Jaroslav Švrček

Ústřední kolo 56. ročníku Matematické olympiády

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 82 (2007), No. 3, 53–56

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146210

Ústřední kolo 56. ročníku Matematické olympiády

Jaroslav Švrček, PřF UP, Olomouc

V uplynulém školním roce proběhl již 56. ročník Matematické olympiády. Jeho ústřední (III.) kolo v kategorii A se konalo 18. – 21. 3. 2007 ve Zlíně. Organizátorem závěrečné části soutěže v kategoriích A a P bylo (na základě pověření Ústřední komise MO) Gymnázium Zlín Lesní čtvrť, a to ve spolupráci se zlínskou pobočkou JČMF. Organizátoři připravili pro soutěž výborné podmínky. Téměř všichni soutěžící a členové ÚK MO byli ubytováni v hotelu Baltaci. Vlastní soutěž se konala v prostorách zlínského gymnázia v Lesní čtvrti. Záštitu nad zdárným průběhem celé akce převzali mj. *Mgr. Tomáš Zatloukal*, poslanec Evropského parlamentu, *PaedDr. Zdeněk Janalík*, senátor Senátu Parlamentu ČR, *Mgr. Tomáš Úlehla*, poslanec PS Parlamentu ČR, *Libor Lukáš*, hejtman Zlínského kraje, *prof. Ing. Petr Sáha, CSc.*, rektor Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a další významní představitelé společenského a politického života ve Zlínském kraji.

Slavnostní zahájení soutěže se uskutečnilo v prostorách FAI UTB v neděli 18. 3. 2007 za přítomnosti zástupce MŠMT ČR – *Ing. Jaroslava Froulíka*, vedoucího pobočky Matematického ústavu AV ČR v Brně – *doc. RNDr. Jiřího Vanžury, CSc.* (za JČMF) a dále všech výše uvedených garantů ústředního kola MO.

Na základě jednotné koordinace úloh II. (krajského) kola v kategorii A pozvala ÚK MO k účasti ve III. kole 49 nejlepších řešitelů z celé republiky, přičemž každý kraj byl tentokrát zastoupen aspoň jedním soutěžícím. Soutěžními dny byly 19. a 20. březen 2007. Na řešení obou trojic soutěžních úloh měli soutěžící vyhrazeny každý ze soutěžních dnů tradičně 4,5 hodiny čistého času. Za každou úlohu bylo přitom možno získat maximálně 7 bodů.

Přes nepřízeň počasí se organizátorům podařilo zajistit pro soutěžící a také pro ÚK MO zajímavý doprovodný program. Pondělní odpoledne bylo vyhrazeno návštěvě a přednášce v Baťově vile. Poté byli všichni účastníci soutěže přijati na Krajském úřadě ve Zlíně, kde si měli možnost mj. prohlédnout historickou budovu úřadu (tzv. mrakodrap) s vyhlídkovou terasou a dobovou pracovnou Tomáše Bati v jednom z výtahů budovy krajského úřadu. V úterý odpoledne – po skončení soutěže – absolvovali všichni soutěžící prohlídku kulturních a historických památek Zlína spojenou s krátkou vycházkou do blízkého okolí.

Slavnostní vyhlášení výsledků a předání cen nejlepším soutěžícím se uskutečnilo ve středu 21. 3. 2007 v obřadní síni radnice města Zlín za přítomnosti představitelů města a dalších institucí. Europoslanec Tomáš Zatloukal na závěr odměnil tři nejlepší soutěžící v kategorii A týdenním zájezdem do zemí Beneluxu spojeným s návštěvou sídla Evropské unie v Bruselu. Na tomto místě se sluší poděkovat všem organizátorům III. kola MO v kategorii A, především pak řediteli Gymnázia Zlín Lesní čtvrť *RNDr. Janu Chudárkovi* a jeho statutárnímu zástupci *Mgr. Pavlu Simkovičovi*, za bezchybný průběh ústředního kola MO v kategorii A.

Dále uvádíme texty šestice soutěžních úloh III. kola a dále přehled vítězů a úspěšných řešitelů 56. ročníku MO v kategorii A.

19. března 2007

1. Na některé pole čtvercové šachovnice $n \times n$ $(n \geq 2)$ postavíme figurku a pak s ní táhneme střídavě „šikmo“ a „přímo“. „Šikmo“ znamená na pole, které má s předchozím společný právě jeden bod. „Přímo“ znamená na sousední pole, které má s předchozím společnou stranu. Určete všechna n, pro něž existuje výchozí pole a posloupnost tahů začínající „šikmo“ tak, že figurka projde celou šachovnici a na každém poli se octne právě jednou. (*Peter Novotný*)

2. V tětivovém čtyřúhelníku $ABCD$ označme L, M středy kružnic vepsaných po řadě trojúhelníkům BCA, BCD. Dále označme R průsečík kolmic vedených z bodů L a M po řadě k přímkám AC a BD. Dokažte, že trojúhelník LMR je rovnoramenný. (*Pavel Leischner*)

3. Označme $\mathbb{N}$ množinu všech přirozených čísel a uvažujme všechny funkce $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ takové, že pro libovolná $x, y \in \mathbb{N}$ platí

$$f(xf(y)) = yf(x).$$

Určete nejmenší možnou hodnotu $f(2\,007)$. (*Pavel Calábek*)

20. března 2007

4. Množina M obsahuje všechna přirozená čísla od 1 do 2 007 včetně a má následující vlastnost: Je-li číslo n prvkem množiny M, leží v M všechny členy aritmetické posloupnosti s prvním členem n a diferencí $n+1$. Rozhodněte, zda množina M musí obsahovat všechna přirozená čísla větší než určité číslo m. (*Jaromír Šimša*)

5. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC takový, že $|AC| \neq |BC|$. Uvnitř jeho stran BC a AC uvažujme body D a E, pro něž je $ABDE$ tětivový čtyřúhelník. Průsečík jeho úhlopříček AD a BE označme P. Jsou-li přímky CP a AB navzájem kolmé, pak P je průsečíkem výšek trojúhelníku ABC. Dokažte. (*Ján Mazák*)

6. Určete všechny uspořádané trojice (x, y, z) navzájem různých reálných čísel, které vyhovují množinové rovnici

$$\{x, y, z\} = \left\{ \frac{x-y}{y-z}, \frac{y-z}{z-x}, \frac{z-x}{x-y} \right\}.$$

(*Jaromír Šimša*)

Výsledková listina III. kola 56. ročníku MO – kategorie A

Vítězové:

1. *Michal Rolínek* (8/8, G Praha 6, Parléřova) 34 b.,
2. *Miroslav Klimoš* (2/4, GMK Bílovec) 26 b.,
3. *Jiří Řihák* (4/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 27 b.,

4. – 5. *Zbyněk Konečný* (4/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) a
Hana Šormová (2/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) oba 24 b.,

6. *Samuel Říha* (2/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 22 b.,

7. – 8. *Anežka Faltýnková* (4/4, GJŠ Přerov) a
Lenka Slavíková (4/4, G Mnichovo Hradiště) obě 21 b.,

9. *Pavel Motloch* (6/6, GPB Frýdek-Místek) 19 b.,
10. *Tomáš Javůrek* (8/8, G Jeseník) 18 b.

Další úspěšní řešitelé:

11. – 13. *Hana Bendová* (8/8, G Česká Lípa),
Tomáš Jeziorský (4/4, GMK Bílovec) a
Jan Máca (7/8, G Třebíč) všichni 16 b.,

14. *Alena Peterová* (7/8 G Dobruška) 15 b.,
15. *Šárka Gregorová* (8/8, G Praha 6, Nad Alejí) 14 b.,
16. – 21. *Radim Hošek* (8/8, G České Budějovice, Jírovcova),
Tomáš Kobrle (4/4, G Jilemnice),
Lukáš Malina (4/4, GChD Praha 5, Zborovská),
Matěj Peterka (7/8, G Praha 6, Nad Alají),
Tomáš Toufar (3/4, GMK Bílovec) a
Jan Vaňhara (6/8, GLJ Holešov) všichni 13 b.,
22. – 23. *Pavel Kuchyňa* (6/6, GBN Hradec Králové) a
Marek Scholle (8/8, G Pardubice, Dašická) oba 11 b.

OPRAVA

Zadání úloh domácího kola 57. ročníku Matematické olympiády kategorie P

V minulém čísle jsme zveřejnili zadání úloh domácího kola pro právě začínající 57. ročník Matematické olympiády – kategorie P.

V úloze P-I-3 byl chybně uveden poslední ilustrující příklad, místo

vstup: 3 102000 103000
výstup: 8043

má být správně

vstup: 10 102000 103000
výstup: 86

Autoři úloh se omlouvají za chybu. Kompletní zadání úloh najdete také na Internetu na adrese `http://mo.mff.cuni.cz/`.