

Pavel Pyrih  
Open Problem Seminar

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 45 (2000), No. 3, 257--258

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141041>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2000

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Open Problem Seminar

Pavel Pyrih, Praha

Rád bych informoval o novém semináři, který začal svoji činnost na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v akademickém roce 1998–99.

Seminář je věnován řešení otevřených problémů z teorie kontinuí a z blízkých témat obecné topologie a reálné analýzy. Přednost mají jednoduše formulované problémy. Hlavní myšlenkou bylo přivést studenty k vlastní samostatné vědecké práci. Předností semináře je nabídka problémů, jejichž řešení zpravidla nezávisí na znalosti mnoha faktů, ale v nalezení či sestrojení nějakého objektu zajímavých vlastností. Jde o kreativní část matematiky, kde může i začátečník v oboru řešit otevřené problémy.

Těžiště semináře je v aktivní diskusi o starých i nových otevřených problémech a jejich řešení. Prioritu mají studenti a jejich řešení problémů. Seminář je otevřený široké matematické veřejnosti. Seminář má vlastní „*Problem Book*“, který koluje při semináři.

Účastníci semináře společně vyřešili několik otevřených problémů a sepsali spolu původní vědecké články (1998/1999 – 3 články, 1999/2000 – 2 články).

- [A] P. PYRIH, T. BÁRTA, D. OPĚLA, R. ŠÁMAL: *A continuum where absolute terminality and HU-terminality coincide*. Questions and Answers in General Topology 17, 2 (1999), 233–235.
- [B] P. PYRIH, T. BÁRTA, D. OPĚLA, P. RŮŽIČKA, R. ŠÁMAL: *Irreducible mappings and HU-terminal continua*. Southwest Journal of Pure and Applied Mathematics 5, 2 (1999), 31–41.
- [C] D. OPĚLA, P. PYRIH, R. ŠÁMAL: *An example of openly minimal dendrite*. Questions and Answers in General Topology, 8 p., přijato k publikaci.
- [D] D. OPĚLA, P. PYRIH, R. ŠÁMAL: *A chain of dendrites openly unbounded from below*. Mathematica Pannonica, 8 p., přijato k publikaci.
- [E] P. PYRIH, T. BÁRTA, D. OPĚLA, P. RŮŽIČKA, R. ŠÁMAL: *Irreducible mapping and the lightness of open mappings*. Southwest Journal of Pure and Applied Mathematics, 15 p., zasláno k publikaci.

Pro vytvoření představy o teorii kontinuí bych představil jeden z problémů, který vyřešili účastníci semináře v roce 1999. Začneme s několika málo definicemi.

Uvažujme pouze spojitá zobrazení. Zobrazení  $f : X \rightarrow Y = f(X)$  se nazývá:

- *otevřené*, když pro každou otevřenou množinu  $U$  v  $X$  je její obraz  $f(U)$  otevřená množina v  $Y$ ;
- *monotonní*, když  $f^{-1}(y)$  je souvislá pro každé  $y \in Y$ .

---

Doc. RNDr. PAVEL PYRIH, CSc. (1959), katedra matematické analýzy MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8.

Všechny prostory, se kterými budeme pracovat, budou metrické. *Kontinuum* znamená neprázdný kompaktní souvislý metrický prostor. *Jednoduchá uzavřená křivka* je prostor homeomorfní s jednotkovou kružnicí. *Dendrit* znamená lokálně souvislé kontinuum neobsahující jednoduchou uzavřenou křivku.

Bod  $p$  v dendritu  $X$  se nazývá *koncovým*, pokud  $X \setminus \{p\}$  má pouze jednu komponentu. Bod  $p$  v dendritu  $X$  se nazývá *větvícím*, pokud  $X \setminus \{p\}$  má alespoň tři komponenty. *Oblouk* je prostor homeomorfní s  $[0, 1]$ . Oblouk s koncovými body  $p$  a  $q$  značíme  $pq$ . Oblouk  $pq$  se nazývá *anténa* (*připojená k  $p$* ), když  $pq \setminus \{p\}$  je otevřená množina v  $X$ . Bod  $q$  se nazývá *soused  $p$*  v dendritu  $X$ , když oblouk  $pq$  má právě dva větvící body  $p$  a  $q$  v  $X$ .

Řekneme, že dendrit  $X$  je *otevřeně minimální*, když každý nedegenerovaný otevřený obraz  $X$  lze otevřeně zobrazit na  $X$ . Tedy například každý dendrit, který je homeomorfní se všemi svými nedegenerovanými otevřenými obrazy, je otevřeně minimální.

J. J. Charatonik, W. J. Charatonik a J. R. Prajs položili otázku, zda lze předchozí tvrzení obrátit ([2, Q2(0)], p. 51], [1, 6. Problems, question (2), pp. 245–246]).

Účastníci semináře tento problém vyřešili konstrukcí takového otevřeně minimálního dendritu, který má dva topologicky různé nedegenerované otevřené obrazy. Jeho charakterizace je uvedena v následující větě (z článku [C]).

**Věta.** *Dendrit  $X$  splňující*

- (a) *každý větvící bod  $X$  má právě  $\omega$  sousedů v  $X$ ;*
- (b) *každý větvící bod  $X$  je obsažen právě v jedné anténě v  $X$ ;*
- (c) *každé dva větvící body  $X$  jsou obsaženy v oblouku v  $X$  obsahujícím pouze konečně mnoho větvících bodů  $X$*

*je otevřeně minimální a má dva topologicky různé otevřené nedegenerované obrazy.*

Na závěr bych uvedl problém, který se nepodařilo vyřešit a je dosud otevřený (problém položili J. J. Charatonik, W. J. Charatonik a J. R. Prajs v [2, Question 5.41(b), p. 17]).

**Problém.** *Existuje nekonečná posloupnost dendritů  $\{X_n : n \in \mathbb{N}\}$  taková, že pro každé  $n \in \mathbb{N}$  existuje monotonní zobrazení  $f : X_n \rightarrow X_{n+1} = f(X_n)$  a neexistuje monotonní zobrazení  $f : X_{n+1} \rightarrow X_n = f(X_{n+1})$ ?*

**Kontakt na seminář:**

*internet:* <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~pyrih/open>

*e-mail:* [pyrih@karlin.mff.cuni.cz](mailto:pyrih@karlin.mff.cuni.cz)

## L i t e r a t u r a

- [1] CHARATONIK, J. J., CHARATONIK, W. J.: *Dendrites*. Aportaciones Mat. Comun. 22 (1998), 227–253.
- [2] CHARATONIK, J. J., CHARATONIK, W. J., PRAJS, J. R.: *Mapping hierarchy for dendrites*. Dissertationes Math. (Rozprawy Mat.) 333 (1994), 1–52.