

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Rudolf Zelinka

III. mezinárodní matematická olympiáda

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 6 (1961), No. 6, 335--339

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138134>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1961

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

elektrického pole vždy analogickou jednotku pole magnetického (pro tok $As = C$ a $Vs = Wb$, pro intenzitu pole $\frac{V}{m}$ a $\frac{A}{m}$, pro kapacitu $\frac{As}{V} = F$ a pro indukčnost s ní analogickou $\frac{Vs}{A} = H$ atd.). Tato okolnost je při vyučování velmi prospěšná, neboť žáci si snadněji zapamatují a lépe porozumějí definicím zavádějícím magnetické pojmy a jejich jednotky. Další výhodou tohoto způsobu vyjadřování je tato: Ví-li žák, že např. henry $H = \frac{Vs}{A}$, dovede snadno a přirozeně vyslovit jeho definici („Henry je indukčnost cívky, ve které se indukuje napětí 1 V, jestliže ...“) a snadno si též uvědomí definici indukčnosti cívky ($L = \frac{U\Delta t}{\Delta I} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I}$, neboť Vs je jednotkou toku) a dovede ji vyjádřit větou („Indukčnost cívky je číselně rovna napětí, které na ní vznikne, změní-li se proud o 1 ampér za 1 sekundu“).

Domnívám se, že postup zde vylíčený má proti postupu učebnice podstatné výhody, z nichž uvedu jen nejdůležitější: Vychází se z pojmu elektrického proudu, který žáci již částečně — a někdy i podrobně — znají, a z jednotky 1 ampér, která je základní jednotkou soustavy MKSA. Definice všech nově zaváděných pojmů vyplývají logicky z pojmů dříve zavedených. Pojem intenzity a napětí elektrického pole lze srozumitelněji vyložit na vodiči, kde si žáci snadněji než v izolantu představí pohyby nábojů. Poněvadž se při tomto způsobu výkladu probírají obě pole, elektrické i magnetické ihned po sobě, pochopí žáci jejich podobné i odlišné vlastnosti. Důležité rovněž je, že lze v nauce o elektřině vynechat Coulombův zákon, neboť vzorec pro intenzitu radiálního elektrického pole se odvodí jinak (viz nahoře). Při tom hodnota konstanty $\kappa = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ ve vzorci $E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2}$ vyplývá logicky z výkladu a netřeba ji násilně zavádět.

Ve školním roce 1960/61 jsem vyučoval způsobem naznačeným v tomto článku ve dvou paralelních jedenáctých třídách a dosáhl jsem v obou těchto třídách lepších výsledků než ve třetí pobočce, ve které jsem vyučoval podle učebnice. Upřílišněné závěry z toho však nelze vyvozovat, neboť třída, ve které jsem učil podle učebnice, je i v jiných předmětech nejhorší. Doporučuji však vyzkoušet tento postup také na jiných školách.

III. MEZINÁRODNÍ MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

RUDOLF ZELINKA

V tomto roce byla mezinárodní matematická soutěž pro žáky středních a odborných škol uspořádána v Maďarsku. Pořadatelem byla Matematická společnost Jana Bolyaie (János Bolayie Matematikai Társulat, zkratkou JBMT); je to sesterská společnost naší Jednoty čs. matematiků a fyziků a má své pobočky na celém území Maďarska. Záštitu nad soutěží převzalo maďarské ministerstvo osvěty, které poskytlo i finanční prostředky.

Zúčastněné státy socialistického tábora byly zastoupeny osmičlennými žakovskými delegacemi; v čele každé delegace byl vedoucí a vedle toho pedagogický průvodce skupiny. Bulharskou delegaci vedli ALIPI MATEEV, profesor university v Sofii, a ALEXANDRE NIKOLOV, inspektor matematiky města Sofie. Čs. delegaci vedli autor tohoto článku a PETR BENDA, předseda krajského výboru matematické olympiády Jihomoravského kraje. Delegaci maďarskou vedl ENDRE HÓDI, vědecký pracovník Maďarského optického ústavu v Budapešti, a FERENC KÉSEDI, pracovník ministerstva osvěty. Vedoucími delegáty Německé demokratické republiky byli HERBERT TITZE, vědecký pracovník z Berlína, a JOHANNES GRONITZ, hlavní referent ministerstva lidové osvěty, Berlín. Polskou delegaci vedli MIECZYSLAW CZYZYKOWSKI a EDWARD OTTO, profesori Varšavské polytechniky. Vedoucími rumunské delegace byli GHEORGHE D. SIMIONESCU, docent polytechnického institutu v Bukurešti, a IOAN MUŞAT, inspektor matematiky v ministerstvu vyučování v Bukurešti. Celkem se tedy soutěže účastnilo 6 zemí.

Vedoucí a pedagogičtí delegáti tvořili mezinárodní komisi, která řídila soutěž. Komisi předsedal generální tajemník JBMT JÁNOS SURÁNYI, profesor matematického ústavu přírodovědecké fakulty Loránda Eötvöse v Budapešti. Kromě toho v komisi spolupracovali ENDRÉNÉ GÁDOROVÁ, vedoucí katedry v Ústředním pedagogickém ústavě pro další vzdělávání učitelů v Budapešti, a TAMÁS VARGA, odborný asistent matematického ústavu přírodovědecké fakulty Loránda Eötvöse.

Výběr soutěžních úloh provedla šestičlenná komise složená z vedoucích delegátů ještě před příjezdem žáků. Bylo usneseno, aby byly dány dvě písemné práce, každá na čtyři hodiny čistého času; pro každou práci byly vybrány 3 úlohy. Bylo stanoveno, kolik bodů může žák maximálně za rozřešení jednotlivé úlohy získat; maximální počet bodů pro každou písemnou práci byl dvacet, takže žák mohl celkem získat nejvýše 40 bodů. Dále bylo určeno, které požadavky musí žakovské řešení splňovat a kolik bodů se srazí při některých typických nedostacích (např. vynechání, obrácení postupu nebo diskuse apod.). Úlohy první práce měly reprezentovat tyto partie školské matematiky: aritmetika a algebra, goniometrie a trigonometrie; úlohy druhé písemné práce: planimetrická důkazová úloha, planimetrická konstruktivní úloha, stereometrická úloha (viz příloha).

Žakovské delegace přijely do Budapešti 7. července 1961 a v sobotu 8. července odjely autobusy do krajského města Veszprému, nedaleko Blatenského jezera; v tomto městě je Technická universita (chemická fakulta) a jejího zařízení jsme po dobu svého pobytu ve městě užívali. Zde se ve dnech 10. a 11. července t. r. konaly obě soutěžní písemné práce. Ve volných chvílích zajížděli účastníci soutěže na pobřeží Blatenského jezera za rekreací. V turistické části programu jsme zhlédli celé pobřeží Blatenského jezera a navštívili nově vznikající socialistické město Sztálinváros (na Dunaji, asi 70 km jižně od Budapešti). Ke konci pobytu v Maďarsku jsme si prohlédli pamětihodnosti Budapešti a s hory sv. Jana jsme pozorovali za noci její osvětlení. Pozornost, kterou všem členům zahraničních delegací věnovali naši maďarští přátelé, lze těžko vylicít. Snažili se nám ukázat vše, co mají hezkého a co jejich pracovitý lid během historie vytvořil.

Slavnostní rozdělení cen provedl čestný předseda JBMT akademik G. ALEXITS, který také předsedal slavnostní večeři uspořádané na rozloučenou se zahraničními delegacemi.

Všimneme si nyní poněkud blíže výsledků, jichž dosáhli naši žáci. Značné obtíže jim působilo řešení úloh první písemné práce; naproti tomu úlohy druhé písemné práce řešili celkem úspěšně, a ne-li, stalo se to následkem nesprávné soutěžní taktiky, neboť si přes předběžná upozornění ponechali řešení snadných úloh až nakonec, intenzívně se zabývali řešením nesnadnějších úloh a v časové tísní nebyli potom s to zformulovat řešení úloh snazších.

Výsledky, jichž jednotlivci dosáhli, a dále rozdělení cen i čestných uznání jsou patrné z tabulek č. 1 a č. 2.

Tabulka 1
Přehled o počtu bodů, které získali jednotliví žáci

Země	Počet, bodů, které získal žák č.								Delegace získala celkem bodů
	1	2	3	4	5	6	7	8	
Bulharsko	28	18	15	14	14	13	4	2	108
ČSSR	32	25	24	21	16	15	13	12	159
Maďarsko	40	37	36	34	34	33	29	27	270
NDR	31	23	22	20	14	13	12	11	146
Polsko	39	29	29	24	23	23	20	16	203
Rumunsko	34	30	28	27	26	26	14	12	197

Tabulka 2
Přehled o počtu získaných cen a čestných uznání

Země	Počet získaných				
	I. cen	II. cen	III. cen	I. čestných uznání	II. čestných uznání
Bulharsko	—	—	—	1	—
ČSSR	—	—	1	1	2
Maďarsko	2	3	1	2	—
NDR	—	—	1	—	3
Polsko	1	—	—	2	4
Rumunsko	—	1	1	4	—
Součty	3	4	4	10	9

Absolutním vítězem soutěže se stal žák BOLLOBÁS BÉLA z Budapešti, který jediný získal všech 40 bodů; již na druhé mezinárodní olympiádě v minulém roce získal jednu první cenu.

Z našich žáků získal třetí cenu TOMÁŠ JECH, žák SVVŠ, Hellichova ul. 3, Praha 1. První čestné uznání získal MICHAL KRETSCHMER, žák SVVŠ, Omská ul. 1300, Praha 10; II. čestné uznání získali naši žáci: KAREL PŘÍKRÝ, SVVŠ Vyškov a PŘEMYSL SVOBODA, SVVŠ Roudnice nad Labem.

Jsou tedy letošní naše výsledky v mezinárodní olympiádě horší než v prvních dvou ročnících, kdy naši žáci zápasili s jistými nedostatky při řešení geometrických důkazových úloh a úloh číselně teoretického rázu, neboť příslušné partie

bud v učebních osnovách matematiky naší střední školy vůbec nebyly, nebo nebyly dosti zdůrazněny. Letošní nesnáze našich žáků, kteří byli jistě jinak velmischopní a o matematiku měli značný zájem, spíše ukazují na to, že se žákům nedostává tvrdé práce povahy spíše rutinní, což platí zvláště o úpravách algebraických výrazů a o numerických výpočtech, které žáci prováděli v úlohách č. 1—3 (viz příloha). Tak v úloze č. 1 prováděli eliminace neznámých velmi neobratně, zápasili přitom s hodnotami obou parametrů a, b , které se v této soustavě vyskytly. Někteří plně nepochopili ne příliš vhodnou formulaci úlohy, v níž se nejprve měla najít reálná řešení a teprve potom se měla řešit určitá speciální otázka. Je to zároveň poučení, které svědčí o tom, že stručné znění textu úlohy při soutěžním chvatu může řešiteli způsobit řadu nesnází, zvláště řešiteli mladému, který nemá ještě dosti zkušeností, co může být matematickým problémem. Řešení soustav rovnic toho typu jako je úloha č. 1 u nás nejen v olympiádě, ale i ve školské matematice často přehlídíme, zřejmě neprávem; naše zkušenost ukazuje na to, že nesmíme při přípravě mladých matematiků tyto úlohy podceňovat. Velké nesnáze našim žákům působilo řešení úlohy č. 2, ačkoliv užitím Heronova vzorce při troše obratnosti a zkušeností s numerickým počítáním snadno dospějeme k cíli; i ti žáci, kteří dospěli k výrazu $2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \geq 0$, nepodalí úplné řešení, ačkoliv stačilo výraz upravit na tvar $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$, z něhož ihned plynul závěr důkazu. Na úloze č. 3 ztroskotali všichni naši žáci s výjimkou jediného. Autorské řešení předpokládalo, že pro $n > 2$ lze danou rovnici uvést na tvar $\cos^2 x(1 - \cos^{n-2} x) + \sin^2 x(1 + \sin^{n-2} x) = 0$, k němuž někteří naši žáci dospěli, ale neuvědomili si, že oba členy na levé straně rovnice jsou nutně nezáporná čísla. Náš úspěšný řešitel této úlohy diskutoval hodnoty $\cos^n x, \sin^n x$ v jednotlivých kvadrantech a dospěl k poměrně velmi jednoduchému řešení. Podobným způsobem se tato úloha dala řešit při užití grafického znázornění, ovšem s příslušným odůvodněním. Je zajímavé, že při řešení úlohy č. 5, která je československého původu, řada našich žáků neprovedla diskusi; tři z našich žáků řešili úlohu pomocí Apolloniovy kružnice a ztroskotali na diskusi, která při tomto způsobu řešení je nesnadná a která konečnou končí byla jádrem celé úlohy (počítaly se za ni 3 body ze sedmi). Ti, kdo úlohu řešili zcela elementárně, provedli diskusi celkem snadno, ačkoli šlo o společný počet bodů dvou kruhových oblouků, takže se nejednalo o úlohu jednoduchou, jak si to mysleli i někteří členové výběrové komise. Pro naše žáky bylo řešení úlohy velmi poučné již proto, že se tu ukázalo, že zdánlivě rychlá cesta (konstrukce užitím Apolloniovy kružnice) nemusí vždy vést ke snadnému získání přesných výsledků.

Porovnáváme-li naše výsledky s výsledky jiných delegací, nemůžeme být plně spokojeni, i když v takové soutěži svou roli hraje i náhoda. Krásné výsledky podali žáci maďarští, ale i žáci polští a rumunští byli na výši. Při tom někteří žáci jiných delegací podávali dvě až tři metodou odlišná řešení některých úloh, úlohy zobecňovali a načrtávali řešení těchto zobecněných úloh. Tyto úspěchy byly jistě zčásti výsledkem delší speciální přípravy žáků, všeobecně však byly zajištěny tradiční solidní úrovní školské matematiky a požadavky, které na žáka klade uvědomělý učitel matematiky. Lze tedy říci, že se ve školské matematice nemá nic podceňovat a že na všechny ty momenty, na něž nás žakovské soutěže upozorňují, musíme ve škole i v prvním kole naší československé soutěže pamatovat; jinak je dobrá příprava i nadaného žáka již předem oslabena.

Příloha

Texty úloh ze III. mezinárodní matematické olympiády

(Je uvedena země, která úlohu zaslala, a počet bodů, které řešením úlohy mohl žák maximálně získat.)

I. písemná práce

1. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x + y + z &= a \\x^2 + y^2 + z^2 &= b^2, \\xy &= z^2,\end{aligned}$$

kde a, b jsou daná čísla. Udejte podmínky, které musí čísla a, b splňovat, aby čísla x, y, z (která jsou řešením soustavy rovnic) byla kladná a navzájem různá.

(Maďarsko 6)

2. Budte a, b, c délky stran trojúhelníka a S velikost jeho obsahu. Dokažte, že potom vždy platí

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3}.$$

Ve kterém případě nastává rovnost?

(Polsko 7)

3. Řešte rovnici

$$\cos^n x - \sin^n x = 1,$$

kde n je libovolné dané přirozené číslo.

(Bulharsko 7)

II. písemná práce

4. Je dán trojúhelník $P_1P_2P_3$ a uvnitř tohoto trojúhelníka je dán libovolný bod P . Přímky P_1P, P_2P, P_3P protínají protější strany trojúhelníka po řadě v bodech Q_1, Q_2, Q_3 . Dokažte, že z čísel

$$\frac{P_1P}{PQ_1}, \frac{P_2P}{PQ_2}, \frac{P_3P}{PQ_3}$$

nejméně jedno není větší než 2 a nejméně jedno není menší než 2.

(NDR 6)

5. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno $AC = b, AB = c$ a úhel $\sphericalangle AMB = \omega$, kde M je střed úsečky BC ; přitom je $\omega < 90^\circ$. Dokažte, že úloha má řešení tehdy a jen tehdy, platí-li

$$b \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2}\omega \leq c < b.$$

Ve kterém případě platí rovnost?

(ČSSR 7)

6. Je dána rovina ε a po téže straně této roviny jsou dány tři body A, B, C , které neleží v téže přímce; přitom rovina těmito body určená není rovnoběžná s rovinou ε . V rovině ε zvolme tři libovolné body A', B', C' . Označme L, M, N středy úseček AA', BB', CC' ; dále označme G těžiště trojúhelníka LMN . (Nebudeme uvažovat takové polohy bodů A', B', C' , pro které příslušné body L, M, N netvoří vrcholy trojúhelníka.)

Co je geometrickým místem bodů G , když body A', B', C' nezávisle na sobě probíhají rovinou ε ?

(Rumunsko 7)