

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Petr Hájek

Ještě o elementární logice

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 43 (1998), No. 4, 324--325

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139749>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Ještě o elementární logice

Petr Hájek, Praha

Pokroky uveřejnily dvě reakce na článek J. Fialy „Je elementární logika totéž co logika 1. řádu?“ [1]: můj společný článek s A. Sochořem [2] a článek J. Peregrina [4]. Když byl už náš článek v tisku, dozvěděl jsem se (z reklamy nakladatelství Kluwer) o knize [3] — souboru prací známého logika J. Hintikky a ke svému překvapení jsem zjistil, že Hintikka mluví o revoluci v logice a uvádí návrhy, které jsme četli u Fialy.¹⁾ Knihu jsem si urychleně opatřil²⁾ a chci stručně poreferovat, co jsem našel. (Kolega Peregrin o Hintikkově přístupu věděl a cituje ho; doc. Fiala však Hintikku necituje, v jeho článku se jméno Hintikka jen jednou mihne v celkem nevýznamném kontextu.)

Hintikka kritizuje pojem kvantifikátoru v klasické logice a navrhuje rozšířit ji o Henkinovy (větvicí se, branching) kvantifikátory — to čtenářům předkládá i Fiala. Skutečnost, že se tím zbavíme možnosti úplné rekurzivní axiomatizace logiky (skutečnost, kterou Fiala vůbec nezmiňuje a kterou my se Sochořem podrobně diskutujeme), je Hintikkovi dobře známa a opakovaně ji komentuje (uvádí mj., že kvůli tomu ho kritizoval i Quine). Hintikka také ví o problémech se sémantikou jeho logiky IF (Independence-Friendly) a ví o tom, že drtivá část matematiky se dá vybudovat v teorii množin jakožto teorii uvnitř logiky 1. řádu. Hintikkův postoj je skutečně radikální (revoluční?): vědomě se *vzdát* požadavku *sémantické úplnosti* logiky (možnosti úplné rekurzivní axiomatizace). Diskutuje dva další pojmy úplnosti: *deduktivní úplnost* (teorie je deduktivně úplná, když se v ní každé tvrzení dá buď dokázat, nebo vyvrátit — o neúplnost v tomto smyslu jde v Gödelových větách o neúplnosti) a *deskriptivní úplnost*: axiomy zcela charakterizují modely, o něž nám jde, např. v aritmetice jde o standardní model — přirozená čísla. Hintikka rozlišuje *deskriptivní* a *deduktivní stránku* logiky (co se dá definovat, resp. co se dá dokázat) a navrhuje *vzdát se* důrazu na deduktivní stránku (protože je mu jasné, že nemůže mít jak deduktivní, tak deskriptivní úplnost). Zavrhuje pohled na logiku jako teorii dokazování v axiomatických teoriích a navrhuje pohled na logiku jako činnost *experimentální* — postupné formulování nových (nezajištěných) důkazových prostředků a jejich testování. Svě logice IF dává sémantiku založenou na teorii her (zmiňuje to Peregrin) a (pocitivě) uvádí, že mu z toho vyjde neobvyklá negace, která nesplňuje zákon vyloučeného třetího. Hodně (a pěkně) diskutuje logiku 2. řádu a její dvojí možnou sémantiku: standardní a nestandardní. Diskutuje také vztah své IF-logiky k logice 2. řádu.

Ve světle Hintikkovy knihy (zběžně přečtené) mohu trvat na tom, že Fialův článek byl (na rozdíl od Hintikkovy knihy) nevěcný a nereflektoval dostatečně situaci

¹⁾ Také V. Švejdar mě upozornil, že slyšel Hintikku o těchto věcech mluvit.

²⁾ Kvituji s povděkem podporu grantu GA AV ČR č. A1030601/1966.

v současné matematické logice. Tvrzení, že Fiala navrhuje nevhodná řešení, se Hintikkovými „revolučními“ návrhy dostává do jiného světla. (Skutečnost, že Fiala Hintikkou jako pramen necitoval, si nedovedu vysvětlit.) Nicméně jak jsme řekli se Sochořem, klasická logika 1. řádu je jedinečný matematický objekt (řekněme: klenot) a Hintikkova IF-logika je (zatím?) technicky dost ošklivá, složitá a neobvyklá. Hintikkovy návrhy na změnu základního přístupu k logice a přehodnocení deduktivní stránky logiky jsou provokativní, inspirující, ale po mém soudu nepřesvědčivé. Samozřejmě že v matematice nejde jen o dokazování v pevně daných axiomatických teoriích; občas se axiomy mění, přidávají nebo ubírají. Postupné systematické přidávání axiomů k Peanově aritmetice je studováno v rámci klasické logiky (viz např. [5], [6]). Ale po mém soudu hlavní prací matematiků zůstává *dokazování*, hledání důkazů nových důležitých a zajímavých vět. Důkazy musí být objektivně ověřitelné — množina všech důkazů (z daných předpokladů danými důkazovými prostředky) musí být rekurzivní, algoritmicky rozhodnutelná. Jinak by bylo dokazování jen bouchání pěstí do stolu. Jsou-li naše důkazové prostředky korektní, dokazují věci pravdivé v standardním modelu (standardních modelech) — a také v nestandardních modelech. Ty nám mohou velmi dobře posloužit k pochopení toho, co jsou vlastně standardní (zamýšlené) modely. Velké množství výsledků klasické logiky (teorie důkazů a teorie modelů) není zdaleka brak a není vůbec dobré se ho vzdávat. Vyjadřovací (deduktivní a deskriptivní) prostředky klasické logiky lze obohacovat (ukázali jsme se Sochořem, že se tak hojně děje), ale ve *vztahu* k logice klasické. A tak — revoluce? Počkejme: revolucí jsme viděli řadu, víme, co hlásaly a jak dopadly. Při všech výhradách k Fialovu článku mu chci (bez ironie) poděkovat: bez „spravedlivého rozhořčení“ nad jeho článkem bych se nikdy nepřinutil se Hintikkovou knihou zabývat.

L i t e r a t u r a

- [1] FIALA, J.: *Je elementární logika totéž co logika 1. řádu?* Pokroky mat. fyz. astr. 42 (1997), 127–133.
- [2] HÁJEK, P., SOCHOR, A.: *Klasická logika v kontextu svých zobecnění a boj docenta Fialy proti větrným mlýnům.* Pokroky mat. fyz. astr. 43 (1998), 39–45.
- [3] HINTIKKA, J.: *Language, Truth and Logic in Mathematics.* Kluwer 1998.
- [4] PEREGRIN, J.: *Co je elementární logika?* Pokroky mat. fyz. astr. 43 (1998), 45–47.
- [5] FEFERMAN, S.: *Transfinite recursive progressions of axiomatic theories.* Journal Symb. Logic 27 (1962), 259–316.
- [6] FEFERMAN, S.: *Gödel's program for new axioms: why, where, how and what?* In: Gödel '96, Lect. Notes in Logic, vol. 6, Springer-Verlag 1996, 3–22.