

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jan Vyšín

Varia didactica

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 25 (1980), No. 6, 339--343

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138194>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1980

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

napsali učebnici, podle níž jsme se připravovali na opakování, na zkoušení i k maturitě. Půjčovali jsme tato „skripta“ spolužákům a předávali svým následovníkům. Mé verze mohl po třinácti letech používat ještě můj mladší bratr, protože se tenkrát osnovy tak často neměnily.

Podivínských profesorů se na reálce vystřídal víc, ale David byl z nich nejvýraznější postavou. Pro nepřízeň ředitele, jemuž byl Davidův podivínský způsob vyučování trnem v oku, odešel hned po odsloužení povinných let do penze a přestěhoval se do Prahy, kde jeho syn studoval na vysoké škole. Po několika letech tam náš David tragicky zahynul, když si nesl k večeri půllitr piva a při přecházení železniční vlečky ho srazil posunovací lokomotiva. Tak smutný osud si nezasloužil; vždyť to s námi studenty myslel dobře a připravil nám za studií mnoho hezkých chvil, na něž s vděčností vzpomínáme.

## Varia didactica

*Jan Vyšín, Praha*

Za starých časů vládl u nás na národních školách v počtech i měřictví rytíř Močník. Učebnice jím zplozené byly jednou z pevných bašt trivia. Celé vyučování bylo slabě provanuto zásadami Komenského a vzdálenou tuchou integrace předmětů či blokových předmětů; to např. v tzv. věcném učení, byla-li škola „pokroková“.

Ve školských počtech panovaly prokleté a zároveň blažené časy memorování i ruko-dělného provádění pravidel a návodů. Žáčkové strávili mnoho hodin memorováním nepřehledně zakuklených operačních tabulek sčítání a násobení zbytkových tříd od 0 do 9. Sčítalka tehdá ještě nežila a místo ní se v didaktice nosily „přechody přes desítku“. Ale ta násobilka! Malá, velká, odpředu dozadu, odzadu dopředu, napřeskáčku... To byly úplné orgie! A to všechno se mělo zvládnout hlavně cestou auditivní — zcela v menšině byly cesty vizuální! Největší učeností z oboru přirozených čísel, které se žáci učili, bylo dělení víceciferným dělitelem a pochopitelně také odhad podílu. Prof. Čech k tomu správně přičiňoval dvě ironické poznámky: nejtěžší operace se podle didaktického rozumu probírá nejkratší dobu a neopírá se o svůj přirozený základ — umístění násobků čísel 0 až 9 v oboru čísel do 100.

Ostatně už ve středověku byl algoritmus dělení pokládán za tak obtížný, že se přednášel jen na zvlášť renomovaných univerzitách. Vzpomínám na svá dětská léta: na průčelní stěně třídy vedle kříže a obrazu apoštolského veličenstva visela Pestalozziho tabule násobilky, vlastně umístění barevných obdélníčků, které znázorňovaly násobky čísel 0 až 9 a jejich umístění v číselném oboru do 100; to byla pomůcka, která neměla zmizet. Docela v kroneckerovském duchu se pokládala aritmetika přirozených čísel za dar z nebes. Ale nikdy nešlo, nejde a nepůjde jen o počítání; aritmetika přirozených čísel byla, je a bude věčným čistým pramenem přemýšlení. To věděli důmyslní lidé již dávno,

i když někde škola proháněla jen bezduché mechanismy a z žáčků vytvářela nespolehlivé počtářské stroje.

Také měřictví nebylo dříve geometrií, bylo pečlivě odoperováno od aritmetiky a jeho drobtý představovaly prvky jakési starodávné estetiky.

Uvědomuji si, že předchozí úvod o školské matematice vyznívá poněkud posměšně a ironicky. Raději však nesrovnávejme minulost s přítomností: takové srovnávání by nemusilo dopadnout pro minulost tak docela špatně. Tak např. v současném belgickém časopise NICO ze sedmdesátých let najdeme tento algoritmus dělení (měření) devíti

$$98765 = 9 \cdot (10973) + (8)$$

NEÚPLNÝ PODÍL
ZBYTEK

$$\begin{array}{r}
 \overline{98765} \quad \text{C.I.F.S.} \quad \begin{array}{l} 35 \\ \textcircled{3} \end{array} \quad \text{C.I.F.S.} \quad \textcircled{8} \text{ — } \text{ZBYTEK} \\
 \begin{array}{r}
 \cancel{9}8765 \\
 \phantom{\cancel{9}}876 \\
 \phantom{\cancel{9}}\phantom{8}7 \\
 \phantom{\cancel{9}}\phantom{8}\phantom{7}6 \\
 \phantom{\cancel{9}}\phantom{8}\phantom{7}\phantom{6}5 \\
 + \phantom{\cancel{9}}\phantom{8}\phantom{7}\phantom{6}\phantom{5} \\
 \hline
 10970 + \textcircled{3} = \text{10973} \text{ — } \text{NEÚPLNÝ PODÍL}
 \end{array}
 \end{array}$$

Ovšem, děti si s algoritmy rády hrají, méně rády se jim učí a ještě méně rády je odůvodňují. Nevím, zda je účelné věnovat dnes čas podobným hříčkám, když máme k dispozici počítačky a když na nás čeká tolik vážných úkolů, které za nás neumějí udělat stroje.

Ale je konec starých zlatých časů, do škol vtrhly nebezpečné výmysly nové doby: logika, množiny a s nimi strukturální matematika; bohužel zasáhly malé žáčky na nepravém místě. Podivínský Angličan LEWIS CARROLL, žijící v 19. století, napsal roztomilé pohádkové knížky nazvané *Alenka v říši divů* a *Alenka za zrcadlem*, které si se zálibou přečetla i královna Viktorie. B. RUSSELL sice soudí, že to žádné pohádky pro děti nejsou, a asi nemá pravdu; s Carrollem je to jako s Andersenem. Oba vymysleli pohádky, které jsou pro děti i pro dospělé; čtenáři každého věku si z nich mohou vzít to, co se jim hodí.

Protože Carroll byl povoláním profesor matematiky, vymýšlel v bezesných nocích hádanky, hry a úlohy z matematiky; tak vznikla např. jeho knížka o logice (tu ovšem už královna Viktorie asi nečtla). Tenkrát v 19. století se logika vyžívala v sylogismech a v Carrollových hrách jde vlastně o kvantifikátory. Jednu z „logických“ hádanek L. Carrolle prý přednesl v New Yorku na zasedání Spojených národů čs. delegát A. HOFFMEISTER. Hádanka zní: Které hodinky jsou lepší, hodinky, které ukazují správný čas jednou za dva roky, nebo hodinky, které ukazují správný čas dvakrát za den? Odpověď zní pravděpodobně: ty druhé; ale chyba lávky: ty druhé hodinky stojí a ty první se předbíhají o minutu denně, tj. o 720 minut (čili o 12 hodin) za 720 dní.

Když Mírek není větší než Zdeněk, je menší než Zdeněk; s takovými negacemi

a s takovýmto tříděním se setkáváme u žáků na každém kroku. Začátek matematické logiky není syntaktická výroková algebra; u vstupní branky k logice stojí všelijaká paradoxa, sofismata předkládaná leckdy v naivní podobě. Větší žáci pak mohou zažít takovou příhodu jako jeden z našich didaktiků, sveřepý od mládí. Ve škole se probrala Pythagorova věta jako vztah, který platí pro délky stran pravoúhlého trojúhelníka.

„Máme trojúhelník o stranách délek 8, 15, 17. Co o něm můžeme říci podle dokázané věty?“ ptá se vyučující.

„Nic,“ zní lakonická odpověď.

Pak následuje lakonický zápis do třídní knihy: „Hruša je drzý.“

Je vidět, že se opravdu bez logiky nedá žít ani s těmi nejmenšími. Ale je otázka, kam až se smí s tímto ušlechtilým úsilím dojít. Zarytí antistrukturalisté a antibourbakisté např. říkají, že relace malým dětem do rukou nepatří, už prý proto, že jsou dětem nepřiměřené. Ale Monsieur PIAGET je jiného mínění, podle něho strukturování je jedním ze základních psychologických jevů při poznávání a dispozice pro ně je dětem vrozena. Skoro bych mu dal za pravdu.

Zažil jsem před léty roztomilou příhodu, o které jsem se zmínil v didaktickém časopise Komenský\*). Jel jsem tehdy rychlíkem z České Třebové do Brna po trati, která vede asi jedenácti tunely. V oddělení se mnou jel dědeček s babičkou a dvěma vnuky: asi pětiletým Davidem a jeho malou sestřičkou. Holčička spala, dědeček si něco četl a David se příšerně nudil, protože babička měla o chování hodných chlapečků poněkud viktoriánské názory. I zzelelo se mi malého človíčka a nabídl jsem mu hru, která obstála i před přísnými zraky babiččínými: dal jsem mu kousek papíru a tužku a Davídek nanačoval čárkami tunely, kterými jsme projeli. Když malý papír nestačil, odmítl David udělat čárku „dopředu“, neboť prý tunel byl „až potom“. Hle, jaký smysl pro uspořádání! A co bylo kolem poznámek! Některé čárky byly nakresleny delší, neboť ty tunely byly delší. Když jsem upozornil malého badatele, že dobou projíždění nemůžeme měřit délkou tunelu, neboť vlak nejede stále stejně rychle (některé tunely se opravovaly), rozhodl se uspořádat tunely podle dob projíždění.

A tak to dopoledne objevil malý David větu, že danou množinu lze uspořádat různými způsoby; objev to byl pro něj právě tak cenný a důležitý, jako bylo pro Pythagora objevení jeho slavné věty. M. Piaget mohl být úplně spokojen. David přišel na to, že uspořádaná množina je dvojice: množina a relace uspořádání a projevil dokonale smysl pro strukturální myšlení. A jsem přesvědčen, že tento David předškolního věku nebyl zjev ojedinělý, ale že takových Davidů sedí ve školních lavicích elementárek velmi mnoho. Je jen otázka, jak naloží škola a celý vzdělávací systém s hřivnami, které si přinášejí...

A teď něco o vyjadřování v matematice a o matematických jazycích. Je to otázka, která se někdy zvlášť bolestně dotýká právě těch nejmenších žáků. Rozumní lidé totiž hovoří místo o „množinové matematice“ o množinově logickém jazyku a asi právem: hledáme totiž jednoduché a výstižné komunikační prostředky pro dorozumění žáka a učitele. K smíchu i k pláči jsou vzpomínky na šroubované stylizace např. textů některých starších úloh matematické olympiády nebo vět ve školských učebnicích, kde vládly biblické obraty, kde se nesmělo říci „dva body“, ale vždy jen „dva navzájem různé

\*) Komenský, roč. 96, 1971/1 str. 37.

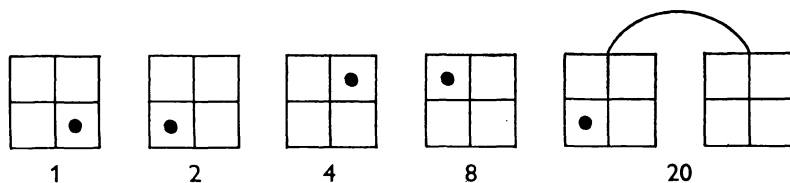
body“. K smíchu i k pláči je však také „množinkaření“, ke kterému ženou malé žáčky nerozumní autoři učebnic, učitelé a nešťastně uměle utvořené české slovo „množina“. Jednoduchost a srozumitelnost je hlavním motivem vzniku různých těch šipkových diagramů, množinových schémat, tabulek apod. Prof. DIENES upozorňoval, že vyjádření matematického faktu nemá být složitější než fakt sám. A toto nebezpečí, které voní formalismem, hrozí hlavně při slovním vyjadřování, např. při slovních úlohách. Kdysi jsem řešil s malou žákyní slovní úlohu; tematika se vztahovala ke sklizni brambor. Aby dívka pochopila, oč jde, začal jsem na papíře kreslit pytle brambor. „Ale to my nesmíme,“ dala se žákyně do pláče, „my to musíme znázorňovat úsečkami vedle sebe.“ To – doufám – nepotřebuje komentář.

Na adresu stylistů říkával trochu s nadsazením prof. E. ČECH: Vezměte kteroukoli knihu a otevřete ji na kterékoli stránce, najdete tam aspoň deset chyb. (Měl na mysli ovšem chyby odborné i stylistické.) A se svým ostrým sarkasmem kritizoval správnost vět v učebnicích: Buď je to správné a nikdo tomu nerozumí, nebo je to stručné a srozumitelné a pak je to špatně.

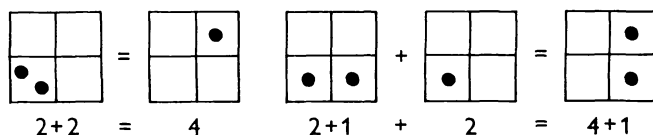
Ale vraťme se s L. Carrollem opět k malým dětem, do jejichž světa se on dovedl tak kouzelně přenést. V Alenčině říši bylo plno hraček; ale snad žádná z nich neodsuzovala děti k pasivitě, jak to často činí moderní technické hračky: proto si snad dnes mnohé děti neumějí hrát. Nejjednodušší hračky vyžadují prostinkou manipulaci, složitější vyžadují složitější pravidla hry. Přesné plnění pravidel hry je v podstatě přípravou pro pozdější plnění programů – pro algoritmickeou matematiku. Belgická PAPYOVÁ škola přinesla mnoho ukázek, v nichž jsou ukryty mnohé elementární principy práce v matematice.

Jedna z her je známý minipočítač, založený na kombinaci dvojkové a desítkové poziční soustavy, s nímž vystoupila paní PAPYOVÁ (FRÉDÉRIQUE) na kongresu v Lyonu r. 1969. (Mimořadně řečeno její manipulant – vysokoškolský asistent – se hodně pletl.) Poloha píonu na čtvercovém poli určuje jeho hodnotu, resp. dovoluje jej proměňovat, tj. s ním manipulovat, a to bez znalostí aritmetiky.

Číselné hodnoty jsou např.:

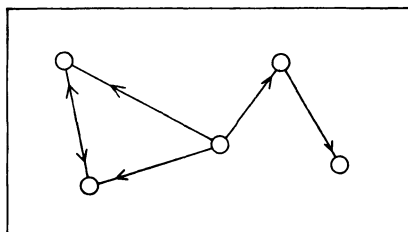


Manipulace je např.:



Opakuji: význam minipočítače je v manipulaci, nikoli v počítání.

Jiná ukázka je hra „Ukaž svou sestru“. Na dvoře znázorněném obdélníkem je soubor kroužků, představujících děti; šipkami je naznačena relace



„Ukaž svou sestru“. Tato hra pěkně motivuje postupnou abstrakci v nákresu a označování prvků; je i školou jednoduchých dedukcí (např. nalezení dvojic sester, nalezení chlapců, doplnění chybných obrázků umožňuje zkoumání symetrie relace aj.) To je přijatelný a nenásilný strukturalismus vzatý z reality a nikoli vyumělkovaný.

A tak skončeme již naše vážně míněné i uštěpačné poznámky. Za onoho času ještě nebyla didaktika matematiky, aby komplikovala vyučování i malým žákům. To komplikování je ovšem zdánlivé. Komplikuje se život, potřebujeme složitější prostředky k žití. Jen na jednu věc musíme dávat pozor – abychom dětem nebrali předčasně dětství.

## Historiky o českých matematicích

SEŠLO SE slavnostní shromáždění k 65. narozeninám akademika Kořínka. Hovořil akademik Jarník a blahopřeje ak. Kořínkovi k 50. narozeninám. Shromáždění zvedne udiveně hlavy a ak. Jarník k té padesátce doplní, že ve třináctkové soustavě, že však se mu zdá, že ta padesátka lépe vystihuje životní elán akademika Kořínka. Přirovnává pak osobnost ak. Kořínka k mnohostěnu, kde každá stěna zrcadlí některý z mnoha zájmů oslavence: matematiku, hudbu, turistiku, lyžování aj. Akademik Kořínek však ihned připomene, že mnohostěn má také hrany a vrcholy-hroty, které jsou řadě lidí velice nepříjemné.

KAŽDÝ MATEMATIK ví, co je to úplná matematická indukce. Méně jich ví, co je to neúplná matematická indukce: Nevíme-li, zda nějaké tvrzení matematické analýzy platí, podíváme se do čtyř dílů „Jarníka“ a pokud tam tvrzení není, tak neplatí.

DOC. LADISLAV KOUBEK, Dr.Sc., byl znalcem předpisů všeho druhu. Když po válce nastoupil učitelské místo, vyštoual předválečný předpis, že má právo, aby mu kterási průmyslová škola zhotovila nábytek za režijskou cenu. To bylo v době nedostatku nábytku výborné. Byl poslední, kdo tohoto práva využil; předpis v zápětí zrušili.

Když nastoupil na univerzitu, objevil starý předpis, že má právo, aby mu univerzita dala k osobnímu užívání jezdeckého koně. L. Koubek tedy usilovně pátral, zda byl tento předpis zrušen; zdá se, že ke své lítosti v pátrání uspěl, není známo, že by rektora o koně požádal.

ČLEN KORESPONDENT VLADIMÍR KNICHAL v mladších letech velice rád přednášel. Byl jediný, kdo učil na fakultě za všechny nepřítomné kolegy. Jednou v pondělí se objevila vyhláška „Doc. Knichal pro onemocnění nebude 14 dní přednášet.“ Ale už ve čtvrtek se doc. Knichal objevil na cizí přednášce a radostně posluchačům zvěstoval: „Pánové, předčasně jsem se uzdravil a už zítra budu normálně přednášet.“