metaolympiáda", zašlete redakci *Pokroků* do 31. srpna 1972.

W. L. SCHAAF:

Předpokládá se, že další vývoj matematiky bude podobný tomu, který proběhl v geometrii po objevení neeukleidovské geometrie. Nelze předpokládat, že všeobsažná matematika může zahrnout všechna odvětví bez vnitřních protikladů. Při pohledu do daleké budoucnosti některé autority věří, že paradoxy, které zamořily matematiku od dob Zenona, jsou neřešitelné, a že matematika kontinua bude opuštěna a úspěšně nahrazena takovou, ve které tyto paradoxy nemohou vzniknout. Nikdo ovšem nemůže předpovědět, co se stane.

A co školská matematika zítřka? Ačkoliv je to nebezpečné, odvážím se předpovědět další vývoj. Se vší pravděpodobností bude školská matematika v základních školách dělat zobecňování již v nižších třídách, bude studovat s větší pozorností intuitivní geometrii a bude připravovat základy strukturálního pojetí matematiky někde na středním stupni. Pokud jde o střední školu, zdá se, že matematika v 7.—9. třídě je již pro tyto změny vhodná, i když je tu nebezpečí určité stereotypnosti. Matematika 11. a 12. tříd není zcela jasná, protože se bude přizpůsobovat měnícím se podmínkám.