

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Gian-Carlo Rota

Deset lekcí, které mě zapomněli naučit

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 42 (1997), No. 5, 217--222

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139412>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1997

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Deset lekcí, které mě zapomněli naučit

Gian-Carlo Rota

Dovolte mi začít tím, že zmírním jednu vaši obavu. Nehodlám strávit příští půlhodinu děkováním za vaši účast na této konferenci nebo za to, že jste se nechali vyrušit od práce a přicestovali do Cambridge.

Abych zmírnil další z vašich možných obav, dovolte mi dodat, že nebudete muset vyslechnout vzpomínky na minulé události, podobné těm, které několik let publikuji s vážným obličejem a s občasným příkrášlením skutečnosti.

Poté co jsem pustil z hlavy tyto dvě varianty své přednášky, zůstal jsem bez tématu. Naštěstí si vzpomínám na jedno kolokvium na MIT, které proběhlo koncem padesátých let: bylo to jedno z prvních, kterého jsem se na MIT zúčastnil. Přednášejícím byl Eugenio Calabi. V první řadě seděl Norbert Wiener, jako obvykle spící, dokud nenastal čas zatleskat, a také Dirk Struik, který byl jedním z Calabiho učitelů, když ten studoval ve čtyřicátých letech na MIT. Téma přednášky se vymykalo mé kvalifikaci: po prvních pěti minutách jsem byl úplně ztracen. Po skončení přednášky se rozvinula tajemná diskuse mezi přednášejícím a některými účastníky — byli to Ambrose a Singer, pokud si dobře vzpomínám. Pak následovala chvíle napjatého ticha. Ledy prolomil profesor Struik. Zvedl ruku a řekl: „Dejte nám něco, co bychom si odnesli domů.“ Calabi souhlasil a v příštích pěti minutách vysvětlil v krásně jednoduchých pojmech podstatu své přednášky. Každý byl naplněn pocitem uspokojení.

Dirk Struik měl pravdu: přednášející by se měl snažit dát posluchačům něco, co by si odnesli domů. Ale co by to mělo být? Sbíral jsem různé náhodné rady, které si neustále opakuji, o tom, co by se mělo a co by se nemělo, proti čemuž se stále prohřešuji a budu prohřešovat. Někteří z vás se již seznámili s jednou či více z těchto lahůdek. Jestliže shrnu tyto záležitosti do jedné přednášky, bude to jedna z méně nepřístupných forem téže troufalosti. Rady, které dáváme jiným, jsou rady, které potřebujeme my sami. Protože pro mne je již příliš pozdě, abych zvládl tyto lekce, zhostím se svých nesplněných povinností tím, že je naservíruji vám. Podávám je v pořadí rostoucí kontroverznosti.

GIAN-CARLO ROTA je profesorem aplikované matematiky a filozofie na MIT. Jeho e-mailová adresa je rota@math.mit.edu.

Tento článek vyšel v elektronické verzi v *Concerns of Young Mathematicians*, Volume 4, Issue 25, August 21, 1996, což je součást systému *Young Mathematicians Network*.

Článek je založen na příspěvku předneseném v dubnu 1996 u příležitosti akce *Rotafest* a je zde přetištěn se svolením vydavatelství Birkhäuser Boston, © 1997, ISBN 0-8176-3866-0, *Indiscrete Thoughts* (G.-C. Rota), editor FABRIZIO PALOMBI.

(*Redakční poznámka časopisu Notices of the AMS.*)

Český překlad byl pořízen z verze otištěné pod názvem *Ten Lessons I Wish Had Been Taught*, *Notices of the AMS*, Vol. 44, No. 1, January 1997, 22–25.

Přeložil OLDŘICH KOWALSKI.

© Birkhäuser Boston 1997

Přednášení

Následující čtyři požadavky na dobrou přednášku se nezdaří být vůbec zřejmé, pokud mohu soudit podle matematických přednášek, které jsem vyslechl za posledních čtyřicet šest let.

a) *Každá přednáška by měla mít jen jedno hlavní téma.*

Německý filozof G. W. Hegel napsal, že každý filozof, který příliš často používá spojku „a“, nemůže být dobrým filozofem. Myslím, že měl pravdu, přinejmenším pokud jde o přednášení. Každá přednáška by měla vyzvednout jedno hlavní téma a to znovu a znovu opakovat jako variace na danou notu. Posluchačstvo je jako stádo krav, které se pomalu pohybuje směrem, kterým je ženou. Předložíme-li jediné téma, máme dobrou šanci, že posluchači půjdou správným směrem; pokud předložíme několik témat, pak se krávy rozptýlí všude po poli. Přítomní ztratí zájem a každý se vrátí ke svým myšlenkám, které přerušil, když přišel na vaši přednášku.

b) *Nikdy nepřetahujte čas.*

Přetahovat čas je jedna z neodpuštělných chyb, které může přednášející udělat. Po padesáti minutách (jednom mikrostoletí, jak říkával von Neumann) se pozornost všech odvrátí někam jinam, i kdybyste se pokoušeli dokázat Riemannovu hypotézu. Jedna minuta navíc může zničit nejlepší přednášku.

c) *Navazte kontakt s posluchači.*

Když vejdete do posluchárny, snažte se mezi přítomnými vystopovat někoho, jehož práce trochu znáte. Rychle pozměňte program svého vystoupení tak, abyste se mohli zmínit o práci toho člověka. Tím získáte záruku, že přinejmenším jedna osoba bude sledovat váš projev se zaujatou pozorností, a navíc si získáte přítele.

Každý z přítomných přišel na vaši přednášku se skrytou nadějí, že se zmíníte o jeho práci.

d) *Dejte jim něco, co by si odnesli domů.*

Není snadné řídit se radou profesora Struika. Je snadnější říci, které rysy přednášky si posluchači navždy zapamatují, a odpověď není zrovna povzbuzující.

Často potkávám na letištích, na ulicích (a příležitostně v trapných situacích) absolventy MIT, kteří u mne navštěvovali jednu nebo více přednášek. Většinou připouštějí, že zapoměli téma přednášky a veškerou matematiku, o které jsem si myslel, že jsem je naučil. Ale rádi si připomenou nějaký žert, anekdotu, vtipnou poznámku, odbočku nebo chybu, kterou jsem udělal.

Používání tabule

Dvě rady.

a) *Ujistěte se, že tabule je čistá.*

Je zvláště důležité smazat ty rušivé víry, které zůstanou, když pohybujeme nerovnoměrně houbou po tabuli.

Začnete-li s čistou tabulí, vzbudíte tím obratně dojem, že i vaše přednáška bude bez poskvrny.

b) *Začněte psát v levém horním rohu.*

To, co zapisujeme na tabuli, nechť odpovídá tomu, co by si měl pozorný posluchač zapisovat do svého sešitu. Je lepší psát pomalu a velkým písmem, bez zkratek. Ti posluchači, kteří si dělají poznámky, nám prokazují laskavost a je na nás, abychom jim pomohli s opisováním. Pokud místo tabule používáme fólie, řečník by měl věnovat nějaký čas vysvětlováním toho, co je na každé fólii, nejlépe přidáním vět, které jsou nepodstatné, opakující se nebo nadbytečné, čímž dá přítomným čas, aby si naši fólii opsali. Všichni máme sklon k iluzi, že posluchači si najdou čas přečíst si kopie našich fólií, které jim rozdáme po přednášce. To je jen zbožné přání.

Publikujte tytéž výsledky několikrát.

Poté co jsem ukončil studia, pracoval jsem několik let ve funkcionální analýze. Koupil jsem si jeden exemplář Rieszových *Sebraných spisů*, hned jak tento velký, tlustý a přerostlý foliant vyšel tiskem. Jakmile jsem v něm ovšem začal listovat, nemohl jsem si nepovšimnout, že listy jsou obzvlášť tlusté, téměř jako z kartonu. Také bylo podivné, že každá Rieszova publikace byla přesázena výjimečně velkými typy písma. Měl jsem rád Rieszovy práce, které byly vždy krásně napsány a dávaly čtenáři pocit definitivnosti.

Když jsem si pak prohlížel *Sebrané spisy*, vyšlo najevo něco jiného. Redaktoři si dali velkou práci, aby přetiskli každou maličkost, kterou kdy Riesz publikoval. Bylo jasné, že Rieszových publikací je málo. Ještě více překvapilo, že tyto práce byly otištěny vícekrát. Riesz zpravidla otiskl první, hrubou verzi nějaké myšlenky v neznámém maďarském časopise. O několik let později poslal sérii krátkých sdělení do *Comptes Rendus* francouzské Akademie, v nichž byl materiál dále propracován. Pak uplynulo ještě několik let a Riesz otiskl definitivní verzi, buďto francouzsky nebo anglicky.

Adam Koranyi, který chodil k Rieszovi na přednášky, mi řekl, že Riesz přednášel každý rok vždy o téže věci a mezitím přemýšlel o definitivní psané verzi. Není divu, že konečná podoba byla dokonalá.

Rieszův příklad si zaslouží následování. Matematická obec je rozdělena do malých skupinek, z nichž každá má své vlastní zvyklosti, označení a terminologii. Brzy se může ukázat nevyhnutelným, aby výsledek byl popsán v několika verzích, z nichž každá by byla přístupná určité specifické skupině; jinak by se mohlo stát, že naše práce bude znovuobjevena někým, kdo používá jiný jazyk a označení a výsledek si přivlastní.

Je větší pravděpodobnost, že si vás lidé zapamatují jako autora přehledného článku.

Podívejme se na dva příklady a začněme Hilbertem. Když si vzpomeneme na Hilberta, vybaví se nám několik z jeho velkých vět, jako je věta o bázi. Ale Hilbertovo jméno je

častěji spojováno s jeho dílem o teorii čísel *Zahlbericht*, s jeho knihou *Základy geometrie* a s jeho monografií o integrálních rovnicích. Název „Hilbertův prostor“ byl zaveden Stonem a von Neumannem jako výraz uznání za Hilbertovu knihu o integrálních rovnicích, ve které se poprvé objevilo slovo „spektrum“, a to nejméně dvacet let před objevem kvantové mechaniky. Hilbertova kniha je z velké části přehledovým dílem, založeným na pracích Hellingera a několika dalších matematiků, jejichž jména jsou dnes zapomenuta.

Podobně tomu bylo s Hilbertovými *Základy geometrie*, knihou, díky které Hilbertovo jméno mezi matematiky zdomácnělo. Dílo obsahuje málo původních výsledků a sklízí žej z úsilí několika geometrů, jako byli Kohn, Schur (ne ten Schur, kterého znáte), Wiener (jiný Wiener), Pasch, Pieri a pár dalších Italů.

Dále Hilbertův *Zahlbericht*, základní příspěvek, který způsobil revoluci v teorii čísel, byl původně přehledovým článkem, který byl u Hilberta objednan redakcí Bulletinu Německé matematické společnosti.

Dalším příkladem je William Feller. Feller je znám jako autor nejúspěšnějšího díla o teorii pravděpodobnosti, jaké kdy bylo napsáno. Málo dnešních odborníků v teorii pravděpodobnosti je s to citovat více než pár Fellerových vědeckých prací; většina matematiků dokonce ani netuší, že Feller předtím pracoval v konvexní geometrii.

Dovolte mi odbočit k osobní vzpomínce. Občas publikuji v odvětví filozofie, které se nazývá fenomenologie. Poté co jsem publikoval první článek z tohoto oboru, cítil jsem se hluboce dotčen, když na zasedání Společnosti pro fenomenologii a existenciální filozofii mi bylo drsně a jednoznačně řečeno, že vše, o čem jsem psal ve svém článku, je dobře známo. Tento scénář se opakoval nejednou a nakonec jsem byl nucen přehodnotit své publikační standardy ve fenomenologii.

Věci se mají tak, že základní pojednání o fenomenologii jsou psána mlhavou, těžkopádnou filozofickou němčinou. Tradice vyžaduje, aby se nikdy neuváděly jakékoli příklady na to, o čem se hovoří. Jednoho dne jsem se rozhodl, ne bez vážných pochybností, publikovat článek, který byl v podstatě aktualizací některých odstavců z knihy Edmunda Husserla, spolu s několika příklady. Zatímco jsem byl během další schůze Společnosti pro fenomenologii a existenciální filozofii připraven na nejhorší, jeden prominentní fenomenolog mi vyběhl vstříc s úsměvem na tváři. Vysoce oceňoval můj článek a naléhavě mě povzbuzoval, abych dále rozvíjel myšlenky, které jsou v něm obsaženy.

Každý matematik zná jen několik triků.

Je to již dlouho, co jeden postarší a známý číselný teoretik učinil několik přezíravých poznámek o díle Paula Erdőse. Vy jistě obdivujete Erdősův přínos pro matematiku stejně jako já a mě trápilo, že ten starší matematik přímo a definitivně prohlásil, že celé Erdősovo dílo může být „redukováno“ na několik triků, které Erdős opakovaně používal ve svých důkazech. Tento číselný teoretik si neuvědomil, že i jiní matematici, dokonce ti nejlepší z nejlepších, se také spoléhají na několik triků, které používají znovu a znovu. Vezměte si Hilberta. Druhý díl Hilbertových sebraných spisů obsahuje Hilbertovy

práce o teorii invariantů. Udělal jsem dobře, že jsem pozorně přečetl některé z těchto článků. Je smutné konstatovat, že některé z Hilbertových krásných výsledků byly úplně zapomenuty. Ale když jsem četl důkazy Hilbertových překvapivých a hlubokých vět z teorie invariantů, překvapilo mě zjištění, že také Hilbertovy důkazy se zakládají na pouhých několika fintách. Dokonce i Hilbert znal jen několik triků!

Netrapte se nad svými chybami.

Dovolte mi znovu začít s Hilbertem. Když Němci připravovali k publikaci Hilbertovy sebrané spisy a chtěli mu věnovat jeden exemplář při příležitosti některých jeho narozenin, zjistili, že nemohou články otisknout v původní verzi, protože byly plné chyb, z nichž některé byly dosti vážné. Proto najali mladou nezaměstnanou matematicku Olgu Taussky-Toddovou, aby prošla Hilbertovy práce a opravila všechny chyby. Olga na tom pracovala tři roky; ukázalo se, že všechny chyby se dají opravit bez větších změn ve znění vět. Byla zde jedna výjimka: článek, který Hilbert napsal již ve stáří a který se nedal opravit. Byl to údajný důkaz hypotézy kontinua; najdete jej v jednom svazku *Mathematische Annalen* z počátku třicátých let. Nakonec, v den Hilbertových narozenin byla *tajnému radovi* předána čerstvě vytištěná kolekce jeho sebraných spisů. Hilbert pozorně listoval ve spisech a ničeho si nevšiml.

Nyní se přesuňme na opačný konec spektra a dovolte mi říci vám jinou, tentokrát osobní anekdotu. V létě 1979, když jsem se účastnil filozofické konference v Pittsburgu, mě náhle postihlo odchlípení sítnice. Díky Jonině rychlému zásahu mě včas operovali a zachránili mi zrak.

Ráno po operaci, když jsem ležel na nemocničním lůžku s bandážemi na očích, Joni se zastavila na návštěvu. Protože jsem měl zůstat v této pittsburgské nemocnici nejméně týden, rozhodli jsme se napsat spolu článek. Joni vylovila z mé aktovky rukopis a já jsem se jí zmínil, že v textu je několik chyb, které by mi měla pomoci opravit.

Pak nastalo dvacet minut ticha, kdy si pročítala rukopis. „Proboha, vždyť je to celé špatně!“ poznamenala nakonec svým mladistvým hlasem. Měla pravdu. Každé tvrzení v rukopise mělo v sobě něco špatného. Nicméně po chvíli práce dokázala opravit všechny chyby a článek byl nakonec otištěn.

Jsou dva druhy chyb. Existují osudné chyby, které zničí celou teorii, ale jsou i nahodilé chyby, které jsou dobré k tomu, abychom vyzkoušeli stabilitu celé teorie.

Používejte Feynmanovu metodu.

Richard Feynman dával rád následující radu, jak se stát géniem. Měli byste neustále udržovat ve své mysli tučt svých oblíbených problémů, i když je většinou necháte ve stavu dřimoty. Pokaždé když uslyšíte nebo si přečtete nový trik nebo výsledek, vyzkoušejte jej na každém z vašich dvanácti problémů, zdali to nějak pomůže. Čas od času se skutečně strefíte a lidé pak budou říkat: „Jak to udělal? Musí to být génius.“

Nešetřte uznáním.

Vždycky se cítím rozladěný, když si přečtu práci, ve které se mi nedostalo zaslouženého uznání, a jistě se dá předpokládat, že i jiní lidé to vnímají stejně. Jednou jsem se pokusil o experiment. Poté co jsem napsal dosti dlouhý článek, začal jsem sepisovat podrobnou bibliografii. Z okamžitého popudu jsem se rozhodl ocitovat několik prací, které neměly nic společného s obsahem mého článku, a čekal jsem, co se stane.

Poněkud překvapeně jsem dostal dopisy od dvou autorů, o jejichž člancích jsem se domníval, že jsou pro mou práci zcela bezvýznamné. Oba dopisy se vyznačovaly emocionálním nábojem. Každý z autorů mi blahopřál k tomu, že jsem byl první, kdo ocenil jeho příspěvek k našemu oboru.

Pište informativní úvody.

V dnešní době se zřídka kdy stane, že bychom četli matematickou práci od začátku do konce. Jestliže si přejeme, aby naši práci lidé četli, měli bychom svým potenciálním čtenářům dát silnou motivaci. Dlouhý úvod shrnující historii problému, dávající každému, co jeho jest, a snad také vábivé vylíčení obsahu článku v trochu rozvláčném stylu může být jedním ze způsobů, jak si získat pár čtenářů.

Jako editor časopisu *Advances in Mathematics* často posílám nabídnuté články zpět autorům s doporučením, aby napsali delší úvod. Jednou jsem dostal od autora odpověď s poznámkou, že jeho článek byl předtím zamítnut v časopise *Annals of Mathematics*, protože úvod byl příliš dlouhý.

Budte připraveni na stáří.

Můj zesnulý přítel Stan Ulam říkával, že jeho život byl ostře rozdělen na dvě poloviny. V první polovině života byl vždy tím nejmladším ve výzkumném týmu; v druhé polovině byl vždycky tím nejstarším.

Nyní zjišťuji, jak velice měl pravdu. Nálepka staršího věku se nezdá být napsána na čele a my se o tom musíme poučit tvrdou zkušeností. Záleží na základním uvědomění si faktu, což vyžaduje určitý čas. Musíte si uvědomit, že po dosažení určitého věku již nejste vnímáni jako osoba. Stáváte se institucí a chovají se k vám jako k instituci. Očekává se od vás, že se budete chovat jako kus dobového nábytku, jako architektonická pamětihodnost nebo jako starožitný tisk.

Nezáleží příliš na tom, zdali dále publikujete nebo ne. Jestliže vaše práce nejsou dobré, řeknou „Co jste čekali? Je součástí inventáře!“, a pokud je váš článek shledán zajímavým, řeknou „Co jste čekali? Pracoval na tom celý život!“. Jediná smysluplná odpověď je hrát svou novou roli coby instituce a najít v tom zalíbení.