

Aktuárské vědy

Antonín Zelenka

Einige Bemerkungen zur Novellierung des tschechoslovakischen Gesetzes betreffend die Versicherung der Arbeitnehmer für den Fall der Krankheit, der Invalidität und des Alters. II.

Aktuárské vědy, Vol. 1 (1930), No. 2, 82–87

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144513>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://dml.cz>

$$I_k(x) = \int_a^x I_{k-1}(y) dy \quad (k = 2, 3, \dots, n-1); \quad I_n = \int_a^b I_{n-1}(y) dy,$$

a et b ($a \neq b$) étant des nombres donnés. En gardant ces notations, on démontre que toutes les fonctions $f(x)$ qui satisfont à la condition

$$\int_a^b \int_a^x f(x) dx^n = Q,$$

Q étant un nombre donné, s'expriment par une formule générale

$$f(x) = \psi(x) + \frac{n!}{(b-a)^n} \left[Q - \int_a^b \int_a^y \psi(y) dy^n \right],$$

où $\psi(x)$ est une fonction arbitraire, intégrable dans l'intervalle $\langle a, b \rangle$.

La formule

$$\psi(x, y, z) - \psi[x, g(x), o] = 0,$$

contenant une fonction arbitraire $\psi(x, y, z)$, représente une équation générale des surfaces qui passent par une courbe donnée

$$y = g(x),$$

située dans le plan xy .

L'expression générale des fonctions $f(x, y)$ dont l'intégrale dans un domaine donné σ à deux dimensions a une valeur donnée Q est déterminée par la formule.

$$f(x, y) = \psi(x, y) + \frac{1}{s} \left[Q - \int_{\sigma} \psi(u, v) dudv \right],$$

$\psi(x, y)$ étant une fonction arbitraire, intégrable dans le domaine σ et s désignant l'aire de ce domaine.

Einige Bemerkungen zur Novellierung des tschechoslovakischen Gesetzes betreffend die Versicherung der Arbeitnehmer für den Fall der Krankheit, der Invalidität und des Alters.

Von Dr. A. Zelenka.

(Fortsetzung.)

Die Wege, auf welchen die Frage der Grundzahlen im Antrag der Z. S. V. A. und nachher im Entwurf des soz. politischen Ausschusses gelöst wurde, waren bis auf einige Abweichungen, über die des weiteren noch referiert werden soll, im Prinzip dieselben. Vor allem wurden natürlich sämtliche Voraussetzungen und statistische Grundlagen, wie sie zur Aufstel-

lung des Wertes der Witwenrente im ursprünglichen Gesetz verwendet wurden, beibehalten, ebenso wie auch die ganze Ableitung der Grundzahlen mit Hilfe des Wertes des Anspruches F_y einer y -jährigen Witwe. Lediglich die Werte F_y wurden mit Rücksicht auf die angeführten Aenderungen neu aufgestellt.

Die Bewertung der neuen Bedingung, dass eine Witwe von über 65 Lebensjahren Anspruch auf die Witwenrente hat, ist ebenso wie im ursprünglichen Regierungsentwurf auch im Antrage der Zentralsozialversicherungsanstalt und im Berichte des sozialpolitischen Ausschusses dadurch in Rechnung gezogen, dass jede aktive, nicht versicherungspflichtige Witwe von über 65 Lebensjahren sofort Anspruch auf eine Leibrente besitzt, der für jede aktive nicht versicherungspflichtige Witwe mit der Belastung

$$a_y^{aa(12)} + a_y^{ai}$$

eingestellt wurde. Für eine nicht versicherungspflichtige Witwe unter 65 Lebensjahren kommt das neue Glied

$$a_y^{a(65)np} = v_{[y]+65-y}^{np} \cdot 65-y E_y^{aa} \cdot (a_y^{aa(12)} + a_y^{ai})$$

hinzu, wobei

$$v_{[y]+65-y}^{np}$$

die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass die y -jährige Witwe im 65. Lebensjahre nicht mehr versicherungspflichtig sein wird. Diese Wahrscheinlichkeiten hängen offenbar erheblich vom Alter y ab, jedoch mangels geeigneter Rechnungsgrundlagen wurden sie für alle Alter y konstant angenommen, nämlich

$$v_{[y]+65-y}^{np} = v_{65}^{np},$$

wo v_{65}^{np} die Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass eine 65 jährige Witwe nicht versicherungspflichtig ist.

Die grösste Schwierigkeit bereitete natürlich die Erfassung der Bestimmung, dass eine Witwe mit mehr als 2 Kindern Anspruch auf eine Witwenrente besitzt. Nach den Ergebnissen der österreichischen Unfallversicherungsstatistik aus den Jahren 1896—1900 wurde festgestellt, dass 47.27% der Witwen beim Tode des Gatten 2 oder mehrere Kinder haben. Bei genügend vorsichtiger Abschätzung lässt sich also sagen, dass 50% der aktiven nicht versicherungspflichtigen Witwen Anspruch auf eine Witwenrente aus diesem Titel haben. Selbstverständlich sollte dieser Prozentsatz eigentlich vom Alter der Witwe abhängen; weiters steht er sicher in einem Zusammenhange mit den Zahlen k_x^z , die die Anzahl der Kinder der Versicherten angeben und die in Tabelle XXV des Motivenberichtes zum ursprünglichen Gesetze veröffentlicht wurden. Direkte statistische Grundlagen existieren jedoch nicht und eine Ableitung auf Grund irgendeiner Hypothese über gleichmässige Verteilung wäre in diesem Falle offenbar unrichtig, denn es ist zu bedenken, dass es sich hier um die Aufstellung der Wahrscheinlichkeit handelt, dass ein Versicherter 2 oder mehrere Kinder hat, also einer Wahrscheinlichkeit, die sicher nicht linear und bloss von der Anzahl der Kinder der Versicherten eines bestimmten Alters abhängig ist. Daher wurde im Antrag der Zentralsozialversicherungsanstalt auf die Abstufung nach dem Alter keine Rücksicht genommen und vorausgesetzt, dass in jedem Alter 50% aller aktiven nicht versicherungspflichtigen Witwen Anspruch aus dem erwähnten Titel haben werden.

Der Entwurf des soz. pol. Ausschusses hat dieselbe Unfallversicherungsstatistik zur Grundlage. Er nimmt an, dass bloss 45% von allen Witwen im Zeitpunkte des Ablebens des Gatten 2 oder mehr Kinder haben. Die Gruppierung der Witwen nach der Frequenz des Anspruches auf eine Witwenrente aus diesem Titel geschieht hier aber auch unter Berücksichtigung des

Alters und zwar mittels der schon angeführten Zahlen k_x^2 . Aus diesen wurden die Zahlen θ_x abgeleitet, welche angeben, welcher Teil der x -jährigen Versicherten 2 oder mehr Kinder hat. Einerseits wurde festgestellt, wieviel Kinder durchschnittlich auf einen x -jährigen Versicherten entfallen, andererseits, wieviel Kinder durchschnittlich auf einen Versicherten ohne Rücksicht auf sein Alter entfallen. Jones Alter x des Versicherten, das dieselbe durchschnittliche Kinderanzahl, die auf einen Versicherten überhaupt entfiel, aufwies, wurde als das dem mittleren $\theta = 0.45$ entsprechende Alter gewählt. Die individuellen θ_x , die den Prozentsatz der x -jährigen Versicherten, welche 2 oder mehr Kinder unter 17 Jahren haben, angeben, wurden aus Mittelwert θ verhältnismässig rücksichtlich der durchschnittlichen Kinderanzahl für jedes Versichertenalter gewonnen. Die groben Werte θ_x wurden hierauf graphisch ausgeglichen. Aus diesen Zahlen θ_x wurden dann die Zahlen θ_y mittels des Durchschnittsalter der Gattin eines x -jährigen Versicherten gefunden. Diese Ableitung hat zur Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit 2 oder mehrere Kinder zu haben, der Wahrscheinlichkeit überhaupt Kinder zu haben, proportional ist, was freilich eine Voraussetzung ist, deren Gültigkeit nicht unbestritten anerkannt werden muss.

Die Rente einer Witwe, die mehr als 2 Kinder hat, ist eigentlich eine Rente verbundener Leben und zwar der Witwe und des 2. Kindes — wenn man den Umstand vernachlässigt, dass im Falle des Ablebens des 2. Kindes die Rente vom Leben des 3. Kindes abhängt, was einer unbedeutenden Unterschätzung gleichkommt. Die Rente wurde für den Antrag der Z. S. V. A. als temporäre Leibrente der Witwe bewertet, wobei die Zeit ihrer Dauer auf Grund nachfolgender Ueberlegungen auf 7 Jahre abgeschätzt wurde:

Es handelt sich um die Frage, auf welche Weise eine temporäre Rente zweier verbundener Leben durch die Rente eines der beiden gegebenen Leben auszudrücken ist. Hiebei kann man von der bekannten Beziehung

$$\int_a^b f(t) \varphi(t) dt \leq \int_a^{a+\lambda} f(t) dt$$

ausgehen, die unter der Voraussetzung gilt, dass $f(t)$ eine niemals wachsende Funktion ist und dass $0 \leq \varphi(t) \leq 1$

Dabei ist

$$\lambda = \int_a^b \varphi(t) dt.$$

Zieht man in Erwägung, dass

$$|_{17-z} a x(z) = \int_0^{17-z} \frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \frac{l_{z+t}}{l_z} \cdot v^t \cdot dt$$

ist, und setzt man

$$\frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot v^t = f(t), \varphi(t) = \frac{l_{z+t}}{l_z}$$

so ist

$$\lambda = \int_0^{17-z} \frac{l_{z+t}}{l_z} dt = |_{17-z} e z$$

der bis zum 17. Lebensjahr einer z -jährigen Person durchlebten Zeit z und

$$|_{17-z}a_x(z) \leq \int_0^{17-z} \frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot t \, dt = |_{17-z}a_x.$$

Da sich nun die Zeiten $|_{17-z}e_z$ für das 2. Kind nicht ermitteln liessen, wurden aus der Tafel k_x^z die Durchschnittswerte $\lambda_{x(z)}$ gewonnen, die die durchschnittliche von einem Kinde eines x -jährigen Versicherten bis zur Erreichung des 17. Lebensjahres durchlebte Zeit angeben. Von diesen Durchschnittswerten kann man mit Sicherheit annehmen, dass sie die Werte $|_{17-z}e_z$ für das 2. Kind übersteigen. Aus dem Verlauf der für einige Alter in der Tabelle Nr. 5 angeführten Werte $\lambda_{x(z)}$ welche die durchschnittliche Dauer des Rentengenusses, wie erwähnt, gewiss übersteigt, ist abzuleiten, dass die Dauer der in Rede stehenden Rente sicherlich genügend respektiert erscheint, wenn man ohne Rücksicht auf das Alter die durchschnittliche Zeit mit 7 annimmt.

Ein wenig anders und weniger genau ist der im Berichte des sozialpolitischen Ausschusses angeführte Vorgang, wo ebenfalls die Tafel der Zahlen k_x^z verwendet wurde. Daraus wurde das durchschnittliche Alter z_x der Kinder eines x -jährigen Versicherten festgestellt und der Wert $17 - z_x$ gab dann die Dauer der Rente. Natürlich gelangte man so zu höheren Zahlen, schätzte die Dauer der Rente auf 10 Jahre und überschätzte die Belastung. Vergleichshalber seien beide Wertereihen in der Tabelle No. 5 angeführt.

Tabelle No. 5.

x	$\lambda_{x(z)}$	$17 - z_x$
20	11.7	17
25	12.7	16
30	13.0	14
35	11.1	13
40	9.2	10
45	7.5	8
50	6.3	6
55	5.5	5
60	4.8	4

Tabelle Nr. 6.

x	$N_{x(y)}$ nach dem	
	Anträge der Z. S. V. A.	Berichte des soz. pol. Ausschusses
20	27.435.1	27.461.33
30	25.003.4	25.541.41
40	19.774.5	18.985.47
50	13.753.1	11.893.32
60	6.844.6	6.102.93
70	1.102.9	1.082.50
80	27.1	25.47

Auf Grund dieser Änderungen ist jetzt F_y leicht zu bestimmen, sodann werden die Grundzahlen der Witwenrente gegenüber der bisherigen Art, wie es im Motivenbericht zum ursprünglichen Gesetz geschah, in unveränderter Weise abgeleitet, was bereits erwähnt wurde.

Obwohl der Antrag der Zentralsozialversicherungsanstalt und der Bericht des sozialpolitischen Ausschusses in der Weise der Abschätzung der durch die Zuerkennung der Rente einer Witwe, die wenigstens 2 Kinder unter 17 Jahren hat, entstehenden Belastung erheblich von einander abweichen, sind trotzdem die zahlenmässigen Resultate fast gleich, wie aus dem Verlaufe der beiden Reihen der Zahlen $N_{x(y)}$, zu erkennen ist.

Dieser nur geringe Unterschied zwischen beiden Resultaten ist dadurch zu erklären, dass in dem Berichte des sozialpolitischen Ausschusses die Belastung dadurch überschätzt wurde, dass die durchschnittliche Dauer der Rente der Witwe, die mehr als 2 Kinder hat, 10 Jahre angenommen wurde, dagegen aber die Belastung dadurch unterschätzt wurde, dass sie

die relative Anzahl dieser Witwen als vom Alter y abhängig betrachtet wurde.

Es seien noch einige kleinere Änderungen erwähnt. In erster Reihe ist darauf geachtet worden, die durch die Waisenrenten und Zuschüsse zu den Invaliden-bezw. Altersrenten entstehende Belastung genauer zu erfassen. Bei den bisherigen Berechnungen wurde der Anspruch auf die Waisenrenten eines x -jährigen Versicherten immer aus den Zahlen der für männliche Versicherte geltenden Tafel k_x^z gewonnen; für weibliche Versicherte wurden mangels geeigneter statistischer Grundlagen dieselben $ax(x)$ genommen. Die bekannte Tatsache, dass die Zahlen k_x^z und daher auch $ax(x)$ für Frauen weit niedriger sind als für Männer, wurde also überhaupt nicht respektiert. Die eben verhandelte Novelle zum Pensionsversicherungsgesetz zeigte einen Weg, wie man durch Vergleichung der absoluten Kinderzahl in den einzelnen Altern für Männer und für Frauen diese Herabsetzung des Wertes der Belastung wenigstens ungefähr schätzen kann. Um diesen sicherlich wichtigen Umstand bei der Verhandlung der Novellierung der Arbeiterversicherung zu berücksichtigen, wurde das Verhältnis der verheirateten weiblichen Versicherten zu allen weiblichen Versicherten mit jenen verheirateten männlichen Versicherten zur Gesamtzahl männlicher Versicherten verglichen und geschätzt, dass die betreffenden Zahlen k_x^z für Frauen ungefähr 40% der Zahlen k_x^z für Männer betragen. Hiedurch wurde eine genügende Herabsetzung des durch diese Versicherungsgattungen entstehenden Wertes der Belastung erzielt.

Im Motivenberichte zum ursprünglichen Gesetze wurde der Frage der Berücksichtigung von Lohnsteigerungen besonderes Augenmerk zugewendet. Diese in der Fachliteratur fast ungelöste Frage bietet eine grosse Reihe von Schwierigkeiten, von denen der grosse Mangel an einem verlässlichen und verwendbaren statistischen Material über den Umfang der Lohnänderungen die Hauptschwierigkeit ist. Der Motivenbericht löste diese Frage auf eine Weise, wie sie im Prinzip auch in den Berechnungen des Antrages der Zentralsozialversicherungsanstalt zur Anwendung kam. Bloss einige Formeln wurden in dem letztgenannten Antrage ein wenig geändert, um die gemachten Voraussetzungen besser zu erfassen. Bei den Berechnungen im Bericht des soz. pol. Ausschusses wurde aber auf die Unterschiede in den Formeln nicht geachtet und zur Verwendung gelangten die weniger genauen Formeln des früheren Motivenberichtes.

Der Entwurf des sozialpolitischen Ausschusses ist aber gegen den Entwurf der Z. S. V. A. mit einem grundsätzlichen Mangel behaftet, zu dessen Erläuterung es notwendig erscheint, auf den Charakter und die Konstruktion der Renten dieser Versicherung etwas näher einzugehen. Die Versicherten sind nach ihrem Lohne in Lohnklassen eingereiht. Die Rente besteht aus einem sogenannten Grundbetrag und aus weiteren Steigerungsbeträgen. Der Grundbetrag hängt, sofern man von der Wartezeit absieht, nicht von der Versicherungszeit ab, wogegen die Steigerungsbeträge nach Massgabe der Versicherungszeit bemessen werden. Zu den Renten gehört ferner ein Staatsbeitrag, der gleicherweise wie der Grundbetrag von der Versicherungszeit unabhängig ist und sozusagen eine Ergänzung des Grundbetrages darstellt. Das ursprüngliche Gesetz setzte einen in allen Klassen gleichen Grundbetrag von 500 K \ddot{o} fest, sowie einen einheitlichen Staatsbeitrag von ebenfalls 500 K \ddot{o} . Der Bruttoversicherungsbeitrag wurde so bestimmt, dass keine Klasse für sich passiv ist, d. h. dass der durchschnittliche jährliche Nettoversicherungsbeitrag der Versicherten in jeder Klasse niedriger ist, als der von ihnen gezahlte jährliche Bruttoversicherungsbeitrag. Hiebei wurde auf die niedrigste, also bedürftigste Klasse dadurch Rücksicht genommen, dass in dieser Klasse am wenigsten für Verwaltungskosten und Heilfürsorge zugeschlagen wurde. Der Regierungsentwurf behielt die Konstruktion der Rente aus einem festen für alle Klassen glei-

chen Grundbetrag und den Steigerungsbeträgen bei. Da der Versicherungsbeitrag hauptsächlich in den niedrigsten Klassen erheblich herabgesetzt wurde, sind die 2 niedrigsten Klassen passiv geworden, d. h. die von den Versicherten dieser Klassen gezahlten Versicherungsbeiträge würden nicht einmal zur Deckung der ihnen gewährten Leistungen genügen, von den Auslagen für Verwaltung und Heilfürsorge überhaupt zu schweigen. Dies wurde als ein wesentlicher Mangel empfunden und auf die Gefahr hingewiesen, die daraus beispielsweise im Falle eines stärkeren Sinken der Löhne entspringt. Im Antrag der Zentralsozialversicherungsanstalt wurde die Frage, unter Berücksichtigung der Forderung den Versicherungsbeitrag herabzusetzen und angesichts des im Regierungsentwurfe enthaltenen Mangels, so gelöst, dass nicht nur ein nach den einzelnen Lohnklassen abgestufter Grundbetrag eingeführt wurde, sondern auch der Staatsbeitrag ebenfalls nach den einzelnen Lohnklassen abgestuft bemessen wurde und zwar so, dass er mit dem Grundbetrag zusammen 1000 Kč ergibt. Dadurch erreichte man, dass wieder jede Klasse für sich aktiv blieb, und gleichzeitig wurde auch die Möglichkeit spekulativer Übertritte in höhere Klassen zum Zwecke der Erlangung einer höheren Rente ausgeschlossen. Der Entwurf des sozialpolitischen Ausschusses berücksichtigte diesen wichtigen Umstand nicht und behielt die alte Lösung mit einem festen Grundbetrag (Kč 550.—) und einem festen Staatsbeitrag (Kč 500.—) bei. Dass diese Lösung dem Interesse der Sache nicht dient, erhellt bereits aus dem Angeführten; genauere Berechnungen sprechen dringend für den im Antrag der Zentralsozialversicherungsanstalt vertretenen Standpunkt.

Was die Angelegenheit der Passivität der niedrigen Klassen betrifft, ist noch eine kleine Anmerkung hinzuzufügen. Manchmal wurde nämlich darauf hingewiesen, dass auch in der Novelle der Pensionsversicherung die niedrigsten Klassen passiv sind und dass sich trotzdem keine fachmännische Stimme dagegen erhebt. Aber der Sachverhalt ist in beiden Versicherungszweigen ganz verschieden. In der Pensionsversicherung sind die in die niedrigsten Klassen eingereihten Versicherten noch jung und bleiben nicht dauernd in diesen Klassen, sondern infolge der Lohnsteigerung kommen sie in höhere, aktive Klassen, sodass nur eine ganz geringe Anzahl der Versicherten als dauernd passiv betrachtet werden kann. In der Arbeiterversicherung bleibt dagegen ein grosser Teil der Versicherten, — vor allem alle landwirtschaftlichen Arbeiter — ständig in den zwei niedrigsten Klassen. Daraus folgt nun, dass eine Gesamtheit der Versicherten immerwährend für die andere geschlossene Gesamtheit zahlen muss, was sicher nicht richtig ist.

Im Ganzen kann gesagt werden, dass die Arbeiten für den Entwurf der Zentralsozialversicherungsanstalt in versicherungsmathematischer Hinsicht einen bedeutenden Fortschritt ermöglichten, obgleich der absolute Zeitmangel einer ruhigen Arbeit stark hinderlich war. Für den sozialpolitischen Ausschuss war der Weg freilich erheblich leichter (z. B. wurden sämtliche Grundzahlen für sämtliche Rentengattungen mit Ausnahme der Witwenrente und des Ausstattungsbeitrages vollkommen aus dem Antrag der Zentralsozialversicherungsanstalt übernommen). Es wäre daher nur wünschenswert, sich künftighin mehr an die Ansichten der Fachmänner zu halten, sowie auch den Umstand zu berücksichtigen, dass zur ordentlichen Bearbeitung eines so umfangreichen Materiales und der in versicherungsmathematischer Hinsicht manchmal sehr komplizierter Aufgaben mehr Zeit notwendig ist, als diesmal zur Verfügung stand.