

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Leoš Převrátíl

O gravitaci, která není fyzikální silou

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 53 (2008), No. 3, 246--252

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141862>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2008

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vyučování

O GRAVITACI, KTERÁ NENÍ
FYZIKÁLNÍ SILOU

Leoš Pěvrátíl, Liberec

I.

Jedním ze zásadních výdobytků Newtonovy mechaniky bylo zařazení gravitace mezi síly — v souladu s výměrem, který svými „axiomy neboli zákony pohybu“¹⁾ síle dává — a nalezení gravitačního zákona, který gravitační přitahování těles popisuje. Newton tím propojil Galileiho pozemskou fyziku s Keplerovou nebeskou kinematikou. Mezi pohyby nebeskými a pozemskými od té doby není žádný podstatný rozdíl — obojí podléhá stejným

¹⁾ Sic: „axioms or laws of motion“ čteme v prvním anglickém překladu latinského originálu *Principiů*, který vyšel ještě pod dohledem Newtonovým. Na to, že tyto axiomy-zákony jsou zároveň definicí síly, poukázala řada kritiků Newtonovy axiomatické výstavby mechaniky. Poměrně podrobné zkoumání nalezneme třeba v historicko-kritické *Mechanice* Ernsta Macha.

RNDr. LEOŠ PĚVRÁTIL vystudoval fyziku (obor kvantová optika a optoelektronika) na MFF UK. Sedm let působil na katedře fyziky PedF Technické univerzity v Liberci. V současnosti je učitelem fyziky na Waldorfském lyceu v Semilech. Adresa: Leoš Pěvrátíl, Bavlňánská 531, 513 01 Semily, e-mail: leos.pevratil@seznam.cz

zákonům, popisuje se stejnými rovnicemi. Newtonova teorie se stala základem mechaniky, ba fyziky vůbec, pro celou následující epochu. Nebyla sice nouze o nové formulace mechaniky (Lagrange, Hamilton, Hertz), ty však vycházejí z Newtonova základu, který pouze reformulují, a lze na ně pohlížet jako na jeho zobecnění, rozpracování, novou pokročilejší formalizaci (např. zahrnutí integrálních principů a invariantů — integrálů pohybu). První zásadní změnu pojetí gravitace, a zároveň i prostorové a časové nádoby veškerého dění, představuje až teorie Einsteinova. Pro ni **už není gravitace silou**, nýbrž geometrickou vlastností prostoru, která je dána rozložením hmot.

II.

Proč se v mechanice, přinejmenším v jejích úvodních fyzikálních kursech na všech stupních škol, stále používá pojem gravitační síly a staré formulace zákonů mechaniky, obojí víceméně věrně kopírující původní Newtonovo zavedení? Odpověď se zdá být nasnadě. Především je Einsteinova obecná relativita, jejíž součástí je i onen nový pohled na gravitaci, natolik matematicky (matematický aparát) a teoreticky (co do představ) náročná, že se jeví jako nevhodné používat ji k uvádění do fyziky, a to ani na vysokých školách. Pozdní datum jejího vzniku, více než dvě století poté, co byly položeny zmíněné základy fyziky klasické, a až po formulaci takových teorií jako je Maxwellův elektromagnetismus nebo statistická termodynamika, se zdá poukazovat na to, že nejde o nic snadno přístupného, k čemu by nás empirie nějak přímo a jednoduše vedla a bylo to tedy didakticky vhodné

pro základní fyzikální kurz. Newtonovská mechanika je navíc pro naprostou většinu „běžných“ fyzikálních situací dostatečně přesná. Je ostatně přiblížením Einsteiny teorie pro případy, kdy nejde o gravitační pole s obrovskými gradienty ani o rychlosti blízké rychlosti světla.

III.

Ani přes uvedené argumenty však není těžké nahlédnout problematičnost zařazení gravitace do newtonovské kategorie fyzikálních sil. Jakkoli ji někteří autoři rádi berou dokonce za „typický“ příklad síly.

Na otázku: **Co je síla?** dává newtonovská nauka následující odpověď:

1) Síla je to, co mění pohybový stav tělesa. „Příčinu změny rychlosti nazývá Newtonova mechanika silou,“ abychom citovali například renomovanou učebnici Brdičky a Hladíka, viz [2, str. 61].

2) Síla je to, co způsobuje deformaci. Podle už citované učebnice: „Síly v newtonovské fyzice však nevyvolávají jen změny rychlosti těles, ale jejich působením dochází i k deformaci těles“ (tamtéž, str. 62).

ad 1) První aspekt, pohybový účinek, se obvykle bere za hlavní a rozhodující. Přímo souvisí s formulací prvních dvou Newtonových zákonů, které lze ostatně pokládat také za definici síly. Formule

$$F = m \cdot a$$

praví, že síla působí zrychlení, tedy změnu rychlosti. Tato změna je tím větší, čím menší je setrvačnost (setrvačná hmotnost) tělesa m a naopak.

ad 2) Od druhého aspektu, účinku deformačního, se v dynamice s pomocí předpokladu dokonale tuhého tělesa zpravidla odhlíží, pojednání deformací se ponechává teorii pružnosti.

IV.

V čem má být gravitace jiná? Předešlím pro ni neplatí bod 2). Gravitace (aspoň u nepřilíš velkých těles, v jejichž objemu se gravitační pole mění jen velmi málo; jinak se projevují slapy) nezpůsobuje deformaci těles, nepůsobí mechanické napětí v tělese, tak jako všechny ostatní síly²⁾. I pro síly jiného druhu lze sice nalézt specifické a idealizované případy, kdy deformace nenastává (např. rovnoměrně nabitě těleso v homogenním elektrickém poli), ty jsou však právě pouze specifické, výjimečné a idealizované, nikoli typické jako u gravitace.

Stav tělesa, které je *pouze* pod účinkem gravitace, je stavem dokonale volným. Hovoříme ostatně o tzv. beztížném stavu. Těleso je tu „osvobozeno“ od veškerých vnitřních tahů, tlaků a napětí. Tvrdíme přitom, že právě tento druhý, tj. napětově-deformační, aspekt musí být pro identifikaci síly klíčový. Odkud má totiž pojem síly vzít svůj přirozený obsah, ne-li z významové oblasti, na níž odkazují výrazy jako tlak, tah, pnutí, násilí apod.? Pokud nemá být pojem síly obsahově prázdný, tj. pouze formální (viz naše poznámka na závěr), je třeba ho spojovat s nějakou zkušeností, určitou vnímatelnou kvalitou, empirií — a tou je

²⁾ Odpověď na potenciální námitku: Pokud například těleso leží na podložce, není jeho deformace způsobena samotnou gravitační silou, ale až tím, že podložka (resp. závěs) gravitačnímu pádu klade odpor.

v tomto případě právě zkušenost napětí, tahu, něčeho násilného. Spojovat se silou i stav dokonale volný, v každém ohledu „nenásilný“, by znamenalo tento silový obsah popřít, a tím pojem síly prakticky vyprázdnit.

Pojem síly by pak bylo možné naplnit jen pomocí aspektu prvního, pohybového účinku. Síla tu musí překonávat jistý *odpor* vůči změně pohybu, překonávat *setrvačnost* tělesa. Může pohyb měnit jen v té míře, jak ji to setrvačnost dovoluje. Ohledně gravitace však setrvačnost těles, jinak základní parametr hmoty, nehraje žádnou roli. Ono tíhnutí (zrychlený pohyb) je tu pro všechna tělesa v daném místě stejné, bez ohledu na jejich hmotnost, setrvačnost. Jinak řečeno, jestliže těleso zatížíme, nebude účinek „síly“ (tj. gravitace) díky zvětšené setrvačnosti — odporu ke změně, menší, ale vůbec se nezmění. Máme tu pole, jehož účinek na těleso, které se v něm nachází, nezávisí na vůbec žádném parametru tohoto tělesa, je pro všechna tělesa naprosto shodný. Tím se zásadně liší od všech jiných účinků silových polí nebo i nepolních sil.

Oním na tělese nezávislým účinkem je zrychlení a gravitace tak může být nejlépe popsána právě jako pole zrychlení. Ve shodě s tím ji pak lze označovat (resp. překládat do češtiny) dejme tomu jako *pohybové tíhnutí*.

V.

To, že tento gravitační pohyb není nikterak „silový“, nýbrž spíše *přírozený*, se dále ukazuje i v tom, že v soustavě, která se pohybuje s gravitačním zrychlením, resp. která je spojená s volně padajícími tělesy, se neobjevují žádné zdánlivé či setrvačné síly, tak jak je tomu

u libovolných jiných soustav spojených s tělesy, která se pohybují zrychleně díky působení kterýchkoli jiných sil. Právě (a jedině) tyto volně padající malé (lokální) soustavy jsou realizacemi inerciálních soustav, tj. soustav prostých setrvačných („nepravých“) sil, které jsou co do platnosti fyzikálních zákonů rovnocenné.

Třída inerciálních soustav, které se vzájemně pohybují rovnoměrně přímočaře se v newtonovské mechanice obvykle zavádí s pomocí představy jediného tělesa v jinak zcela prázdném prostoru, či tělesa dostatečně vzdáleného všem ostatním tělesům, takže se na jeho pohybu účinky těchto těles neprojeví. Inerciální soustava je globální, rozepjatá do nekonečna. Této abstrakce ovšem není zapotřebí, máme-li inerciální soustavu lokálně v každé volně padající soustavě. Není třeba zakládat náš obraz vesmíru v apriorní kartézsko-newtonovské nekonečné prostorové nádobě, do které se teprve posléze vkládá hmota jako dodatečný element. Dnes přece víme, že jde o představu zásadně nepatřičnou, nepatřičné ztotožnění kartézské extrapolace eukleidovské geometrického prostoru s prostorem reálným.

VI.

Co zde nabízíme, je tedy klasický výklad mechaniky s modifikovaným postavením gravitace, který nezakrývá — na rozdíl od jejího tradičního newtonovského výkladu — specifickou povahu gravitace, tak jak ji vyjadřuje třeba princip ekvivalence. V tomto pojetí nevzniká umělá záhada rovnosti gravitační a setrvačné hmotnosti. Rozpouští se tu i známý paradox, že při působení samotné gravitační síly je těleso ve stavu *beztíže* (tj. volném, „bezsilovém“). Dále je překonána

řada nepatřičných představ, jako že planety jsou na svých orbitách *drženy silou* Slunce, které je *táhne* do středu, že Měsíc je *silově přitahován* k Zemi atd. Nikoli. Pohyb těchto těles je dokonale volný, daný geometrií, kterou si svým rozpoložením sama vytvořila.

VII.

Geometrickou teorii gravitace, a přitom teorii nerelativistickou, lze rigorózně matematicky rozpracovat, vyjadřovat v jazyce prostoročasového zakřivení. Na začátku 20. let minulého století to učinil francouzský matematik Elie Cartan (viz např. monografie Misnera, Thorna a Wheelera [4] — děkuji za tento odkaz, jakož i za další podnětné připomínky a komentáře prof. Janu Novotnému). Teorie je nerelativistická a tedy prostoročas je stále dobře rozdělitelný na prostor a nezávislý parametr času, těsné sepětí obojího, které přinesla relativita, tu není. Problém gravitace, tak jak nám vyplynul ze zkušenosti běžné, nikoli té, kde vystupují extrémní hmoty či rychlosti, je ovšem „řešen“, princip ekvivalence zahrnut. Zajisté, otázky, které zvláštní postavení gravitace, rovnost gravitační a setrvačné hmotnosti vzbudily, důsledně a na relativistické bázi domyslela a rozřešila až převratná gravitační teorie Einsteinova (1915; ohledně její geneze lze odkázat na české vydání skvělé knížky Thornovy [5]), paradoxů gravitace se lze však uspokojivě zbavit i bez jejího teoreticky náročného aparátu.

VIII.

S uvážením toho, co jsme uvedli, lze formulovat základní zákony mechaniky tak,

aniž by ztratily svou formální a teoretickou jednoduchost, a přesto zachytily i podstatné rysy skutečnosti (gravitace a setrvačnost), které jinak zahrnuje až teorie Einsteinova.

Taková formulace by mohla vypadat třeba následovně:

Těleso, které není vystaveno účinkům sil, tedy dokonale volné těleso, se vůči ostatním tělesům pohybuje se zrychlením daným rozložením jejich hmot:

$$\mathbf{g}_1 = \sum_{k \neq 1} \kappa \frac{m_k \mathbf{r}_{k1}}{r_{k1}^3}.$$

Toto zrychlení můžeme nazývat gravitační nebo přirozené, pohyb gravitačním či přirozeným pohybem. (Při výkladu v úvodním kurzu lze na začátku uvádět jen hodnotu tohoto zrychlení pro dané místo a teprve později doplnit vztah k rozložení hmoty.)

Působí-li na těleso síly, způsobují jeho pnutí/deformaci a dodatečně (silové, nepřirozené — označení je třeba uvážit a pokusit se na něm dohodnout) zrychlení, které je nepřímo úměrné hmotnosti (=setrvačnosti) tělesa

$$\mathbf{a}_d = \frac{1}{m} \sum \mathbf{F}.$$

Souhrnné zrychlení je pak součtem obou předchozích, přirozeného a silového

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} + \frac{1}{m} \sum \mathbf{F}.$$

IX.

K tomu přidáme zákon akce a reakce. Klasické znění plně vyhoví. Vidíme pouze, že gravitačního působení, které je teď vyjádřeno pouze zrychlením, se *přímo* netýká.

Zákona akce a reakce se týká až „virtuální gravitační síla“ mg , která, podobně jako třeba virtuální práce, může být i nadále formální pomůckou pro řešení úloh, mate však, jak jsme již vyložili, co do pojmu.

X.

Poznámka o formálnosti

Podíváme-li se na poslední rovnici, mohlo by se říci, že jsme prakticky „pouze“ ze sumy sil v klasické pohybové rovnici vyčlenili gravitaci a zapsali ji zvlášť. Rovnice při počítání veškerých výtahů, nakloněných rovin atd. budou *formálně* shodné.

Pokud bychom na věc pohlíželi takto ryze formálně, tak se „vlastně nic nestalo“. Jinak to ovšem bude v případě, že nás zajímá i *obsah* pojmů. Pro koho má význam i obsah pojmů, vidí, že teprve nyní lze slovo síla naplnit určitým obsahem, spojovat s reálnou kvalitou, nemít v ní pouhou formální značku. Právě tyto kvality jsou ovšem to, co dělá z pouhé matematiky fyziku. Dovolují si to takto lapidárně tvrdit, přestože jsem si vědom, že to může být pokládáno za jaksi staromódní nebo snad zpozdilé. Vždyť novodobá fyzika je tak často a silně zaujata právě pro pojmy ryze formální. Chce snad dokonce pojem definovat pomocí čistě formálně nahlížených kontextů, v nichž se jeho značka vyskytuje. Takové pozitivistické, příp. operacionalistické chápání se v poslední době v přírodovědě jeví jako takřka samozřejmé. Nelze se zde pouštět do obsáhlejší diskuse tohoto problému, který se týká základních podmínek poznání. I člověk plně zaujatý současným formalistickým trendem fyziky by však možná mohl připustit, že uvedená reformulace zákonů mechaniky může být vhodná z důvodů

didaktických. Ve výuce fyziky, ve vzdělávání, jsme si totiž spíše ochotni připustit, že obsah pojmu naplňovaný prostřednictvím zkušenosti, zkušenosti s kvalitami světa, má svůj zásadně důležitý význam.

XI.

Shrnutí

Pokoušíme se tu navrhnout změnu běžné praxe, kdy se v základních fyzikálních kurzech klasifikuje a pojednává gravitace jako newtonovská síla. Fenomén gravitace se z kategorie sil zásadně vymyká, a pokud ho tam řadíme, nutně popíráme kvalitativní obsah pojmu síla, na který poukazuje naše zkušenost (pnutí, násilí, napětí) a dospíváme k nepatřičnému pojetí gravitace. Gravituaci navrhuje v úvodních kurzech pojednat jako „přirozené tíhnutí“ popisované jako pole zrychlení. Tímto způsobem se také nemíníme s touto důležitou skutečností, která se označuje jako princip ekvivalence — malá volně padající soustava je ekvivalentní inerciální soustavě. V souvislosti s tím se lze navíc o tyto volně padající soustavy opřít při výkladu setrvačnosti a není třeba vypořádávat si zavádějící představou do nekonečna rozepjatého prázdného eukleidovského prostoru, do nějž se teprve druhotně vkládají hmotná tělesa, a eliminujeme paradoxy plynoucí z klasifikace gravitace jako síly (např. beztížný stav). Výklad přitom může zůstat jednoduchý, nerelativistický (prostor a čas v něm zatím zůstanou odděleny).

L i t e r a t u r a

- [1] NEWTON, I.: *Mathematical principles of natural philosophy*. Trans. by Andrew Mott. Univ. of California Press, Berkeley, Los Angeles, London 1962.

- [2] BRDIČKA, M., HLADÍK, A.: *Teoretická mechanika*. Academia, Praha 1987.
- [3] DVOŘÁK, L.: *Obecná teorie relativity a moderní fyzikální obraz vesmíru*. SPN, Praha 1984.
- [4] MISNER, CH. W., THORNE K. S., WHEELER J. A.: *Gravitation*. Freeman and co., San Francisco 1973. (zejm. kap. 12: Newtonian Gravity in the Language of Curved Spacetime).
- [5] THORNE, K. S.: *Černé díry a zborcený čas*. Mladá fronta, Praha 2004.

JAK (NE)UČIT O SILÁCH JE TROCHU SLOŽITĚJŠÍ PROBLÉM

Krátký komentář k článku L. Převrátila „O gravitaci, která není fyzikální silou.“

Leoš Dvořák, Praha

Články, které jsou neotřelé a trochu kontroverzní, podle mého názoru do Pokroků patří. Proto vítám i otisknutí článku Leoše Převrátila. Musím však hned úvodem konstatovat, že bych považoval za dost nešťastné, kdyby jeho text byl brán jako „jedině správný“ návod, jak se má o gravitaci učit.

Samozřejmě, pád malého tělesa v gravitačním poli nebo pohyb družice kolem Země je nejpřirozenějším pohybem v zakřiveném prostoročase. Srdci a mysli relativistického fyzika bude takovýto pohled vždy blízký. Ale obávám se, že prosazovat tento přístup do úvodních partií fyzikálního vzdělávání na školách by bylo spíše kontraproduktivní a přineslo by to víc škody než užitku.

Nejde jen o to, že jednoduše formulovat základní zákony mechaniky může být dosti obtížné. Svědčí o tom už formulace, kterou autor navrhuje v části VIII: „...dokonale volné těleso se *vůči ostatním tělesům* pohybuje se zrychlením...“.

Student se totiž může právem zeptat, vůči kterým tělesům (je jich víc a jejich vzájemná zrychlení jsou různá), a ihned zkonstruovat protipříklad, který bude v rozporu s autorovým textem: Mějme například dvě malá tělesa (hmotné body) 1, 2 o stejných hmotnostech m , jejichž vzdálenost je r . Z autorova vztahu pro g_1 vyplývá pro zrychlení každého tělesa samozřejmě $g = \kappa m/r^2$. Protože obě tělesa padají k sobě se stejným zrychlením, je jejich vzájemné zrychlení dvojnásobné. Zrychlení volného tělesa 1 proti druhému volnému tělesu 2 (žádná jiná tam nejsou, takže za „ostatní tělesa“ musíme brát právě jen těleso 2) je tedy nikoli $\kappa m/r^2$, ale $2\kappa m/r^2$.

Podstatnější je, že zijeme na Zemi a žáci a studenti mají každodenní zkušenost s tím, jak na ně a na předměty kolem nich Země působí. Natáhnu-li před sebe ruku, jasně cítím, jak ji „něco“ táhne dolů. A je docela přirozené, alespoň než se dostaneme k obecné relativitě, chápat toto „něco“ jako sílu. Jistě, mohli bychom říkat, že ve skutečnosti svými svaly musím vychylovat ruku z jejího přirozeného pohybu, ale mám obavu, že v hlavách většiny žáků a studentů by to místo jasnějšího pochopení fyziky mohlo vyvolat spíš větší zmatek.

Navíc: zkusme si představit jiné případy, kdy se v tradičním pojetí při výkladu a diskusi vcelku úspěšně používá pojem gravitační síla. Například hydrostatický tlak nebo odvození Archimedova zákona. Obávám se, že pokud bychom podle autorova návrhu gravitaci nebrali jako sílu, byl by výklad daných partií značně „krkolomnější“ než dnes. Nebo — aby šlo o experiment typický pro gravitaci — co například Cavendishův pokus? I Misner, Thorne a Wheeler ve své klasické učebnici (kde se přitom geo-

metrický pohled na věc velmi zdůrazňuje) mluví u tohoto experimentu zcela samozřejmě o síle, kterou se tělesa přitahují. Možná jsem až příliš konzervativní, ale musím přiznat, že si jen obtížně dovedu představit rozbor tohoto pokusu stylem „vahadlo vychyluje malé kuličky z jejich přirozeného pohybu, jímž je pád v gravitačním poli Země a velkých olověných koulí...“ V každém případě by mi takovýto rozbor přišel komplikovanější než ten tradiční.

Nechci přitom tvrdit, že „klasický a věky osvědčený“ školský výklad mechaniky musí být nutně ten nejlepší. Ovšem problémy, spojené s pochopením či nepochopením sil a toho, jak ovlivňují pohyb těles, jsou téměř jistě někde jinde než v oblasti, na niž se soustředil autor článku. Alespoň to tak vychází z mnoha mezinárodních výzkumů v oblasti fyzikálního vzdělávání. Ale to by bylo téma na

samostatný článek či možná sérii článků. (Pro představu si čtenář může zkusit najít Googlem například odkazy na „Force Concept Inventory“.) Opravdu to vypadá, že pro většinu žáků a studentů je obtížné přejít již od „aristotelovského“ pohledu na mechaniku k tomu newtonovskému a že ve výuce není lehké tento přechod usnadnit.

K článku L. Převrátila by se dalo diskutovat ještě dlouho, a nebylo by to nezajímavé, ale to už bychom příliš přesáhli krátký komentář. A tak jen uzavřu, že nezávisle na tom, že geometrický pohled z mnoha hledisek gravitaci vystihuje elegantněji a přesněji (a že Newtonova teorie gravitace je vlastně jen limitou obecné teorie relativity pro slabá a pomalu se měnící gravitační pole), bych právě z didaktických důvodů alespoň při úvodním seznamování s mechanikou přece jen raději zůstal u popisu gravitace pomocí síly.

jubilea zprávy



VZPOMÍNKA NA ANTONÍNA SOCHORA

RNDr. ANTONÍN SOCHOR, DrSc., zemřel po dlouhé a těžké nemoci 17. května 2008 ve věku 66 let. Chci velmi stručně napsat, proč mi byl blízký a proč jsem si ho velmi vážil. Byl matematikem, jeho oborem byla matematická logika, speciálně teorie množin. Oba

jsme společně vědecky zráli v šedesátých letech ve známém semináři prof. Vopěnky a Sochor (Tonda) brzy dosáhl významných výsledků; zmiňuji jistou důležitou konstrukci modelů teorie množin, kterou vytvořil společně s Tomášem Jechem. Vědeckou hodnost CSc. získal v roce 1968, DrSc. (velký doktorát) až v roce 1992. Po celou dobu své aktivní vědecké činnosti byl pracovníkem Matematického ústavu Akademie věd. Teorii množin ve Vopěnkově stylu zůstal Tonda věrný po celý svůj tvůrčí život a soustavně v ní publikoval. Seznam publikací lze nalézt na internetové adrese www.math.cas.cz/~sochor. V poslední době napsal tři knihy o matematické logice, poslední vyjde až posthumně.