Jaroslav Milota; Ivan Netuka

IV. Mezinárodní matematická soutěž vysokoškoláků

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 24 (1979), No. 1, 44--46,46--49

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139444

vyučování

IV. Mezinárodní matematická soutěž vysokoškoláků

Jaroslav Milota, Ivan Netuka, Praha

Přírodovědecká fakulta bělehradské univerzity uspořádala 1. 4. 1978 IV. mezinárodní matematickou soutěž vysokoškolských studentů (ISTAM 1978, Beograd). Účastnilo se jí 16 družstev: ČSSR (2), Jugoslávie (10), Maďarsko (2), NDR (1), Rakousko (1). První místo obsadila s převahou Univerzita Budapešť, druhé místo Technická univerzita Vídeň a třetí místo MFF UK Praha.

Organizace soutěže se odlišovala od loňského ročníku, o němž jsme čtenáře informovali (PMFA 23 (1978), 94–96). Změna se týká pouze druhé kategorie určené studentům vyšších ročníků. Každý účastník si volil hlavní předmět (buďto *funkcionální analýzu* nebo *algebru*) a vybral si k němu jeden předmět vedlejší (pro funkcionální analýzu to byly: analýza v komplexním oboru, diferenicální rovnice, programování; pro algebru: topologie, geometrie, teorie pravděpodobnosti).

Úlohy IV. ročníku ISTAM

1. kategorie (1.–2. ročník studia):

1. Předpokládejme, že pro souřadnice bodů $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3) \in R^3$ platí podmínky:

$$(1) \quad x_1 \geqq x_2 \geqq x_3 \geqq 0\,, \qquad y_1 \geqq y_2 \geqq y_3 \geqq 0\,,$$

$$(2) \quad x_1 \leqq y_1\,, \quad x_1 + x_2 \leqq y_1 + y_2\,, \qquad x_1 + x_2 + x_3 \leqq y_1 + y_2 + y_3\,.$$

Jestliže y^p jsou všechny body, které dostaneme z bodu y permutací souřadnic a jejich násobením číslem 1 nebo -1 ($p = 1, \ldots, 48$), potom x lze vyjádřit ve tvaru $x = \sum_{p=1}^{48} t_p y^p$, kde $t_1, \ldots, t_{48} \geqq 0$ a $\sum_{p=1}^{48} t^p = 1$ (neboli x leží v konvexním obalu množiny $\{y_p;\ p = 1, \ldots, 48\}$).

Dokažte.

2. Určete všechny polynomy $p(x)$ nad tělesem F, pro něž $p(x^2) \equiv (p(x))^2$.

3. Nechť $f \in C\langle 0,1\rangle$ a $a, b \in \langle 0,1\rangle$, $a < b$.

Předpokládejme, že pro každé $x \in (a, b)$ existuje limita

$$f^I(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}\,.$$

Dokažte, že existují body $p, q \in (a, b)$ tak, že

$$f(b) - f(a) \leqq f^I(p)\,(b - a)\,,$$

$$f(b) - f(a) \geqq f^I(q)\,(b - a)\,.$$

4. Metrické prostory (M_1, d_1), (M_2, d_2) se nazývají izometrické, existuje-li prosté zobrazení f prostoru M_1 na M_2 takové, že $d_2(f(x), f(y)) = d_1(x, y)$, kdykoli $x, y \in M_1$. Nechť $M_1 = M_2 = R^n$, $d_1(x, y) = (\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2)^{1/2}$, $d_2(x, y) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|$.

Dokažte, že prostory (R^n, d_1) a (R^n, d_2) nejsou izometrické.

2. kategorie (3. – 5. ročník studia):

Funkcionální analýza:

1. Nechť $A \subset \langle 0,1 \rangle$ je množina Lebesgueovy míry 0. Dokažte, že existuje rostoucí spojitá (reálná) funkce na $\langle 0,1 \rangle$ tak, že $f'(t) = 0$ pro každé $t \in A$.

2. Nechť M je uzavřená podmnožina konečně rozměrného euklidovského prostoru R^n a nechť M má Čebyševovu vlastnost (tj. každý bod $x \in R^n$ má v M jediný nejbližší bod $\pi(x)$ ve smyslu euklidovské metriky).

Dokažte tyto vlastnosti funkce $\pi : R^n \to M$

(a) π je spojitá;

(b) pro každý bod $x \in R^n \setminus M$ existuje polopřímka p s počátečním bodem x tak, že $\pi(p) = \{\pi(x)\}$.

Analýza v komplexním oboru:

1. Nechť $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ je funkce holomorfní v jednotkovém kruhu $\Delta = \{z; |z| < 1\}$ a nechť $|\arg f(z)| < \Theta$ $(0 < \Theta < \pi/2)$. Rozhodněte, zda platí nerovnost

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{|a_k|^2}{k+1} \leqq \frac{|a_0|^2}{\cos^2 \Theta} .$$

2. Jestliže funkce f je holomorfní na okolí uzavřeného jednotkového kruhu a $f(0) = 0$, potom

$$\int_0^{2\pi} |f(e^{i\Theta})| \, d\Theta \leqq \int_0^{2\pi} |f'(e^{i\Theta})| \, d\Theta .$$

Dokažte.

Diferenciální rovnice:

1. Rozhodněte, zda Riccatiho rovnice

$$y' = (y + 5x + \sin x) \, .$$
$$. \, (y + 5x - \cos x - 2)$$

má řešení definované na intervalu nekonečné délky.

2. Zjistěte, zda existuje společné netriviální řešení rovnic

$$y''' - e^{-x} y'' + e^{\cos x} y' -$$
$$- (x^3 + x + 1) \, y = 0 \, ,$$
$$y''' - 3e^{-x} y'' + e^{\cos x} y' -$$
$$- 2(x^3 + x + 1) \, y = 0 \, .$$

Programování:

Logický obvod je sestaven z prvků „or“, „and“, „not“, které realizují stejnojmenné logické funkce.

Prvky „or“ a „and“ mají po dvou vstupních uzlech a jednom výstupním uzlu, prvky „not“ mají po jednom vstupním a jednom výstupním uzlu. Všechny uzly jsou očíslovány od 1 do n $(n \leqq 100)$.

Obvod je sestaven tak, že čísla výstupních uzlů některých prvků jsou shodná s čísly vstupních uzlů některých jiných prvků. Navíc se předpokládá, že v obvodu nejsou cykly, tj. hodnota ve vstupním uzlu jakéhokoli prvku nezávisí na hodnotě ve výstupním uzlu téhož prvku.

Jsou dány seznamy

$$x_1, \ldots, x_m$$
$$y_1, \ldots, y_k \quad (m, k < n)$$

všech vstupních, resp. výstupních uzlů obvodu. Každý prvek obvodu je určen uspořádanou čtveřicí (f, u_1, u_2, r), kde

$$f = \begin{cases} 1 & \text{pro prvek „or"} \\ 2 & \text{„and"} \\ 3 & \text{„not"} , \end{cases}$$

u_1, u_2 jsou čísla vstupních uzlů, přičemž $u_2 = 0$, pokud $f = 3$; r je číslo výstupního uzlu.

Napište program ve FORTRANu, který:

(1) Čte a tiskne seznam prvků obvodu

(f^1, u_1^1, u_2^1, r^1)

(f^l, u_1^l, u_2^l, r^l) $(l \leqq 50)$.

(2) Čte a tiskne seznam vstupních a výstupních uzlů.

(3) Čte a tiskne (jednu za druhou) posloupnosti $a_1, \ldots, a_m$ logických hodnot ve vstupních uzlech obvodu a pro každou z nich počítá a tiskne logické hodnoty $b_1, \ldots, b_k$ ve výstupních uzlech obvodu.

Poznámky: Vstupní (resp. výstupní) uzel obvodu není výstupním (resp. vstupním) uzlem žádného prvku. Žádný uzel není výstupním pro více než jeden element.

Algebra:

1. Jestliže identita Z platí v nekonečně mnoha grupách prvočíselného řádu, pak Z platí ve všech abelovských grupách. Dokažte.

2. Určete maticovou reprezentaci grupy Aut $(Q(\sqrt{p}))$, kde $Q(\sqrt{p}) = \{a + b\sqrt{p};\ a, b \in Q\}$ (p prvočíslo) a Aut $(Q(\sqrt{p}))$ je grupa automorfismů $(Q(\sqrt{p}), +, <)$.

Topologie:

1. Najděte infimum všech topologií na množině X, pro něž je X kompaktní totálně nesouvislý Hausdorffův prostor.

2. Nechť X je T_3 – prostor a nechť card $(X) = \aleph_2$. Jestliže je separabilní každý podprostor $Y \subset X$, pro nějž card $(Y) =$ card (X), potom je každý podprostor prostoru X separabilní. Dokažte.

Geometrie:

Text úloh není k dispozici.

Pravděpodobnost:

1. a) Je-li X náhodná veličina, potom

$$(E(|X|^r))^{1/r}$$

je neklesající funkce proměnné $r > 0$.

b) Dokažte nerovnost

$$(\sum_{i=1}^{n} |a_i|)^{1/r} \leqq n^{r-1} \sum_{i=1}^{n} |a_i|^r$$

$(r > 1, a_1, \ldots, a_n \in R)$.

2. Nechť náhodná veličina X_1 má rovnoměrné rozdělení na intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Nechť X_{k+1} má při podmínce $X_1 = x_1, \ldots, X_k = x_k$ podmíněné rozdělení rovnoměrné na intervalu $\langle 0, x_k^2 \rangle$. Určete střední hodnotu X_n.

Průzkum vědomostí žáků z astronomie

Jaromír Široký, Olomouc

Základní poznatky z astronomie získávají žáci na základní škole v učivu zeměpisu v 6. ročníku a fyziky v 9. ročníku; o významných osobnostech (M. Koperník, G. Bruno) se učí v dějepisu v 7. ročníku. Na tyto vědomosti pak navazují žáci v prvním a ve čtvrtém ročníku gymnázia a ve velmi stručné formě v prvním ročníku středních odborných škol v rámci učiva fyziky. Abychom zjistili, jaký je skutečný stav vědomostí, vykonali jsme v letech 1976 a 1977 se souhlasem pedagogických oddělení odborů školství ONV v Olomouci a Severomoravského KNV v Ostravě rozsáhlý průzkum vědomostí žáků z astronomie v různých třídách na různých typech škol Severomoravského kraje, resp. okresu Olomouc. Průzkum obsáhl 1 687 žáků v 83 třídách na 25 školách.

Vědomosti žáků byly zjišťovány pomocí didaktických testů, a to jak testů typu

(f^1, u_1^1, u_2^1, r^1)

(f^l, u_1^l, u_2^l, r^l) $(l \leqq 50)$.

(2) Čte a tiskne seznam vstupních a výstupních uzlů.

(3) Čte a tiskne (jednu za druhou) posloupnosti $a_1, \ldots, a_m$ logických hodnot ve vstupních uzlech obvodu a pro každou z nich počítá a tiskne logické hodnoty $b_1, \ldots, b_k$ ve výstupních uzlech obvodu.

Poznámky: Vstupní (resp. výstupní) uzel obvodu není výstupním (resp. vstupním) uzlem žádného prvku. Žádný uzel není výstupním pro více než jeden element.

Algebra:

1. Jestliže identita Z platí v nekonečně mnoha grupách prvočíselného řádu, pak Z platí ve všech abelovských grupách. Dokažte.

2. Určete maticovou reprezentaci grupy Aut $(Q(\sqrt{p}))$, kde $Q(\sqrt{p}) = \{a + b\sqrt{p};\ a, b \in Q\}$ (p prvočíslo) a Aut $(Q(\sqrt{p}))$ je grupa automorfismů $(Q(\sqrt{p}), +, <)$.

Topologie:

1. Najděte infimum všech topologií na množině X, pro něž je X kompaktní totálně nesouvislý Hausdorffův prostor.

2. Nechť X je T_3 – prostor a nechť card $(X) = \aleph_2$. Jestliže je separabilní každý podprostor $Y \subset X$, pro nějž card $(Y) =$ card (X), potom je každý podprostor prostoru X separabilní. Dokažte.

Geometrie:

Text úloh není k dispozici.

Pravděpodobnost:

1. a) Je-li X náhodná veličina, potom

$$(E(|X|^r))^{1/r}$$

je neklesající funkce proměnné $r > 0$.

b) Dokažte nerovnost

$$\left(\sum_{i=1}^{n} |a_i|\right)^{1/r} \leqq n^{r-1} \sum_{i=1}^{n} |a_i|^r$$

$(r > 1, a_1, \ldots, a_n \in R)$.

2. Nechť náhodná veličina X_1 má rovnoměrné rozdělení na intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Nechť X_{k+1} má při podmínce $X_1 = x_1, \ldots, X_k = x_k$ podmíněné rozdělení rovnoměrné na intervalu $\langle 0, x_k^2 \rangle$. Určete střední hodnotu X_n.

Průzkum vědomostí žáků z astronomie

Jaromír Široký, Olomouc

Základní poznatky z astronomie získávají žáci na základní škole v učivu zeměpisu v 6. ročníku a fyziky v 9. ročníku; o významných osobnostech (M. Koperník, G. Bruno) se učí v dějepisu v 7. ročníku. Na tyto vědomosti pak navazují žáci v prvním a ve čtvrtém ročníku gymnázia a ve velmi stručné formě v prvním ročníku středních odborných škol v rámci učiva fyziky. Abychom zjistili, jaký je skutečný stav vědomostí, vykonali jsme v letech 1976 a 1977 se souhlasem pedagogických oddělení odborů školství ONV v Olomouci a Severomoravského KNV v Ostravě rozsáhlý průzkum vědomostí žáků z astronomie v různých třídách na různých typech škol Severomoravského kraje, resp. okresu Olomouc. Průzkum obsáhl 1 687 žáků v 83 třídách na 25 školách.

Vědomosti žáků byly zjišťovány pomocí didaktických testů, a to jak testů typu volné odpovědi (u žáků 9. ročníku ZDŠ, 1. a 2. ročníku střední průmyslové školy a odborného učiliště), jimiž se zjišťovaly vědomosti z učiva základní školy, tak i didaktickým testem typu vícenásobné volby odpovědi, jímž jsme zjišťovali u žáků 2. ročníku gymnázia vědomosti, které jsou obsahem učiva fyziky v prvním ročníku (prakticky jeden rok po probrání učiva). Součástí obou typů testů vědomostí byly i otázky dotazníkového rázu, jimiž jsme zjišťovali např. návštěvnost lidových hvězdáren a planetárií, pozorování oblohy pomocí mapy hvězdné oblohy, sledování časopisů i knižní literatury s astronomickou tematikou, znalost jmen kosmonautů, souhvězdí apod. Test vědomostí u souboru 504 žáků 9. ročníku ZDŠ měl 16 položek, u souboru 548 žáků druhého ročníku gymnázia 30 položek, u ostatních souborů pak 9 položek. Z toho důvodu také čas určený k vypracování testu byl rozdílný. Celkem bylo zpracováno 42 755 informací, a to metodami matematické statistiky, běžně používanými v pedagogickém výzkumu. Je třeba ještě zdůraznit, že učivo nebylo se žáky opakováno a ani učitelé nebyli předem informováni o realizaci testu. K zvýšení objektivnosti průzkumu přispěla podle našeho názoru také ta skutečnost, že testy byly anonymní (žák jen uvedl, zda je chlapec nebo dívka) a při zadávání testu byl ve třídě kromě učitele přítomen i pracovník katedry fyziky a didaktiky fyziky přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci. Znění testů není možné nyní uvádět; v závěru článku však čtenáře upozorníme na časopisy a publikace, v nichž bude plné znění i statistické zpracování uveřejněno. Nyní jen stručně shrneme některé zajímavé výsledky získané zpracováním didaktických testů.

Ve všech souborech žáků byla nejlépe zodpověděna otázka týkající se názvu planety, která obíhá v největší vzdálenosti od Slunce (Pluto, 68,5 % až 94,2 % žáků); naproti tomu planetu obíhající v nejmenší vzdálenosti od Slunce (Merkur) uvedlo již mnohem menší procento žáků (48,8 % až 80,3 % žáků). Druhá nejlépe zodpověděná otázka se týkala jména italského filozofa, který byl v Římě upálen pro hájení heliocentrické světové soustavy. Giordana Bruna uvedlo ve všech souborech více než tři čtvrtiny žáků, zatímco M. Koperníka jako zakladatele heliocentrické soustavy uvedlo kolem 60 % žáků. Stejné procento správných odpovědí dosáhla i odpověď na otázku, kolik je planet ve sluneční soustavě (devět) a která planeta je největší (Jupiter).

Poměrně hůře dopadly otázky týkající se vzniku zatmění Slunce a Měsíce; toto učivo se probírá ve fyzice na konci 9. ročníku ZDŠ. Ačkoliv test byl realizován krátce po probrání tohoto učiva, odpověděla méně než polovina žáků správně na tyto otázky. Prakticky jen třetina žáků odpověděla správně na otázku, v jaké vzdálenosti obíhá Země kolem Slunce a jaká je příčina vzniku čtyř ročních období.

U žáků gymnázia se ukázaly jako velmi dobré vědomosti o sluneční soustavě, a to i v těch otázkách, které nejsou přímo obsahem učiva fyziky v 1. ročníku. Horší výsledky byly u otázek, které se týkaly časomíry a základů sférické astronomie. Jediný početní příklad, který byl součástí testu a týkal se výpočtu oběžné doby planetky pomocí 3. Keplerova zákona, vyřešilo správně jen 10 % žáků souboru. Naproti tomu prakticky 40 % žáků správně odpovědělo na otázku, jaká je teplota na povrchu Slunce (6 000 K), ačkoliv se o tom v učebnici fyziky pro 1. ročník gymnázia nehovoří. Při této příležitosti je třeba poznamenat, že výsledky chlapců byly lepší než dívek; u žáků ve třídách se zaměřením na matematiku a fyziku byly výsledky lepší než u žáků základní přírodovědné větve; u žáků humanitních tříd byly výsledky nejslabší. Naproti tomu nebyly zjištěny statisticky významné rozdíly mezi žáky přijatými do gymnázia z 8. a z 9. ročníků základní devítileté školy.

Pomocí čtyřpolního koeficientu korelace byly vypočteny jednak korelace mezi jednotlivými otázkami testu vědomostí, jednak mezi odpověďmi na otázky v testu vědomostí a odpověďmi v dotazníku. Ukázal se poměrně velmi kladný vliv četby populárně vědeckých časopisů určených mládeži, i když se v tomto směru projevily i některé nežádoucí důsledky (např. hodně žáků ZDŠ je přesvědčeno o existenci planety Transpluto). Naproti tomu jednorázová návštěva lidové hvězdárny nebo planetária se kladně neprojevila na vědomostech žáků. Jen ti žáci, kteří samostatně konali byť i jednoduchá astronomická pozrování (pomocí mapy hvězdné oblohy, triedrem nebo malým dalekohledem), dosáhli lepších výsledků.

Podle našich poznatků se ukázalo, že se v učebnici zeměpisu pro 6. ročník ZDŠ vyskytují málo šťastné formulace, nehledě na to, že se zcela zbytečně zavádí pojem „stálice". K vytvoření chybné představy přispívá – podle našeho názoru – i tato nevhodná formulace v učebnici zeměpisu pro 6. ročník ZDŠ (str. 16): „Slunce je více než miliónkrát větší než Země. Na obloze je ale přesto vidíme jako malé těleso". Lépe by snad bylo hovořit o tom, že průměr Slunce je asi stokrát větší než průměr Země. V textu pod fotografií znázorňující Jupitera a Saturna by mělo být uvedeno, že Jupiter je největší planetou sluneční soustavy. Učitelé zeměpisu by měli věnovat větší pozornost výkladu jevů zdánlivě samozřejmých, jako jsou otáčení Země kolem osy, oběh Země kolem Slunce a vznik ročních období. Za povšimnutí stojí, že 13 % žáků 9. ročníku ZDŠ napsalo, že příčinou vzniku ročních období je měnící se vzdálenost Země od Slunce. Ve věku 11 a 12 let osvojují si žáci velmi trvalé vědomosti. Proto některé nepřesnosti v nynější učebnici zeměpisu zůstávají žákům v paměti až do vyšších ročníků. Také poznatky o vzniku zatmění Slunce a Měsíce, které se probírají ve fyzice v 9. ročníku prakticky na konci povinné školní docházky, by si zasloužily větší pozornosti ze strany učitelů. Učivo o významných osobnostech vědy (Koperník, Galilei, Bruno) si žáci poměrně dobře pamatují; více by však měl být zdůrazněn význam M. Koperníka jako zakladatele heliocentrické soustavy. U žáků ZDŠ na většinu otázek odpovědělo správně větší procento chlapců než dívek (podobně tomu bylo i u všech ostatních souborů žáků). Na více než polovinu otázek odpovědělo správně 43,5 % chlapců, ale jen 30,2 % dívek v 9. ročníku ZDŠ.

Na základě provedených průzkumů se autor domnívá, že by byla velmi užitečná těsná spolupráce autorů učebnic zeměpisu s astronomy, aby základní poznatky z astronomie, tak důležité pro všeobecné vzdělání i pro výchovu žáků k vědeckému světovému názoru, byly vysvětleny žákům pokud možno přesně, a to zvláště na druhém stupni základní školy. Také pracovníci lidových hvězdáren a planetárií by mohli přispět ke zlepšení vědomostí žáků z astronomie tím, že by soustavně zdůrazňovali základní fakta týkající se sluneční soustavy, pohybů Země a vzniku zatmění Slunce a Měsíce. Někteří žáci napsali, že si velmi cení možnosti pozorovat oblohu malým hvězdářským dalekohledem během pobytu v pionýrském táboře. Také tato forma popularizace astronomických poznatků si zaslouží naší zvýšené pozornosti.

Na závěr bychom chtěli poznamenat, že o výsledcích průzkumu zájmů žáků byli již informováni čtenáři časopisu Říše hvězd (*58*, 1977, č. 3), o vědomostech žáků gymnázia o sluneční soustavě pak čtenáři časopisu Matematika a fyzika ve škole (*8*, 1977/78, č. 5), o některých dílčích otázkách pak členové Československé astronomické společnosti při ČSAV ve věstníku Kosmické rozhledy (1977, č. 3 a 4); podrobné, statistické zpracování výzkumu bude uveřejněno ve sborníku Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Facultas Rerum Naturalium, svazek 57.

Je potěšitelné, že opakování základních astronomických poznatků – byť i jako nepovinné učivo – bylo zařazeno do pokusných učebních textů z fyziky pro I. ročník čtyřletých učebních oborů s maturitou. Bude třeba, aby se této problematice věnovala i nadále patřičná pozornost, zejména v souvislosti s dalším rozvojem československé výchovně vzdělávací soustavy, při tvorbě nových učebnic a učebních pomůcek.

Naše poznámka

I pomocné materiály zasluhují pozornost!

Pomaturitní specializační studium je jistě účelná a potřebná forma zvyšování kvalifikace pracovníků v řadě technických oborů. Není také pochyb, že solidní přehled středoškolské matematiky je pro ně užitečnou příručkou. Při jeho zpracování by však měla být zajištěna věcná správnost formulací a schémat.

Redakci byla doručena jedna publikace tohoto druhu, ve které je bohužel řada nesprávností. Postačí jistě jen několik ukázek z algebraické části látky [v závorkách uvádíme stručný komentář]:

1. Rozdělení čísel reálných

Čísla racionální	Čísla iracionální
čísla celá zlomky pravé zlomky desetinné	odmocniny konstanty

2. Lineární rovnice složitějšího tvaru lze úpravami převést na obecný tvar. ... Je-li neznámá ve jmenovateli[!], musí se rovnice násobit nejvyšším jmenovatelem [!]. Je-li neznámá v exponentu [!], musí se mocniny převést na jednu stranu a pak rovnici logaritmovat.

   [Jako příklady jsou uvedeny prý lineární rovnice

   $$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad 4{,}6 + 2{,}3^{3-x} = 10]$$

3. Rovnice druhého stupně mají neznámou ve druhé mocnině. Mohou mít i více neznámých. Pak mluvíme o soustavách rovnic. [??]

Tyto ukázky jsou dosti varovné, svědčí o pojmovém zmatku, který se dostal na stránky účelové publikace jednoho institutu v energetickém resortu. Text zřejmě nebyl recezován matematikem, asi v domnění, že středoškolskou matematiku je snadné zpracovat. Chceme upozornit matematiky pracující v institucích, které vydávají obdobná skripta, aby sami provedli nebo aspoň doporučili provést odbornou recenzi textů.