

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Allyn Jacksonová

Rozhovor s Louisem Nirenbergem

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 60 (2015), No. 4, 284–293

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144485>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2015

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Rozhovor s Louisem Nirenbergem

Allyn Jacksonová, Providence, RI

Louis Nirenberg je jedním z vynikajících odborníků v matematické analýze dvacátého století. Přispěl fundamentálními pracemi k pochopení lineárních a nelineárních parciálních diferenciálních rovnic a jejich aplikací v komplexní analýze a v geometrii.

Narodil se 28. února 1925 v Hamiltonu v provincii Ontario v Kanadě. Po získání bakalářského titulu na McGillově univerzitě v roce 1945 přešel na New York University (NYU) a tam obdržel titul magistra v roce 1947 a titul Ph.D. v roce 1949 pod vedením Jamese Stokera. Nirenberg pak pokračoval v práci na NYU, kde se stal jedním z prvních členů Courantova ústavu matematických věd. Poté, co strávil celou svoji akademickou kariéru v Courantově ústavu, odešel v roce 1999 do důchodu.

V roce 1959 obdržel Nirenberg Bôcherovu cenu od AMS za práce o parciálních diferenciálních rovnicích. V roce 1982 se stal prvním matematikem, který získal Crafoordovu cenu, zavedenou Královskou švédskou akademií věd pro obory, ve kterých nebyla udělována Nobelova cena¹. V roce 1995 obdržel národní medaili za vědu, což byla ve Spojených státech nejvyšší pocta za přínos k vědě.

Následuje redakčně upravený text rozhovoru s L. Nirenbergem (L.N.) uskutečněného 8. prosince 2001 s odbornou přispěvatelkou a zástupkyní šéfredaktora časopisu Notices (N.) of the AMS Allyn Jacksonovou. Děkujeme zde za laskavou spolupráci Dieteru Kotschickovi z Ludwig-Maximilians-Universität v Mnichově.

Rané zkušenosti

N.: Jaké byly vaše rané zkušenosti s matematikou?

L.N.: Vždy jsem měl ve škole rád matematiku. Můj otec byl učitel hebrejštiny a přál si, abych se naučil hebrejsky. Ale já jsem pošetile odmítal. Dal mě na nějakou dobu do hebrejské školy a nezabralo to; a pak se mi otec snažil dávat soukromé lekce, ale to také nezabralo. Pak mi přítel mého otce začal dávat soukromé lekce a ten člověk měl rád matematické hádanky. A tak polovina těch takzvaných lekcí hebrejštiny byla věnována matematickým hlavolamům.

Nastoupil jsem na velmi dobrou střední školu v Montrealu, která se nazývala Baron Byng High School. Byla plná chytrých studentů. To bylo v době Velké deprese a stát se středoškolským učitelem bylo považováno za velmi dobré zaměstnání, takže tam byli velmi dobří učitelé, velmi oddaní své práci. Měl jsem obzvláště rád učitele fyziky, který měl titul Ph.D. ve fyzice. Jeho přednášky mě přiměly k úvahám, že bych se snad mohl stát fyzikem. Dokonce jsem nevěděl, že vůbec existuje povolání zvané „matematik“. Věděl jsem, že bych mohl být učitelem matematiky, ale nevěděl jsem, že bych se mohl stát matematikem.

¹L. Nirenberg získal Abelovu cenu za matematiku v roce 2015. Pozn. překladatele.

Když jsem dokončil střední školu, rozhodl jsem se, že se budu zabývat matematikou a fyzikou. V té době bylo možné studovat obojí společně jako hlavní předmět a studia jsem ukončil na McGillově univerzitě v roce 1945, právě když skončila válka.

N.: Jakou úroveň mělo studium matematiky na McGillově univerzitě v té době?

L.N.: Kurzy byly docela dobré. Řekl bych, že nejvýznamnějším matematikem tu byl v té době Gordon Pall, který pracoval v teorii čísel. Byl skutečnou inspirací pro studenty kolem něj. Ale já jsem měl v plánu zabývat se teoretickou fyzikou. Povím vám historku, jak jsem se dostal k matematice. Když jsem absolvoval univerzitu, válka v Evropě již skončila, ale stále ještě pokračovala v Japonsku. V Kanadě nebyli studenti přírodních věd povolávání k vojenské službě, a proto jsem nesloužil v ozbrojených složkách. V létě roku 1945 jsem dostal práci v National Research Council of Canada v Montrealu. Tam se pracovalo na výzkumu atomové bomby. Byl zde starší syn Richarda Couranta, Ernst Courant. Ernst se nedávno oženil s dívkou z Montrealu, kterou jsem znal, a ta zde pracovala také. Jednoho dne řekla: „Jedeme na jih do New Yorku navštívit Ernstova otce.“ Já jsem četl část knihy Couranta a Hilberta, takže o Courantovi jsem něco věděl. Odpověděl jsem: „Mohli byste Ernstova otce požádat, aby mi doporučil místo, kde bych mohl studovat teoretickou fyziku?“ Nevěděl jsem nic o tom, kam se přihlásit nebo co vůbec dělat. Mladá žena se pak vrátila a řekla mi, že o mně mluvila s Courantem starším a ten mi doporučuje, abych se ucházel o magisterské studium matematiky na New York University, kde pracoval, a že bych pak mohl pokračovat v práci ve fyzice. Tak jsem odjel na jih k přijímacím pohovorům a setkal jsem se tam s Courantem a Friedrichsem. Byli velmi laskaví a nabídli mi místo asistenta. Pak jsem už zůstal u matematiky.

N.: Byl to tenkrát Courantův ústav?

L.N.: Ne, tehdy to byl jen Matematický ústav doktorských studentů Newyorské univerzity. Ústav byl maličký, ale bylo tam několik velmi dobrých spolupracovníků. Někteří z nás, kteří obdrželi titul Ph.D., zůstali, jako Harold Grad, Joe Keller, Peter Lax a Cathleen Morawetz. Manželka Petra Laxe, Anneli, byla v době mého příchodu studentkou. Ta byla prvním člověkem, se kterým jsem se seznámil, když jsem tam přijel jako student. Byla to pozoruhodná skupina lidí.

Richard Courant, komplikovaný člověk

N.: Jaký byl váš dojem z Couranta?

L.N.: Pamatuji si ho velmi dobře. Byl to komplikovaný člověk, není lehké to vše shrnout. Byl nesmírně inteligentní a choval se fantasticky k mladým lidem. Miloval společnost mladých lidí a dodával jim sebedůvěru. Jako učitel byl dobrý, když se na výuku připravoval, což bylo zřídka, ale líbily se mi jeho přednášky. Velmi často zval o víkendech některé čerstvé absolventy do svého domova, což bylo v New Rochelle. Objevil jsem, že jeden z důvodů pro to byl, že potřeboval odplevelit svoji zahradu. Courant byl velký milovník hudby, stejně jako celá jeho rodina. Doma často hráli komorní hudbu a já jsem občas navštěvoval tyto koncerty. Vyprávělo se, že když Courant někoho najímal na práci v domě, ptal se, zdali ten člověk hraje na nějaký hudební nástroj. Pokud ano, tak měl lepší šanci dostat práci. Ale když ten nástroj byl klavír, neměl uchazeč žádnou šanci, protože sám Courant hrál na klavír. Pravděpodobně tato historka není pravdivá, ale svého času byla oblíbená.

Někteří z ostatních studentů byli Courantovi blíže, než jsem byl já. Kurt Friedrichs měl na mne velký vliv v matematice, řekl bych, že hlavní. Jeho pohled na matematiku velmi silně utvářel můj vlastní pohled. Začal jsem s Friedrichsem jako s jedním ze školitelů a on mi předložil jeden problém z teorie operátorů. Nějakou dobu jsem o něm přemýšlel, ale nikam jsem se nedostal. O několik měsíců později mi předložil Jim Stoker jeden problém z geometrie. Stoker byl můj oficiální školitel a velmi laskavý člověk. Ale ve skutečnosti jsem v době, kdy jsem pracoval na své dizertaci, diskutoval více s Friedrichsem než se Stokerem. Takže jsem byl skutečně bližší Friedrichsovi.

N.: Jaký byl Friedrichsův pohled na matematiku, který vás ovlivnil?

L.N.: Je trochu obtížné to vyjádřit. Když se snažíte něco vyřešit, nezáleží až tak mnoho na tom, zdali to, co dokazujete, je pravdivé nebo nepravdivé. Hlavní věc je pochopit problém. Dále, Friedrichs byl velký milovník nerovností a to mne velmi ovlivnilo. Jeho hledisko bylo, že nerovnosti jsou mnohem zajímavější než rovnosti a identity. Také se mi líbily věci, které udělal v parciálních diferenciálních rovnicích a které jsem sledoval velmi detailně. Ale on pracoval i v jiných disciplínách, v kvantové teorii, v teorii operátorů a v teorii rázových vln. Když jsem byl doktorským studentem, cítil jsem, že Friedrichs vždy pracoval na tématech, v nichž se něco dělo. Takže jsem zašel za ním, aby vedl moji dizertaci, ale nakonec jsem u něj dizertaci nedělal.

N.: Jakým problémem jste se zabýval ve své dizertaci?

L.N.: Byl to problém, na kterém pracoval Hermann Weyl, problém z geometrie. Weyl ten problém vyřešil částečně a já jsem doplnil jeho důkaz. Hans Lewy vyřešil tento problém v analytickém případě. Je dána Riemannova metrika na dvojrozměrné sféře mající kladnou Gaussovou křivost a otázka zněla, zdali můžete vložit tuto sféru izometricky do trojrozměrného prostoru jako konvexní plochu. Weyl na tom problému pracoval myslím kolem roku 1916 a udělal některé klíčové odhady. Bylo třeba učinit některé další odhady, než mohl být problém vyřešen. Já jsem odhady našel, v podstatě za použití myšlenek C. B. Morreye. Morreyovy práce na mě měly velký vliv a později jsem se s ním setkal. Byl to velmi milý člověk. Neměl mnoho společných prací, ale my jsme napsali společně jeden článek. Morrey rozuměl mnoha věcem, ale bylo obtížné rozumět jemu. Vzpomínám si na historku, kterou jsem slyšel. Každý rok míval seminář v Berkeley. Jednoho roku začal semestr a seminář se sešel poprvé. Řekl: „Dobrá, budu používat stejné označení jako v minulém roce.“

N.: Takže pokud jste nechodil na seminář v předchozím roce, bylo to hodně zlé?

L.N.: Musela byste to dohnat. Jednou jsem se zúčastnil konference v Pise a Morrey tam byl také. Několik lidí mělo sérii přednášek a ovšemže jsme mluvili anglicky; neuměli jsme italsky. Když hovořil Morrey, měl silný ohýský přízvuk a Italové zjistili, že je mu velmi obtížné rozumět. A používal výrazy jako „Dobrá, když zkusíte tento druh techniky, nikdy se nedostanete ke druhé bázi.“ Posluchači neměli potuchy, na co vlastně odkazoval. Dali mu přezdívku „Šerif“. Během konference otiskly místní noviny nějaké fotografie z přednášek. Byla tam fotografie Morreye přednášejícího u tabule, ale titulky byl „Profesor Nirenberg z New York University“. Morrey fotografii uviděl a řekl: „To není Nirenberg. To jsou moje vzorce!“

N.: Držel jste se ve svých pozdějších pracích své dizertace, když jste studoval problém vnoření ve větší obecnosti?

L.N.: Ne. Práce o problému vnoření vyžadovaly nelineární parciální diferenciální rovnice. Proto jsem se dal do studia parciálních diferenciálních rovnic. Poté jsem pracoval v podstatě v parciálních diferenciálních rovnicích ve spojení s jinými problémy.

Je tu stále ještě lokální problém vložení, který zůstal otevřen možná 150 let. Když je dána Riemannova metrika v okolí počátku v rovině, můžete toto okolí izometricky vložit jako část plochy v E^3 ? Obecný případ je stále ještě otevřený. Jestliže je metrika analytická, odpověď je kladná; použijete větu Cauchyho–Kowalewské. Jestliže křivost metriky je kladná, rovnice, které obdržíte, jsou eliptické a opět je odpověď kladná. Jestliže křivost je záporná, rovnice jsou hyperbolické a odpověď je zase kladná. Ale když křivost mění znaménko nebo je někde nulová, pak je problém obtížnější. Po letech jsem zadal jeden případ problému jednomu doktorskému studentovi, který vypracoval krásnou dizertaci. Vyřešil problém v případě, že křivost je nulová v nějakém bodě, ale její gradient je zde nenulový. Vyřešil tento případ v překrásné práci. Jmenoval se Changshou Liu. Pracoval také na případě, kdy křivost je nezáporná ale v jednom bodě může být nulová. Také jiní matematici pracovali na stejném problému.

N.: Vraťme se k Morreyovi; v čem pracoval později?

L.N.: Jeden z jeho známých článků, které napsal kolem roku 1933, bylo řešení jednoho z Hilbertových problémů, který Hilbert formuloval ve dvou dimenzích. Morrey dokázal analytičnost řešení nelineárního variačního problému. Problém v obecné dimenzi byl vyřešen v roce 1957 nezávisle De Giorgim a Nashem. De Giorgi byl první.²

N.: Znal jste Johna Nashe. Jeden rok se potloukal kolem Courantova ústavu.

L.N.: On byl oficiálně jako host v Princetonu, ale jeho přítelkyně — myslím, že tenkrát nebyli ještě sezdáni — žila v New Yorku. Takže trávil spoustu času v New Yorku a potloukal se hodně kolem Courantova ústavu. Ten rok jsem ho poznal docela dobře. Byl to rok, ve kterém napsal článek související s článkem De Giorgiho.

N.: Nebyl jste tím, kdo doporučil tento problém Nashovi?

L.N.: Myslím, že Sylvia Nasar to píše v Nashově životopise, ale nevzpomínám si. Řekl bych, že je to pravděpodobné, protože to byl problém, který mě zajímal a který jsem se pokoušel vyřešit. Znal jsem spoustu jiných lidí, kteří se o ten problém zajímali, takže jsem jej možná doporučil i Nashovi, ale nejsem si tím úplně jist.

N.: Jak jste Nashe vnímal v té době?

L.N.: Asi před dvaceti lety se mě někdo zeptal: „Byli nějakí matematikové, které jste považoval za génie?“ Řekl jsem: „Napadá mě jeden a to je John Nash.“ Poprvé jsem o něm slyšel, když napsal článek o problému izometrického vložení a já jsem ten článek prostudoval. Zjistil jsem, že je to pozoruhodné dílo. Potkal jsem ho poté, co ten článek napsal, a slyšel jsem ho o něm mluvit na konferenci v Seattlu. Když se potloukal kolem Courantova ústavu a pracoval na jiném problému, přicházel a kladl otázky jako: „Myslíte si, že ta či ona nerovnost může platit?“ Občas nerovnosti neplatily. Nebyl jsem si jist, že se někam dostane. Ale na samém konci našel hledaný výsledek. Měl pozoruhodnou mysl. Přemýšlel o věcech odlišně než jiní lidé.

Čistá versus aplikovaná?

N.: Jak vidíte vztah mezi tzv. „čistou“ a „aplikovanou“ matematikou?

²Viz film Čistá duše. Pozn. překladatele.

L.N.: To byla jedna z hezkých věcí týkajících se Courantova ústavu — a velkou zásluhu o to měli Courant a Friedrichs — že zde byl stěží nějaký rozdíl mezi čistým a aplikovaným. Byla tu prostě matematika, lidé se zajímali jak o „čisté“ problémy, tak o „aplikované“ problémy a příliš mezi nimi nerozlišovali. Bylo zde období, kdy jsem byl doktorským studentem a několik matematiků — Friedrichs, Stoker, Hans Lewy, Fritz John — pracovalo na teorii vodních vln. Ale byla to vlastně matematická analýza, tedy parciální diferenciální rovnice nebo komplexní analýza.

Courant byl také velký stoupenec myšlenky, že musíte nejen vědecky pracovat, ale také učit. To bylo velmi odlišné od, řekněme, ruského nebo sovětského systému, kde bylo mnoho ústavů, v nichž lidé pouze vědecky pracovali a neučili. Courant si vždy myslel, že to je velmi špatné. Vlastně mladí lidé v Courantově ústavu učili méně než ti starší. Všeobecně, atmosféra v Courantově ústavu byla fantastická. Doktorští studenti měli to místo velmi rádi. Byl zde velmi vřelý vztah mezi učiteli a studenty.

N.: Léta 1951–52 jste strávil v Evropě. Kde jste všude byl?

L.N.: Jel jsem do Curychu, abych se setkal s Heinzem Hopfem, a také jsem navštívil Göttingen. To bylo zařízeno Courantem. Nejdříve jsem jel do Curychu a pak i s manželkou do Göttingen. Byla zde velmi nešťastná, zůstala tam pouze měsíc a pak se vrátila do Curychu.

N.: Proč byla tak nešťastná?

L.N.: Jen kvůli myšlence, že je v Německu. Oba jsme nebyli příliš nadšeni tím nápadem, ale Courant nám to zařídil a my jsme si mysleli, že bychom ho měli poslechnout. Ve skutečnosti jsem se vrátil do Curychu jen o málo později než moje žena.

Když jsem byl v Göttingen, pozval mě na večeri Carl Ludwig Siegel a nabídl mi bílý chřest. Nikdy předtím jsem nejedl bílý chřest, který jsem považoval za velmi lahodný. Příští den mi řekli, že si Siegel postěžoval: „Nirenberg nám snědl všechn chřest.“ Ale se Siegelem jsem neměl mnoho kontaktů. V době mé návštěvy tam byl student Jürgen Möser. Studoval u Franze Rellicha a ve skutečnosti jsem tam pak hovořil více s Rellichem než s jinými kolegy.

V Curychu jsem chodil na Hopfovy přednášky. Byl mým oblíbeným přednášejícím po mnoho let. Hovořil skvělou, muzikální němčinou. Měl nádherné přednášky o geometrii a později jsem chodil i na jeho přednášky, které držel v Courantově ústavu. Udržoval můj zájem o geometrii, ačkoliv jsem v geometrii nepracoval příliš mnoho. V Curychu jsem také navštěvoval přednášky Nevanlinny a van der Waerdena, kteří tam tehdy hostovali. Van der Waerden měl přednášky o teorii Riemannových ploch, které později vydal knižně. V té době jsem mluvil trochu německy, ale od té doby jsem německy nehovořil, takže jsem všechno zapomněl. Můj rodný jazyk byl jidiš, takže nebylo těžké posbírat trochu němčiny, a stále mluvím trochu jidiš a rozumím tomuto jazyku téměř dokonale. Také jsem se setkal s Hermannem Wylem, ale on už neučil, pouze žil v Curychu. Navštívil jsem několik přednášek Pauliho o teorii relativity. Bylo obtížné mu rozumět.

Newlanderova–Nirenbergova věta

N.: Kolem roku 1957 jste se svým studentem Newlanderem pracoval na problému integrability. Jak se stalo, že vyšel ten článek?

L.N.: To bylo zajímavé. Slyšel jsem o tom problému od dvou kolegů, nejprve od

Andrého Weila. Řekl mi: „Ach vy lidé kolem parciálních diferenciálních rovnic! Vy nepracujete na důležitých problémech! Zde je důležitý problém, který potřebujeme v komplexní analýze. Proč nepracujete na tom?“ A později mě Chern upozornil na stejný problém. Pomyslel jsem si, oukej, pokusme se o to. A navrhl jsem Newlanderovi, abychom na tom pracovali.

Lokální verze problému je následující: Uvažujme prostor R^{2n} a ptejme se, zdali můžeme rozpoznat Cauchyovy–Riemannovy operátory, pokud jsou napsány v libovolných lokálních souřadnicích. Pro $n = 1$ je kladná odpověď již dlouho známa. Pro $n > 1$ jsou známy nutné podmínky integrability a ty se ukazují jako postačující. V tom problému máme jakýsi druh Cauchyových–Riemannových rovnic s nějakými členy navíc. Myšlenka byla zbavit se těchto členů navíc, jednoho po druhém. V nejjednodušším případě, o kterém jsme se zmínili, zbyl právě jeden člen navíc a Newlander přišel s myšlenkou, jak se tohoto členu zbavit. Pak jsme spolu pracovali na obecnějším případě, nejprve pro dvě komplexní proměnné. Byl jsem si jist, že všechno bude fungovat ve vyšších dimenzích, ale potom, když jsme se to pokoušeli sepsat, zjistili jsme, že naše myšlenka ve vyšších dimenzích nefunguje. Poté jsme přišli s jiným důkazem, který se dokázal zbavit všech nadbytečných členů současně, ale k tomu byla potřeba úplně nelineární transformace celého problému. Já jsem však byl přilákan k problému díky Andrému Weilovi a Chernovi.

N.: Měli pravdu, protože se ukázalo, že jde o důležitý výsledek.

L.N.: Ano, je to velmi přirozená otázka a výsledek byl používán. Shledal jsem zajímavým, že v nedávných letech Gromov a jiní dokázali udělat fantastické věci s neintegrabilními strukturami.

N.: Kde je Newlander v současné době?

L.N.: Dostal místo v Seattlu, ale měl nějaké psychické problémy a nemohl učit. Po několika měsících se vzdal svého zaměstnání a vzdal se i práce v matematice. Vrátil se do rodného města, Denveru v Coloradu, a po několik let jsme si vždy popřáli k Novému roku, ale nyní jsem s ním ztratil kontakt a nevím, kde žije. Přestal s matematikou brzy po dokončení doktorské dizertace. To byla jediná práce, kterou kdy publikoval. Byl to velmi chytrý člověk, ale měl problémy.

N.: Byl vaším prvním doktorandem?

L.N.: Ne, mým prvním doktorandem byl Walter Littman. Pracuje na University of Minnesota a zabývá se parciálními diferenciálními rovnicemi. Vedl jsem docela hodně studentů, kolem pětáctyřiceti. Měl jsem v Courantově ústavu kolegu, Wilhelma Mag-nuse, a ten to úžasně uměl se studenty. Jednou mi řekl: „Víte, nedělá mi problém napsat studentskou dizertaci. Pouze mám námitky, když studenti přijdou zkontrolovat, jak jsem s prací daleko.“

N.: Máte několik obzvlášť vlivných prací s Agmonem a Douglisem. Můžete říci něco málo o těchto pracích a proč se staly vlivnými?

L.N.: V teorii eliptických rovnic druhého řádu byla velmi známa práce Schaudera. Douglis a já jsme se rozhodli rozšířit Schauderovu teorii na rovnice vyššího řádu. Nejdříve jsme to udělali pro takzvané vnitřní odhady, což znamená netýkající se hranice. Potom jsme začali pracovat na případech zahrnujících hranici a objevili jsme, že na tom dělal také Agmon. Tak jsme si mysleli, že bychom mohli spolupracovat ve

třech. Spolupráce s Agmonem probíhala hlavně po e-mailu, protože tehdy nebyl v Courantově ústavu. To se stalo krátce po vyjití práce Calderóna a Zygmunda o L^p teorii a věděli jsme, že Calderónova a Zygmundova teorie se snadno rozšíří na vnitřní odhady na L^p , takže jsme mysleli, že bychom měli pokračovat i na případech s hranicí. A to byla spousta práce. Rozhodli jsme se udělat vše obecně, protože jsme si představovali, že by tyto odhady mohly být užitečné pro kolegy pracující v parciálních diferenciálních rovnicích. Skutečně, to se ukázalo být pravda; odhady byly užitečné. Douglis byl také studentem v Courantově ústavu, ale odešel krátce poté, co dosáhl titulu Ph.D. Zůstali jsme dobrými přáteli po mnoho let.

Matematický vkus

N.: Když jste byl v Courantově ústavu, lidé přicházeli a hovořili s vámi o problémech, které právě řešili.

L.N.: Jeden důvod byl, že jsem byl velmi dobrý na odhalování chyb. Teď už v tom nejsem tak dobrý. Neodhalím ani své vlastní chyby! Musím být velmi pečlivý a kontrolovat všechno, co dělám. Ale byl jsem velmi dobrý na odhalování chyb, a tak kolegové za mnou chodili z toho důvodu. Ukazovali mi důkazy, abych je překontroloval, protože jsem měl dobrý čich na chyby.

N.: Pak z některých těchto konverzací také vznikly spolupráce.

L.N.: Někdy ano.

N.: Co vás vedlo při volbě témat pro vaši práci? Jaké věci vás zajímaly na problémech, o kterých jste slyšel?

L.N.: Až tak dobře to neumím vysvětlit. Vzpomínám si na setkání s jedním mladým francouzským matematikem. Bylo to před lety, a on se snažil vědecky pracovat několik let. Zeptal se mne: „Jak vědecky pracujete? Jak začínáte s nějakým problémem?“ Odpověděl jsem mu: „Dobrá, někdy se mi stalo, že jsem přečetl nějaký článek a nelíbil se mi důkaz. Tak jsem začal přemýšlet o něčem, co by mohlo být přirozenější, a velmi často to vedlo k nějaké nové práci.“ Pak jsem se ho zeptal: „A jak je to ve vašem případě?“ Odpověděl: „Nikdy jsem nenašel důkaz, který by se mi nelíbil.“ Pomyslel jsem si: „Tak to je beznadějně.“

N.: Ukázal jste mu potom pár důkazů, které jste pokládal za obzvlášť špatné?

L.N.: Ne.

N.: Takže je to záležitost vkusu.

L.N.: Ano, vkus hraje v matematice velmi důležitou roli. Myslím, že někteří matematici mají velmi dobrý vkus, a jiní mě tak nepřitahují svými problémy, na kterých pracují. Vkus je velmi důležitý a je velmi těžké jej definovat nebo dokonce popsat.

N.: Ale co vás obvykle osloví? Obecná teoretická otázka? Nebo konkrétní problém?

L.N.: Velmi obdivuji kolegy, kteří rozvíjejí v matematice teorie, ale já nejsem jedním z nich. Jsem více řešitelem problémů. Slyším o nějakém problému, a pokud mě přitahuje, začnu jej řešit.

Vzpomínám si na práci, kterou jsem napsal s Joem Kohnem o pseudo-diferenciálních operátorech.³ Snažili jsme se rozšířit jeho práci o regularitě tzv. $\bar{\partial}$ -Neumannova prob-

³J. J. Kohn, americký matematik českého původu, vícekrát přednášel v Praze na MFF UK. Pozn. překladatele.

lému na jiné degenerované problémy. Snažili jsme se pracovat se singulárními integračními operátory a zdálo se, že potřebujeme znát fakta o součinech a komutátorech singulárních integračních operátorů, které tehdy nebyly známy v literatuře. Řekli jsme si: „Dobrá, pokusíme se o to a vybudujeme, co je třeba.“ Takto jsme napsali práci, jejíž obsah jsme tehdy nazvali pseudo-diferenciální operátory — mimochodem, termín „pseudo-diferenciální operátory“ pochází od Friedrichse. Potřebovali jsme to kvůli jednomu konkrétnímu problému. Ale v případě společné práce s Agmonem a Douglisem — v ní jsme měli pocit, že bychom měli najít obecné odhady pro obecné systémy s obecnými okrajovými podmínkami, protože jsme si mysleli, že takové odhady budou užitečné.

N.: Řekl jste předtím, že se orientujete na problémy a vybíráte si takové, které jsou pro vás výzvou. Můžete říci, co je to výzva nebo jaký typ problémů je pro vás výzvou?

L.N.: Těžko říci. Nerovnosti určitě. Miluji nerovnosti. Takže když mi někdo ukáže novou nerovnost, řeknu: „Ó, to je krásné, nechte mě o tom přemýšlet,“ a mohou mě napadnout nějaké myšlenky s tím spojené.

Dovolte mi říci pár slov o mé společné práci s Luisem Cafarellim a Bobem Kohnem o Navierových–Stokesových rovnicích. Byl tehdy znám článek od I. M. Sheffera, matematika z Rutgersovy university, ve kterém měl velmi zajímavé výsledky o dimenzi množiny možných singularit. Jednoho dne jsem se procházel po newyorském Čínském městě s Cafarellim a Bobem Kohnem a řekl jsem: „Víte, měli bychom prostudovat ten článek. Co takhle studovat jej společně?“ Tak se to přihodilo — začali jsme číst Shefferův článek.

N.: Problém Ceny milénia o Navierových–Stokesových rovnicích⁴ klade otázku, zdali řešení mohou mít singularitu. Jak vy vidíte tento problém?

L.N.: To je velký problém. Myslím, že bude vyřešen v nedaleké budoucnosti, tím či jiným způsobem. Nechtěl bych se sázet o to, jakým způsobem se to stane. Možná před dvaceti lety — předtím, než jsem napsal práci o Navierově–Stokesově problému — jsem se zeptal Jeana Leraye, jakým způsobem si myslí, že bude problém vyřešen. Neodpověděl. On byl velký matematik a velmi mě ovlivnil. Poprvé jsem se s ním setkal na mezinárodním kongresu na Harvardu v roce 1950. On také pracoval na problému izometrického vložení a já jsem nerozuměl jeho článku; tak jsem si s ním domluvil schůzku, abychom si o tom pohovořili. Setkali jsme se v jeho pracovně na Harvardu na jednu či dvě hodiny. Byl mimořádně laskavý, ale já jsem stejně jeho článek nikdy nepochopil.

N.: Co se týče Navierova–Stokesova problému, myslíte si, že již existující metody v parciálních diferenciálních rovnicích budou stačit pro jeho konečné rozluštění, nebo je nutná nějaká nová myšlenka?

L.N.: Můj pocit je, že je zapotřebí více harmonické analýzy. Ale já jsem v ní nepracoval od doby, kdy jsme publikovali náš článek.

⁴Problémy Ceny milénia jsou souborem sedmi matematických problémů, které byly předloženy v Clayově matematickém ústavu v roce 2000. V září 2015 zůstávalo šest z nich stále nevyřešených. Mezi nimi jsou: 1. P versus NP, 2. Hodgeova hypotéza, 3. Riemannova hypotéza. Správné řešení kteréhokoliv z těchto problémů bude oceněno částkou jednoho milionu dolarů (která se občas nazývá „Cena milénia“) z prostředků ústavu. Poincarého hypotéza byla vyřešena Grigorijem Perelmanem, ale ten v roce 2010 odmítl převzít příslušnou cenu. (Viz Wikipedia, *Millennium Prize Problems*. Pozn. překladatele.)

N.: Ale váš výsledek je asi nejlepší z toho, co bylo k tomuto tématu uděláno.

L.N.: Pokud jde o povahu singularit, tak ano.

N.: Je zvláštní, že problém je natolik otevřený, že nikdo není nakloněn jednomu nebo druhému způsobu.

L.N.: Když jsem na něm pracoval, někdy jsem se cítil nakloněn jednomu způsobu a jindy druhému. V této chvíli nemám konkrétní pocit cesty, kterou bychom se měli ubírat.

Matematická vize

L.N.: V roce 1963 proběhla v Novosibirsku společná sovětsko-americká konference na téma parciálních diferenciálních rovnic. Byla to jedna z nejlepších konferencí, na jaké jsem kdy byl. Setkal jsem se s mnoha sovětskými kolegy, získal zde přátele a zůstali jsme přáteli dodnes. Potom někteří z nás jeli na několik dní do Moskvy a navštívili jsme proslulý Gelfandův seminář. Ten probíhal řadu hodin, s různými přednášejícími a Gelfand přerušoval řečníky komentáři a otázkami. Když jsme se vrátili do New Yorku, Friedrichs řekl: „Měli bychom založit seminář jako je tamten a střídat se v roli Gelfanda.“

Gelfand je stále ještě aktivní⁵, vědecky pracuje, vede seminář a spolupracuje s různými lidmi. To je prostě neuvěřitelné — nyní je mu 88 let. Potkal jsem ho zrovna před několika týdny. Byl vždy typem osobnosti, která jiskří nápady, a pak je jiní lidé skuteční. Kdykoliv jsem jej potkal v Moskvě, ptal se mě: „Co pokládáte nyní v matematice za důležité? Jaké budou příští směry?“

To byly otázky, které jsem nemohl nikdy zodpovědět. Pro mne to bylo vždy trapné, protože jsem nikdy neuměl myslet v těchto pojmech. Ale on to dokázal.

N.: Měl jste témata, na kterých jste tehdy pracoval. Ale nemyslel jste si nutně, že to bude zaměření budoucnosti?

L.N.: Ne, člověk nikdy neví. A já jsem neměl takovou vizi matematiky jako měl Gelfand.

N.: Ale myslíte si, že jeho vize byla dobrá a přesná?

L.N.: Ale ano, myslím si, že měl pozoruhodné vize. Pracoval na tolika různých tématech a pomáhal rozvíjet tolik rozličných oborů.

N.: Víte o nějakém jiném matematikovi, který měl takový druh vize?

L.N.: Možná André Weil měl takový druh vize. Možná Hirzebruch, Atiyah, Milnor, Smale. To mi připomíná historku, kterou jsem slyšel o von Neumannovi. Někdo se ho jednou zeptal: „V dnešní době, kolik z celé matematiky může jednotlivý matematik znát?“ Odpověděl: „No — tak dvě třetiny.“

Radost ze spolupráce

N.: Napsal jste jednu práci společně s Fritzem Johnem.

L.N.: Myslím, že jsem byl první člověk, který s ním napsal společnou práci. On pak napsal, na sklonku svého života, několik prací s Klainermanem, ale většinou pracoval sám. Nikdy nesledoval žádný módní směr. Ve skutečnosti se vždy omlouval:

⁵I. M. Gelfand zemřel v emigraci ve Spojených státech ve věku 96 let. Pozn. překladatele.

„Nečetl jsem toto, nečetl jsem tamto.“ Ale vytvářel svou vlastní módu, protože měl takové báječné myšlenky, a lidé pak následovali jeho myšlenky a rozvíjeli je. Byl velmi nezávislý a současně velmi skromný.

Práce, kterou jsem napsal společně s Fritzem Johnem, začala, když on přišel za mnou a řekl: „Věřím, že taková a taková nerovnost by mohla platit“ a že něco by mělo platit v L^p . Byl jsem to schopen dokázat, a potom on zlepšil, co jsem udělal já. Tak jsme napsali společnou práci.

N.: To byla práce, ve které jste definovali BMO (bounded mean oscillation).

L.N.: Ano. To byla jediná práce, kterou jsem s ním napsal. Byl to báječný matematik — mimořádně důmyslný a originální.

N.: Jak narazil na problém, na kterém jste pak společně pracovali?

L.N.: Napsal několik prací o teorii elasticity a to byl jeden z problémů, na které narazil především.

N.: Jak byly později použity BMO prostory?

L.N.: Byly využity v harmonické analýze a v teorii martingalů. Stále více pracují lidé z analýzy na něčem, co se nazývá VMO — což já nazývám synem nebo dcerou BMO — totiž vanishing mean oscillation. Vymyslel to Donald Sarason v Berkeley a ukázalo se to být mimořádně užitečným nástrojem. Před pár lety jsem napsal článek s Haimem Brezisem, ve kterém jsme rozšířili teorii stupně zobrazení na zobrazení náležející do VMO. Spolupracoval jsem s několika francouzskými matematiky a napsal jsem spoustu prací s Brezisem a Henrim Beresteckym. A spoustu článků s Luisem Caffarellim.

N.: Jaký je Caffarelli matematik?

L.N.: Člověk s fantastickou intuicí, velmi pozoruhodný. My jsme už spolu několik let nepracovali, ale když jsme ještě spolupracovali, měl jsem těžkosti udržet s ním krok. Občas vidí okamžitě věci, které jiní lidé nevidí, ale má potíž je vysvětlit. Říká toho hodně a píše velmi málo, takže když jsme pracovali u tabule, vždycky jsem říkal: „Luisi, piš prosím více, napiš toho více.“ Jednou jsem mu řekl: „Luisi, když použiji řeč Bible, kde je to napsáno?“ Někdo řekl, že jednou slyšel jeho přednášku, ve které Luis dokázal něco o parciálních diferenciálních rovnicích — a nepoužil k tomu vůbec nic! Prostě si něco vycucal z prstu a přišel s novými myšlenkami. Byl skutečně fantastický — a velmi milý člověk.

Musím říci, že všichni lidé, se kterými jsem spolupracoval, byli mimořádně příjemní. To je jedna z radostí spolupráce s kolegy. Například Peter Lax — ačkoliv jsme napsali společně pouze jeden článek — mi připadal jako můj vlastní bratr. Měl na mě velký vliv. Vždy věděl o matematice více než já. Mnoho jsem se od něj naučil. Když mluvíme o spolupráci, dovoluňte mi zmínit se o pár dalších lidech. Spolupracovat s druhými mě velmi těšilo. Napsal jsem několik článků s Françoisem Trevesem a všechny byly pro mne velkým potěšením. Studovali jsme jisté třídy rovnic, které pocházejí z prací Hanse Lewyho — rovnice, které nemají vůbec žádná řešení, ani lokálně. Napsal jsem několik článků o tomto problému. Byla to zábava. Rád bych zmínil též Davida Kinderlehrera, Joela Sprucka a Yanyan Lia. Napsal jsem jednu práci s Philipem Hartmanem, která byla elementární, ale enormně zábavná. To je věc, kterou jsem se snažil šířit mezi lidmi, kteří o matematice nic nevědí, totiž jaká je matematika zábava! Jeden ze zázraků matematiky je, že cestujete někam po světě, potkáváte jiné matematiky, a cítíte se jako jedna velká rodina. Tato velká rodina je nádherné potěšení.