

Aktuárské vědy

Literatura a zprávy

Aktuárské vědy, Vol. 7 (1938), No. 2, 93–96

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144693>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Aktuárské Vědy, T. VI, No 1. Prague 1936. — 10. E. J. Gumbel: Les distances extrêmes entre les émissions radioactives. C. R. Ac. Sc. t. 203, p. 354, Paris 1936. — 11. E. J. Gumbel: La précision de la moyenne arithmétique et de la médiane. Aktuárské Vědy, T. VI, No 4. Prague 1937. — 12. A. Hazen: Flood flows, a study of frequencies and magnitudes, New-York 1930.

LITERATURA A ZPRÁVY.

Österreichische Sterbetafel 1930/33. (Herausgegeben vom Fachverbande der Versicherungsanstalten. Wien 1937.) Schon vor sechzig Jahren hat Lexis das Verfahren ironisiert, „dem Gesetze“ zuliebe die Beobachtungsdaten über die Sterblichkeit durch abgeänderte, nämlich ausgeglichene Daten zu ersetzen; wie würde ihm gar das in dieser Publikation befolgte (Blaschke'sche) Prinzip, daß nicht bloß die ausgeglichenen Sterbewahrscheinlichkeiten einen regelmäßigen Gang bei fortschreitendem Alter aufweisen sollen, sondern auch ihre Differenzen, was die Abänderung im allgemeinen noch vergrößert, mißfallen haben? Gleichwohl mag dem Motto „natura non facit saltum in primis differentiis, sed in secundis“ die innere Berechtigung nicht abgesprochen werden, solange die Ausgleichung keine Beobachtungsnuancen verwischt und keine übermäßige Abweichung mit sich bringt. Am besten würde dem angestrebten Zwecke gewiß eine analytische Ausgleichung dienen, aber in vorläufiger Ermanglung einer analytischen Formel für die ganze Erstreckung der Volkssterbetafel, oder selbst nur für die ganze Tafel mit Ausnahme der allerjüngsten und höchsten Alter, leistet die quasi-analytische (verallgemeinerte) King'sche Fortsetzungsmethode, wie sofort zu zeigen, entschieden besseres als die Methode des österreichischen Fachverbandes, und zwar mit viel geringerem Arbeitsaufwande.

Zunächst besitzt bei der öst. Sterbetafel 1930/33 des männlichen Geschlechtes die als Grundlage für die King'sche Methode gewählte analytische Darstellung

$$10000\bar{u}_{21+n} = 9 + 4(1,09)^n + 4,75(1,09^{-n}), \quad n \geq 0$$

daher

$$\bar{u}_{x+3} - \bar{u}_x = (1 + c + c^{-1})(\bar{u}_{x+2} - \bar{u}_{x+1}), \quad c = 1,09,$$

wo \bar{u}_x den (auf 7 Dezimalstellen zu berechnenden) ausgeglichenen Wert für $u_x = \text{colog } p_x$ und p_x die beobachtete einjährige Lebenswahrscheinlichkeit der x -Jährigen bedeutet, ungefähr denselben Annäherungsgrad und regulären Differenzengang, wie die hyperkomplizierte, mit Rücksicht auf eine nicht weniger als 20-gliedrige Umgebung von u_x bewerkstelligte „Exponential“-Ausgleichung der Publikation

$$u_x^E = b_0 u_x^{555} + b_1 u_{x\pm 1}^{555} + b_2 u_{x\pm 2}^{555} + b_3 u_{x\pm 3}^{555},$$

$$b_0 = 0,61276, \quad b_1 = 0,49571, \quad b_2 = 0,14372, \quad b_3 = -0,44581.$$

Die bekannte, wenn auch geringe Sterblichkeitssenkung, wie sie in vielen Volkssterbetafeln zu Anfang der zwanziger Lebensjahre auftritt, wird vom Verfasser der Publikation ins Gegenteil verkehrt, indem er dekretiert, diese Senkung solle nicht berücksichtigt werden, in Wirklichkeit sind voluminöse Formeln von der Art (2) nicht elastisch genug, um feine Nuancen wiederzugeben. Hingegen findet nach Formel (1) wenigstens keine Sterblichkeitssteigerung in der betreffenden Altersstrecke 21 bis 23 statt, auch hätte sich durch Wahl anderer Konstanten an Stelle derjenigen in (1) die Senkung stärker markieren lassen, aber nur bei vergrößerter Abweichung.

Für die Sterbetafel des weiblichen Geschlechtes vom Alter 22 an benützt die Publikation ebenfalls Formel (2), nur mit anderen Koeffizienten b , und erzielt beim Alter 49 den überflüssig hohen Relativfehler von $9\frac{1}{2}\%$, während die als Grundlage für die King'sche Methode dienende Formel

$$10000\bar{u}_{23+n} = 13,170 + 1,573 (1,11)^n + 1,200 (1,11)^{-n}$$

mit einem Relativfehler von maximal 8% ausreicht.

Nun zum Problem der Ausgleichung von Volkssterbetafeln für die beiden ersten Lebensjahrzehnte. Der King'sche Kunstgriff besteht darin, daß wenn die Lebenswahrscheinlichkeit p_x sich von einem gewissen Alter ξ aufwärts durch einen analytischen Ausdruck φ_x darstellen läßt, aus einer beliebig angenommenen Anzahl L_ξ Personen des Alters ξ auch für die Alter x unterhalb ξ die beiden Lebendenzahlen L_x, l_x

$$L_x = L_\xi / \varphi_x \varphi_{x+1} \cdots \varphi_{\xi-1}, \quad l_x = L_\xi / p_x p_{x+1} \cdots p_{\xi-1}$$

berechnet und die „komplementären“ Differenzen $\lambda_x = L_x - l_x$, mit $\lambda_\xi = 0$, einer Ausgleichung in Werte $\bar{\lambda}_x$ unterzogen werden, dann gilt als ausgeglichener Wert von p_x

$$\bar{p}_x = \frac{L_{x+1} - \bar{\lambda}_{x+1}}{L_x - \bar{\lambda}_x}, \quad x < \xi$$

vom Alter 3, eventuell schon vom Alter 2 angefangen.

Wegen des analytischen Charakters der Zahlen L_x und $\bar{\lambda}_x$ resultiert solcherart nicht nur ein regelmäßiger Verlauf dieser \bar{p}_x und ihrer Differenzen, sondern auch ein störungsfreier Übergang zu den $\bar{p}_x = \varphi_x$ für $x \geq \xi$ und deren Differenzen, bei letzteren höchstens abgesehen von ein-zwei Einheiten der fünften Dezimalstelle. Zur Ausgleichung der King'schen λ_x sind z. B. die Formeln

$$\log \bar{\lambda}_{3+n} = 3,73980 - 0,02907n - 0,02108 (1,305)^n - 0,01919 (1,305)^{-n}$$

resp.

$$\log \bar{\lambda}_{3+n} = 3,79050 + 0,06506n - 0,50682 (1,11)^n + 0,25288 (1,11)^{-n}$$

für die öst. Sterbetafel des männlichen resp. weiblichen Geschlechtes brauchbar, für ersteres fallen die Zahlen λ_x viel rascher ab, so daß deren Ausgleichung eine größere Basiskonstante erfordert.

Andererseits verwendet die Methode des öst. Fachverbandes, bei ungeändert belassenen Wahrscheinlichkeiten der ersten vier resp. drei Lebensjahre und einer Randausgleichung für die folgenden drei Alter, ohne eine ziemlich hilflose Differenzenknickung in den Altern 7 resp. 6 vermeiden zu können, vorerst die „Parabel“-Ausgleichung

$$u_x^P = a_0 u_x^{33} + a_1 u_{x\pm 1}^{33} + a_2 u_{x\pm 2}^{33} + a_3 u_{x\pm 3}^{33} \quad (4)$$

mit gewissen numerischen Koeffizienten a_0, \dots, a_3 , es bedarf aber um einen regulären Differenzengang zu realisieren, einer langen Bruch- und Lötstrecke, durch die sieben Alter 15 bis 21 hindurch, für die erst noch eine lineare Interpolation der beiden Resultate u_x^E, u_x^P notwendig ist.

Daß zur Erlangung der an Komplikation unübertrefflichen Ausgleichsformel (2) mit (4) kombiniert förmliche Formelkämpfe und -verschlingungen mitzumachen sind, rührt von dem Bestreben her, eine Anähnlichung der Volkssterbetafel an das Makham'sche Versicherten-„Sterbegesetz“ gewaltsam durchzusetzen, das nun einmal bei Einbeziehung der Alter unter 25 nicht zum Ausgangspunkt taugt.

Tauber.

„Statistický zpravodaj“ jest nová publikace, kterou Státní úřad statistický vydává od ledna 1938 v prvním týdnu každého měsíce, namísto dosavadních „Předběžných zpráv“. Podle vyšších dvou čísel bude se „Statistický zpravodaj“ skládati ze dvou oddílů, jednak ze slovních výkladů jednotlivých druhů statistik, jednak z části výhradně tabulkové (přílohy).

Pojednání v první části „Statistického zpravodaje“ jsou většinou novinkou naší statistické služby. Forma jejich jest taková, že umožňuje získati přehled i v takových statistických datech, která dosud nejsou definitivní nebo dosud nejsou úplná. Statistická služba zvláště v některých oborech výroby a spotřeby neustále roste. Při tom jest nutno často statisticky zachytiti skutečnosti, které z určitých důvodů vůbec není možno zachytiti individuálně a přesně. Avšak často i neúplné a někdy i reprezentativní výsledky statistik mají po stránce národohospodářské veliký význam, protože umožňují orientaci aspoň v hrubých rysech. Při uveřejnění statistik ne zcela přesných, jest možno v slovním doprovodu vždy poukázati na eventuelní jejich nedostatky a ukázati, jak k těmto nedostatkům jest přihlížeti. Široké kruhy zájemců, kterým se „Statistický zpravodaj“ dostane do rukou, pak mohou v svých oborech pomáhati k tomu, aby se mnohé tyto statistiky staly statistikami úplnými. V současné době jsou sdělávány zvláště statistiky výroby a statistiky spotřeby a v prvním čísle „Statistického zpravodaje“ jsou vypsány počáteční obtíže, s jakými se získání a zpracování dat setkává. Nicméně na mnohých popsaných statistikách (produkce mléka v Československu, průmyslové zpracování bavlny a vlny) jest vidět, že i takové počáteční zpracování získaného materiálu jest značně významné a jest z něj možno činiti některé potřebné závěry.

Důležité jest také srovnávání našich poměrů vyjádřených statistikami s poměry v cizině. Již v prvním čísle jest také pojednáno o přirozené měně evropských národů, o národnostech v Polsku, o biologické bilanci německého národa, o populačním úpadku Vídně. Pojednání, kterými se bude tento první díl „Statistického zpravodaje“ zabývat, budou nejrozmanitějšího druhu podle toho, jak ty které statistiky budou ve Státním úřadě statistickém zpracovány. Bude tu místo i pro popsání dat, jež byla případně v ČSR zpracována mimo Státní úřad statistický; v druhém čísle „Statistického zpravodaje“ jest na příklad pojednáno o důchodech bývalých dělníků, které vyplácí Ústřední sociální pojišťovna a o zaměstnanosti a mzdách dělníků pojištěných u Ústřední sociální pojišťovny.

Naproti tomu příloha „Statistického zpravodaje“ podává v přehledných tabulkách pouze číselné statistické údaje, při čemž tabulkový text jest také německý a francouzský. Zde jsou v podstatě zahrnuty statistiky, které byly uveřejňovány v „Předběžných zprávách Státního úřadu statistického“, mají však poněkud odlišné uspořádání. V prvním čísle jsou u všech uveřejněných statistik uvedena data i za léta minulá až do roku 1929, což umožňuje nabytí přehled v těchto nových statistikách. Sociálnímu pojištění jest opět věnována pozornost, a to jak v samostatné statistice sociálního pojištění, tak i ve statistice trhu a práce. Z životního pojištění tu jest udán počet nových pojistek, odkupů a výše zápisů na pojistky.

„Statistický zpravodaj“ vychází také v německém vydání, při čemž textová část jest německá a tabulková část trojjazyčná. P.

Životní pojištění se slosováním v Rakousku. V Rakousku, kde po pádu pojišťovny „Fénix“ citelně poklesla produkce životních pojištění, byl zaveden nový tarif, kterým má býti oživen uzavěr nových pojištění.

Jde o pojištění smíšené s výplatou pojistné sumy též v případě vylosování a s podílem na zisku. Pojistná suma jest splatna ihned v případě

úmrtí pojištěné osoby, nejdéle po uplynutí pojistné doby; je však též splatna, jestliže pojistka byla vylosována při slosování, jež pojišťovna provádí dvakrát do roka. Roční pravděpodobnost vylosování jest neproměnná a činí $\frac{1}{3}\%$. Početně to znamená zvýšení pravděpodobností výluky (v tomto případě úmrtnosti) pro všechna stáří o konstantní faktor 0,005. Při výpočtu pojistné matematických hodnot cestou spojitou je to totéž, jako ponechání intensity úmrtnosti beze změny, avšak zvýšení intensity

úrokovací o půl procenta, protože výraz $e^{-\int_0^t (\mu_{x+u} + d) du}$ se nezmění, když intenzitu úmrtnosti o určitou konstantu zvětšíme a intenzitu úrokovací současně o tutéž konstantu zmenšíme. Jelikož za podklad výpočtu tarifní premie byla vzata úroková míra $3\frac{1}{2}\%$, jest možno pro výpočet ryziých premii a rezerv tohoto tarifu použiti hodnot důchodů napočtených pomocí tabulek s nezměněnou úmrtností, avšak pro úrokovou míru 4% . Hodnoty určené nespojitě liší se jen docela nepatrně od hodnot přesných.

Nettopremie pro toto pojištění jest $P_{\overline{xn}|} = \frac{1}{a_{\overline{xn}|}} - d$, kde $a_{\overline{xn}|}$ jest podle tabulek M_G^S 4% a d pro úrokovou míru $3\frac{1}{2}\%$. Tyto premie liší se tudíž od premii pro obyčejné smíšené pojištění napočtených podle M_G^S 4% a konstantní hodnotu, totiž rozdíl $d^{(4\%)} - d^{(3\frac{1}{2}\%)}$.

Prémiové rezervy budou, jak jsme již označili, počítány podle tabulky M_G^S 4% . Získávací náklady až do 3% pojistné sumy mohou býti umožňovány metodou Zillmerovou, avšak jen tak, aby nevznikaly záporné rezervy.

Započtením slosování se premie zvýší, což při obvyklém nazírání na pojištění, jako na spojení vede k tomu, že výplata při dožití zdá se v neproměru k zaplaceným premiím těm pojistníkům, jejichž pojistky nebyly vylosovány. Proto připojen je k pojištění t. zv. podíl na zisku, splatný při dožití doby pojistné, který může nejvýše činiti součet rozdílu tarifních premii pojištění s vylosováním a obyčejného smíšeného pojištění, tedy $n[B_{\overline{xn}|}^p - B_{\overline{xn}|}]$, a to v tom případě, že po celou pojistnou dobu výnos jmění, určeného ku krytí premiových rezerv, činil průměrně alespoň $4,75\%$ a že bylo docilováno dalších zisků (ze správních přírážek, úmrtnosti, atd.) ročně 1% pojistné sumy. Zjištění dotace dividendového fondu vyžaduje sestavení provozovacího účtu zvlášť pro tato pojištění.

Nutné nadúročení η premiových rezerv nad $3\frac{1}{2}\%$ bylo zjištěno z rovnice

$$\eta \cdot R + 0,001a_{\overline{xn}|} = {}_nE_x B,$$

kde

$$R = a_{\overline{xn}|} - \frac{1 + \alpha}{N_x - N_{x+n}} (S_{x+1} - S_{x+n+1} - nN_{x+n})$$

α započtené získávací náklady, B dividendy včetně daně. η takto vypočtené pohybovalo se pro různá n od $0,5\%$ — $0,95\%$, bylo z bezpečnostních důvodů zaokrouhleno na $1,25\%$.

Pro zjednodušení manipulace při slosování byla stanovena jednotná pojistná suma (na př. 4.000 šilinků pro pojištění s lékařskou prohlídkou a 1.500 šilinků pro pojištění bez lékařské prohlídky).

Protokoly aktuárských kongresů prodají se za přiměřenou cenu i jednotlivě: Berlín 1906, Vídeň 1909, Amsterdam 1912, Londýn 1927, Stockholm 1930, Řím 1934 v původních vazbách. Dotazy z ochoty přijímá redakce t. l.