Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Alica Sivošová

Niekoľko úvah o užitočnosti matematiky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 25 (1980), No. 3, 162--165

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138779

Podle usnesení redakční rady z 3. 5. 1979 zařazujeme do tohoto ročníku diskusi k tématu, které určuje následující úvodní článek. V textu článku jsou ponechány formulace, které mohou, jak doufáme, vyvolat diskusi. Žádáme čtenáře, aby své krátké diskusní příspěvky zaslali během měsíce po obdržení tohoto čísla Pokroků. Hlavní myšlenky diskusních příspěvků a závěrečné slovo k diskusi otiskneme ještě v tomto ročníku.

Redakce

Niekoľko úvah o užitočnosti matematiky

Alica Sivošová, Bratislava

Motto:

Učme matematiku tak, aby bola užitočná.
Akademik Markuševič

V riadkoch tohto článku chceme rozvinúť myšlienku popredného vedca, ktorá by mala byť ideou pre každú (aj tú najelementárnejšiu) prácu v oblasti prestavby vyučovania matematiky.

Zvolíme tieto pracovné hľadiská*):

a) užitočná pre žiaka**);
b) užitočná pre spoločnosť;
c) užitočná pre vedu.

a) Vzhľadom na nové požiadavky vzdelania mladých ľudí, ktoré kládol búrlivý rozvoj našej spoločnosti, uznalo sa za potrebné postaviť vyučovanie matematiky na množinovo logický základ. Podľa doterajších skúseností môžeme povedať, že toto rozhodnutie bolo správne. Výhody vyučovania postaveného na množinovo logický základ sú opodstatnené a v mnohých prípadoch aj experimentálne potvrdené. Okrem iných výhod umožňuje množinovo logický jazyk presne a zrozumiteľne „hovoriť“ o matematike a o jej metódach práce.

Chceme poukázať na ďalší aspekt. Nechajme najprv hovoriť psychológa [1]: „Dieťa si neosvojuje vedecké pojmy, neučí sa ich, nezmocňuje sa ich pamäťou, ale tieto pojmy vznikajú a vytvárajú sa na základe všeobecnej aktivity jeho vlastného myslenia.“ (Otázka: „a čo je vlastne derivácia?“ z úst žiaka, ktorý ovláda všetky predpísané „techniky“ počítania s deriváciou funkcie, iste neprekvapí učiteľa, ktorý sa stotožňuje s názorom vysloveným v citáte.)

Natíska sa teda otázka: Ako zostaviť učebnú látku a ako organizovať vyučovanie, aby sme vyučovali pojmy? Nutnou podmienkou je nechať žiakov hovoriť o matematike, a to nie len s učiteľom, ale najmä (a to je najcennejšie) medzi sebou. A hneď je tu nová otázka: Ako organizovať vyučovanie, keď nechceme aby táto dobrá zásada viedla „k všeobecnému prekrikovaniu“. (Kto začal už pracovať podľa tejto zásady, iste vie, čo všetko „zmôžu“ žiaci, keď sa priebeh hodiny presne nepripraví.) Vzniká teda potreba zostavenia kritérií na prípravu diskusnej hodiny.

Je potrebné si uvedomiť, že množinovo logický jazyk je iba formou komunikácie, no sám nedáva podnet k dialógu o matematických objektoch. Dialóg je potrebné vyprovokovať. A znovu otázky: Ako? Čím? A hneď sme v oblasti motivácie.

*) Delenie si nerobí nárok na určitý druh klasifikácie; názory vysvetlené pod jeho jednotlivými heslami sa navzájom dopĺňajú a prelínajú.

**) Myslíme priemerného žiaka, ktorý reprezentuje najväčšiu časť našej školopovinnej mládeže.

Kedy je motivácia najúčinnejšia? Jeden názor: Keď ide o tzv. motiváciu so spätnou väzbou:

záujem → pochopenie pojmu → budovanie pamäti a zručností → úspechy v práci → záujem.

Najdôležitejšie je teda vzbudiť záujem, potom sa celý proces rozbehne. Je všeobecne známy fakt, že napríklad človeku, ktorý nie je nútený vyhľadať údaje v cestovnom poriadku, sa tento dômyselne zostavený pomocník cestovateľov javí ako znáška drobne popísaných údajov. No v momente naliehavej potreby vyhľadať príslušný údaj ožijú súvislosti a znáška sa stane prehľadnou. Ako vzbudíme záujem a rozjasníme myslenie? Vyvolaním potreby! Ako metodicky spracovať učivo, aby sme mohli použiť práve vyslovenú zásadu?

Ani najnaliehavejšia potreba nič nezmôže, keď sa hovorí jazykom, ktorému žiak vôbec alebo len sčasti nerozumie (slovo „nerozumie" nevylučuje schopnosť verbálnej alebo symbolickej interpretácie textu). Ihneď sa dostáva do popredia jazyk motivácie.

V prípade, že motivujeme matematický pojem, je často potrebné brať do úvahy experimentálnu základňu, na ktorej sa formuloval (ak nevznikol inou cestou). Táto experimentálna základňa sa dá v niektorých prípadoch priamo rekonštruovať. Napríklad pri výučbe zhodného zobrazovania obrazcov v rovine (rozhodne nie celej roviny) môžeme vychádzať zo zmyslového zážitku „premiestňovania". Experimentálna základňa (ak niekedy existovala) má byť tiež kritériom pre voľbu slov, pomocou ktorých sa pokúšame vysvetliť význam nových matematických pojmov. Napríklad pri pojme zobrazenia je rozhodne nevhodné motivovať zvuk slova „vzor" a „obraz" (napríklad odvolaním sa na televíziu prípadne fotografiu). Pojem zobrazenia vznikol cestou abstrakcie „jedinečnosti výskytu vzoru". Ide napríklad o význam, že každé dieťa má len jednu vlastnú matku, no viac detí môže mať tú istú matku.

Dôležitým pomocníkom pri motivácii je zrak. Opierame sa o „ideu" obrazu (vnútorný obraz). V tomto prípade musíme presne vymedziť „pôsobnosť" slov hovorového jazyka (napríklad body grafu „nad sebou"; parabola „otočená nahor") a slov matematiky (relácia, ktorá nie je zobrazením; kvadratická funkcia, ktorá má minimum). Často možno motivovať aj v procese výučby matematického pojmu. Sú aj prípady, kedy je to jediná možná cesta. Ako možno motivovať v procese výučby? Poukážeme napríklad na užitočnosť definície funkcie vo vzťahu k metódam práce vo vnútri matematiky. Napríklad, keď vo funkcii $f\colon y = \log_2 |x|$ nájdeme prvok $(2, 1)$, s odvolaním sa na definíciu funkcie dokážeme, že už neobsahuje prvok $(2; y \neq 1)$. Môžeme túto úvahu použiť pri dôkaze, že funkcie f a $g\colon\ y = \log_2 x^2$ sú rôzne. Ďalej poukážeme na to, že formulácie tohto typu oprávňujú matematika formulovať potvrditeľné výroky o nekonečných množinách objektov. Už spomenutú motiváciu použijeme iba v procese výučby pri motivovaní pojmu implikácie (v tomto prípade sa rozhodne nemôžeme odvolať na experimentálnu základňu, lebo implikáciu definovanú tak, ako je, si vyžiadali potreby metód formálnej logiky [6]. V tomto prípade spadá motivácia jedine do oblasti užitočnosti v systéme samotnej matematiky a jej aplikácií (napríklad pri potvrdení a popretí hypotetických tvrdení v tvare všeobecných alebo existenčných výrokov, pričom tieto výroky majú formu implikácie alebo ekvivalencie) [6]. Nedobre by sme pochodili aj vtedy, keby sme chceli použiť experimentálnu základňu pri vysvetlovaní spôsobov zobrazovania telies. V tomto prípade je potrebné žiakov najprv formou prednášky oboznámiť s najnutnejšími základmi niektorej zobrazovacej metódy. Odvolať sa na fakt „kresli ako vidíš", by znamenalo vulgarizovať úlohu motivácie.

Je tedy otázkou, kedy sa možno pri motivácii oprieť o zmyslovú skutočnosť, kedy ju spojíme s matematickými objektami a kedy sa odvoláme na kauzalitu samotných metód matematiky. Pri svojej práci nesmieme zabudnúť na skutočnosť, že jedno vhodne zvolené slovo nahradí celý súbor viet, no slovo zle zvolené, alebo použité v nesprávnom vzťahu zmažeme veľmi ťažko. (Napríklad termín „číslo zapísané písmenom" vo význame premennej [2].)

Správna motivácia vzbudí záujem (pozornosť), vyvolá aktivitu myslenia potrebnú k tvorbe pojmu a budovaniu arzenálu pamäti. Vieme, že pre úspešnú prácu v matematike je potrebné zvládnuť rôzne „techniky výpočtové a rysovacie". Je potrebný nácvik? Ako organizovať nácvik? Ako zosúladiť nácvik s vytvorením podmienok pre tvorbu pojmu? (Jedna z najdôležitějších otázok.) Je potrebné si uvedomiť, že čím viacej sa dej automatizuje, tým ťažšie si ho uvedomujeme [1].

b) Zúžme samotný problém na fakt aplikácie učiva školskej matematiky. Je samozrejmé a najprirodzenejšie, že pôjde v prvom rade o používanie matematiky vo fyzike; ide o známu problémovú úlohu, pred kterou stoja a na ktorej intenzívne pracujú nielen matematici, ale aj fyzici. Otázka aplikácie v ostatných vedných odboroch je pre didaktikov „tabula rasa". Prvoradou je otázka: „Čo budeme chápať pod pojmom aplikácie školskej matematiky?" Zároveň je potrebné urobiť analýzu úloh, ktoré sa zaoberajú aplikáciami, pričom je potrebné venovať pozornosť najmä úlohám typu: Lietadlo sa pohybuje priamočaro tak, že jeho vzdialenosť v km od miesta štartu je $s = 16(t^4 - 16t^3 + 64t^2)$; $0 \leqq t \leqq 8$, kde t je čas v hodinách. Nájdite jeho vzdialenosť a okamžitú rýchlosť v čiase $t_1 = 2$ h. Kedy sa lietadlo zastaví a zmení smer letu? [3].

c) Potrebujeme ľudí, ktorí vyniknú špeciálne ľudskými fenoménami myslenia, a tým ovládnu armádu počítačov. Vieme, že súčasťou každého tvorivého myslenia sú (okrem iného) intuícia, obrazotvornosť a fantázia. Je potrebné organizovať vyučovanie matematiky tak, aby sme uvoľnili miesto pre tieto prejavy myslenia. Slovo „uvoľnili" sme použili zámerne, veď o týchto fenoménoch myslenia vieme veľmi málo, preto nie je možné hovoriť o usmernení, vyprovokovaní, testovaní. No vieme napríklad, že nervová sústava človeka vie zovšeobecniť niektoré prvky predchádzajúcej skúsenosti bez účasti vedomých myšlienkových operácií [4]. Preto nebudeme žiadať vysvetlenie „postupu riešenia" úlohy $2|x - 3| < x$ od žiaka 1. ročníka, ktorý 30 sekúnd po zadaní úlohy povie: „Nemá riešenie, lebo na ľavej strane musí byť kladné číslo".

Je potrebné zostaviť vyučovanie tak, aby žiaci mali možnosť uplatniť svoju vynaliezavosť. Precvičiť napríklad používanie pončiek o mocninách a logaritmoch a nechať žiakov bez toho, že by videli vzorové riešenie, riešiť logaritmické a exponenciálne rovnice. Budeme svedkami veľmi originálnych nápadov. Nemusíme sa obávať, že žiaci nezvládnu „techniku" riešenia týchto rovníc. Vzorové riešenia budú pre nich prehľadnejšie, budú vedieť oceniť niektoré zjednodušenia výpočtov, lebo aj sami niečo vytvorili.

V tejto oblasti stojí didaktika matematiky pred závažnou otázkou: Ako zosúladiť používanie jazyka formálnej logiky s akceptovaním intuície? Veď logické formulky v hotových matematických textoch (vrátane algoritmov riešenia úloh) „pokojne plynú", „jasne vysvetľujú", „nabádajú k ďalšej formalizácii" (sú priam stvorené na testovanie žiakov), kým prejav intuície pripomína myšlienkové kvantá, ktoré nie sú ochotné rešpektovať ani čas ani poriadok. Ako nájsť neznáme „tretie", ktoré dialekticky spojí tieto dva odlišné objekty. V tomto prípade je potrebné začať myšlienkou (ideou), že objektívnou realitou je všetko, čo má svoje miesto v priestorovočasovom kauzálnom systéme [5].

A na záver len jednu vetu:

Správne položená otázka je vlastne viac než polovičná cesta k riešeniu problému.

Literatúra

[1] L. S. Vygotskij: *Myslenie a řeč.* SPN Praha 1970.

[2] Kolektív: *Algebra pre 8. roč. ZDŠ.*

[3] Kolektív: *Úlohy z matematiky pre 3. roč. gymnázia.* SPN 1972.

[4] Z. Pietrasinski: *Tvorivé myslenie.* Obzor, Bratislava 1972.

[5] A. M. Mostepanenko: *Priestor a čas v makrosvete, megasvete a mikrosvete.* Pravda, Bratislava 1977.

[6] A. Tarski: *Úvod do logiky a metodológie deduktívnych vied.* Academia 1966.

jubilea & zprávy

ZA PROFESOROM JÁNOM FISCHEROM

Dňa 4. 2. 1980 po krátkej chorobe skonal prof. RNDr. Ján Fischer, jeden zo zakladateľov slovenskej teoretickej fyziky a dlhoročný vysokoškolský pedagóg.

Prof. Ján Fischer sa narodil 5. 5. 1905 v Martine. Vysokoškolské vzdelanie získal na Prírodovedeckej fakulte Univerzity Karlovej v Prahe. Vďaka podpore Matice slovenskej a československého štátu odchádza v roku 1928 na trojročný študijný pobyt do Zürichu. Bolo to veľmi plodné obdobie života zosnulého. Pod vedením prof. Wentzela skúmal interakciu rentgenového žiarenia s látkou. Patril medzi prvých teoretikov, ktorí na túto oblasť fyziky aplikovali myšlienky a aparát mladej kvantovej mechaniky. Výsledkom intenzívneho úsilia boli dve práce, ktoré sa zlatým písmom zapísali do dejín kvantovej teórie žiarenia. Stačí spomenúť, že články prof. Fischera sa podnes hojne citujú v odbornej literatúre a dostali sa aj do klasických kníh prof. Sommerfelda.

Návratom do vlasti se žiaľ skončila sľubne sa začínajúca vedecká dráha mladého teoretika. V období hospodárskej krízy s námahou hľadal vhodné zamestnanie a navyše vážne ochorel. Po vyliečení pôsobil ako stredoškolský profesor na viacerých slovenských gymnáziach.

Keď vypuklo Slovenské národné povstanie, Ján Fischer nezostal bokom. Pracoval na povstaleckom Pevereníctve školstva a po ústupe do hôr pôsobil v partizánskom štábe v obci Kalište. Za účasť v povstaní mu bolo udelené uznanie Povereníctva školstva a bol tiež poctený Pamätnou medailou SNP.

Po oslobodení ešte krátko pôsobil ako stredoškolský profesor a riaditeľ Cvičného gymnázia v Bratislave. Od r. 1950 prof. Fischer pracoval na Prírodovedeckej fakulte UK. V r. 1954 bol menovaný vedúcim Katedry fyziky a po jej rozdelení sa stal vedúcim Katedry teoretickej