

# Rozhledy matematicko-fyzikální

---

Ivo Volf

52. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 85 (2010), No. 4, 64–70

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146385>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2010

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# SOUTĚŽE

## 52. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

*Ivo Volf, ÚKFO, UHK, Hradec Králové*

Z následujících úloh vyřešte ty, které vám doporučí váš vyučující fyziky. To samozřejmě neznamená, že se nemůžete pustit do řešení všech úloh. V organizačním řádu FO je určeno, že v 1. kole dostává soutěžící nabídku sedmi úloh, z toho jedna úloha musí být experimentální. Další podrobnosti o soutěži Fyzikální olympiáda na stránce <http://fo.cuni.cz>.

### **FO52EF1: Dva cyklisté**

Dva cyklisté se pohybují po uzavřené závodní trase o délce 1 200 m tak, že Lenka ujede jedno kolo za dobu 120 s, Petr za 100 s. Při tréninku mohou vyjet buď stejným směrem, nebo směry opačnými.

- Urči, kdy se oba cyklisté setkají po startu poprvé.
- Stanov, kdy se oba cyklisté setkají po startu podruhé, potřetí, po  $n$ -té, kde  $n$  je přirozené číslo.
- Sestroj graf závislosti dráhy cyklistů na čase a zkontroluj své výpočty v těchto grafech.

### **FO52EF2: Rychlík vyjíždí**

Rychlíková souprava má délku 400 m a zrychluje se ze stanice tak, že po době 60 s dosáhne rychlosti 72 km/h. V tomto okamžiku se lokomotiva dostala právě na začátek tunelu o délce 1 200 m. Když tunel opustil poslední vagón, zpozoroval strojvůdce v dálce červené signální světlo, začal brzdit a po době 90 s zastavila lokomotiva přímo u signálního znamení. Vlák postál 150 s a znovu se dal do pohybu; po době 60 s získal rychlost 72 km/h, kterou projel trasu 2,0 km do sousední stanice, kterou rychlík zpravidla jen projíždí.

- Načrtni nejprve graf změn rychlosti v závislosti na čase.
- Pomocí náčrtku vypočítej, jak dlouho od začátku pohybu trvalo, než rychlík projížděl sousední stanicí.
- Jaká je vzdálenost mezi těmito sousedními stanicemi?
- Na základě provedených výpočtů nakresli přesnější graf změn rychlosti v závislosti na čase.

**FO52EF3: Na trase Berlín–Vídeň a zpět**

Na trase Berlín–Vídeň a na zpáteční trase Vídeň–Berlín jezdí každý den v obou směrech bez přestupování jen tři přímé vlaky. V jízdním řádu Českých drah o nich najdeme následující údaje:

*EN 477 Metropol:*

Berlín 0 km, 19:25, Praha 397 km, 0:27–0:37, Vídeň 815 km, 6:08

*EC 173 Vindobona:*

Berlín 343 km, 8:36, Praha 740 km, 13:27–13:39, Vídeň 1 160 km, 18:23

*EC 177 Johannes Brahms:*

Berlín 0 km, 12:36, Praha 397 km, 17:27–17:39, Vídeň 795 km, 22:04

*D 406 Chopin:*

Vídeň 0 km, 22:08, Praha 418 km, 3:22–3:33, Berlín 815 km, 8:54

*EC 378 Carl Maria von Weber:*

Vídeň 0 km, 5:50, Praha 398 km, 10:21–10:31, Berlín 795 km, 15:20

*EC 172 Vindobona:*

Vídeň 352 km, 9:32, Praha 772 km, 14:21–14:31, Berlín 1 169 km, 19:20

- Prostuduj uvedené údaje a vysvětli, proč se poněkud liší, i když koncové body jsou stejné.
- Stanov průměrné rychlosti pohybu vlaků na úsecích Berlín–Praha, Praha–Vídeň, Berlín–Vídeň.
- Načrtni graf závislosti dráhy na čase pro všechny vlaky.
- Seznam se s webovou stránkou <http://jizdnirady.idnes.cz/vlakyautobusy/spojeni/>, najdi si podrobnější údaje o pohybu vlaků a sestroj tzv. grafický jízdní řád.

**FO52EF4: Cyklista jede s kopce (1)**

Cyklista jede s kopce o sklonu  $p = 0,12$  (tj. poté, co urazí 100 m, klesne jeho těžiště o 12 m). Kopec si pro zjednodušení modelujeme tzv. nakloněnou rovinou. Hmotnost cyklisty i s kolem je  $m = 75$  kg, při pohybu nebudeme uvažovat žádné odporové síly.

- Načrtni těleso na nakloněné rovině a urči, jaké síly na toto těleso působí.
- Jak určíš sílu  $F_p$ , která působí na cyklistu směrem s kopce dolů?
- Když cyklista sníží své těžiště o výšku  $h$ , jeho polohová energie se zmenší. Urči o kolik.
- Současně se zvýší jeho pohybová energie, kterou určíme ze vztahu  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Urči o kolik. Stanov, jaké rychlosti  $v$  dosáhne cyklista, když ujede s kopce 500 m, 800 m. Je výsledek reálný?

**FO52EF5: Cyklista jede s kopce (2)**

Ve skutečnosti na cyklistu z úlohy FO52EF4 působí za jízdy ještě odporová síla o velikosti  $F_o = kv^2$ , kde  $v$  je okamžitá rychlost cyklisty. Součinitel  $k$  závisí na tvaru tělesa, obsahu kolmého průřezu a hustotě vzduchu. Číselně je  $k \doteq 0,30$ , volíme-li jednotky veličin v SI, tj. sílu v newtonech a rychlost pohybu cyklisty v m/s. Problém potom musíme řešit s výslednou silou  $F = F_p - F_o$ .

- Urči velikost síly, která na cyklistu působí směrem dolů s kopce při rychlosti 5 m/s.
- Urči velikost síly, jež působí na cyklistu, když se jeho rychlost zvyšuje od startu do 15 m/s.
- Dokážeš určit největší rychlost, které kvůli odporu vzduchu může cyklista dosáhnout?
- Jestliže může při jízdě po rovině cyklista vyvinout výkon 1,5 kW, urči v tomto případě maximální dosaženou rychlost při jízdě s kopce.

**FO52EF6: Spotřeba benzínu**

Aby automobil mohl jet stálou rychlostí, musí být tahová síla motoru taková, že právě překonává odporovou sílu vzduchu, která vzniká při pohybu automobilu. Odporová síla závisí na řadě faktorů, jež jsou dány automobilem, ale také na rychlosti pohybu vozidla,  $F_o = kv^2$ . Jestliže rychlost uvádíme v m/s a sílu v newtonech, potom je číselná hodnota  $k \doteq 0,55$ .

- Urči odporovou sílu působící na automobil, který jede rychlostí v rozsahu 54 km/h až 144 km/h; získané hodnoty vyjádři graficky, přičemž síla bude funkcí rychlosti  $F_o = f(v)$ .
- Při spálení 1 litru benzínu získáme teplo 32 MJ, avšak pro tah automobilu lze využít jen 20 %. Stanov spotřebu benzínu na 100 km při rychlostech 90 km/h, 120 km/h, 144 km/h.
- Technickými úpravami vozidla bylo dosaženo snížení součinitele  $k$  na hodnotu 0,50 a zlepšení účinnosti vozidla na 25 %. Jak se to projeví na spotřebě benzínu na 100 km?

**FO52EF7: Atmosféra se ohřívá**

Když na zemský povrch dopadá sluneční záření, atmosféra se na přivrácené straně ke Slunci ohřívá, ale současně Země vyzařuje z celého povrchu tepelné záření do svého okolí. V případě dlouhodobé rovnováhy může být průměrná teplota vzduchu přibližně stálá. Zemi v poslední době ohrožuje globální oteplování, spočívající ve zvyšování teploty atmosféry.

- Odhadni hmotnost zemské atmosféry z atmosférického tlaku.
- Kolik tepla by bylo třeba pro zvýšení průměrné teploty atmosféry ze současných asi 10 °C na teplotu o 1 °C, popř. o 2 °C vyšší? Měrná tepelná kapacita vzduchu je 1 000 J/(kg °C).
- Odborná literatura odhaduje, že na povrch Země dopadá záření, které popíšeme výkonem asi 1 370 W/m<sup>2</sup>. Jak dlouho by trvalo, než by celé toto záření zvýšilo teplotu zemské atmosféry?

### FO52EF8: Ledová kra

Na rybníce o plošném obsahu 6,5 ha se během zimního období vytvořila ledová kra všude stejné tloušťky 30 cm (hustota ledu 910 kg/m<sup>3</sup>).

- Odhadni, jaký je objem a hmotnost ledu na tomto rybníku.
- Odhadni, kolik tepla by bylo zapotřebí k roztátí tohoto ledu za předpokladu, že jeho teplota je rovna 0 °C (měrné skupenské teplo tání ledu je 330 kJ/kg).
- Z horkého pramenu vytéká voda o teplotě 70 °C. Kolik vody by bylo třeba na roztátí ledu v rybníce? O kolik by se pak zvýšila hladina vody v rybníce ( $c = 4\,200 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$ )?

### FO52EF9: Pohyb těles kolem Země

Dlouhou dobu se kolem Země pohybovalo jediné těleso – Měsíc. Od doby, co se na oběžnou trajektorii kolem Země dostala 4. října 1957 první umělá družice Sputnik 1, se počítají tato tělesa na stovky a tisíce. Mnoho těchto těles přináší velký užitek lidstvu.

- Poloměr oběžné trajektorie Měsíce, kterou budeme považovat pro zjednodušení za kruhovou, je 384 400 km, doba oběhu je 27,32 dne. Urči oběžnou rychlost Měsíce kolem Země.
- Pro telekomunikační účely jsou velmi důležité tzv. stacionární družice, které mají dobu oběhu stejnou, jako je doba rotace Země – 23 h 56 min 04 s, poloměr oběžné trajektorie je 42 164 km. Urči oběžnou rychlost stacionární družice kolem Země. Jak vysoko je družice nad povrchem Země? Kde je nutno ji umístit, aby byla skutečně stacionární?
- Pohyb těles po kruhových drahách v gravitačním poli Země je možno dobře popsat tzv. Keplerovými zákony. Ověř, zda pro pohyb Měsíce a stacionární družice skutečně platí, že

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

**FO52EF10: Práce s fotomapou [www.mapy.cz](http://www.mapy.cz)**

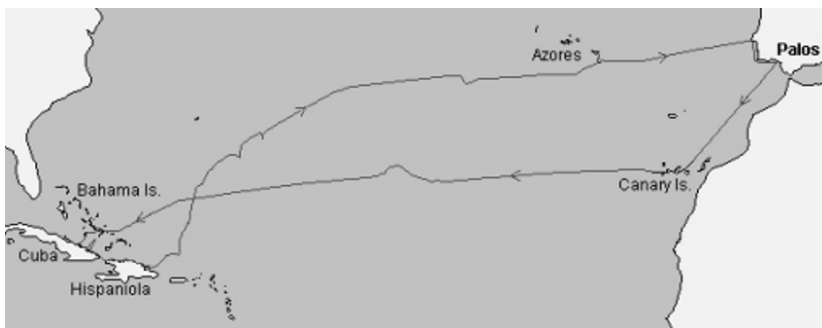
Najdi si server [www.mapy.cz](http://www.mapy.cz) a urči místo, jež je dáno souřadnicemi  $50^{\circ}04'47,291''$  N,  $14^{\circ}25'47,017''$  E. Při dostatečném rozlišení poznáš, o které místo jde.

- Zjisti si, jak dlouhé jsou poledníky, a urči, jaká délka odpovídá  $1^{\circ}$ ,  $1'$ ,  $1''$ ,  $1''/100$  ve směru severojižním.
- Označ si dva různé body na fotomapě, jež leží na stejném poledníku, zjisti rozdíl jejich zeměpisných šířek a ověř si, že údaj o délce poledníku byl správný.
- Označ si na fotomapě dva různé body na téže rovnoběžce a zjisti délku příslušné zvolené rovnoběžky. Urči, jaká délka odpovídá  $1^{\circ}$ ,  $1'$ ,  $1''$ ,  $1''/100$  ve směru západovýchodním.
- Vysvětli, proč poledníky mají délku stejnou, ale rovnoběžky délky různé. Svou úvahu se pokus doplnit o příslušné výpočty.

**FO52EF11: Kolumbova první výprava**

Kryštof Kolumbus se na svou první výpravu vydal 3. srpna 1492 ze španělského přístavu Palos de la Frontera, směřoval nejprve ke Kanárským ostrovům, odkud plul směrem takřka západním až k Bahamskému souostroví, kam doplul v pátek 12. října 1492 ve 2 h ráno (obr. 1).

- Na základě funkce měření na [www.googleearth.com](http://www.googleearth.com) odhadni, jak dlouhou trasu urazily Kolumbovy lodě, než byla znovuobjevena Amerika, tj. Bahamské souostroví.
- Jak dlouho trvala cesta a kolik průměrně urazily lodě denně?
- Jaká byla průměrná rychlost lodí v uzlech, je-li 1 uzel roven rychlosti 1 námořní míle za hodinu (nautic mile per hour)?



Obr. 1

**FO52EF12: Experimentální výzkum pohybu kuličky po nakloněné rovině**

Výzkum pohybu kuličky po nakloněné rovině prováděl již Galileo Galilei, aby přišel na kloub pohybu těles při volném pádu. Oproti jeho výzkumu máme řadu prostředků, kterými můžeme dospět k výsledkům.

*Úkol:*

Ověř závislost dráhy a času při pohybu kuličky po nakloněné rovině.

*Pomůcky:*

Nakloněnou rovinu bude představovat dřevěná „rohová“ lišta, která se používá při zakončení dřevěných obkladů, jako pohybující kuličku zvol ocelovou kuličku z většího ložiska nebo známý pryžový míček-hopíček. Zvol lištu o délce asi 2,0 m, na které uděláš rysku asi 3 cm od horního kraje, pak další rysky ve vzdálenosti 25 cm od sebe; získáš tak sedm úseků o stejné délce. Jako měřič času zvol stopky, popř. mobilní telefon.

*Návod a poznámky:*

Ustavíš lištu tak, aby měla mírný sklon (asi 5 cm na 1 m délky, musíš si vyzkoušet) a sledovaná kulička se při pohybu zrychlovala. Uvolníš kuličku v horní poloze a postupně zjistíš dobu, za kterou kulička urazí příslušné vzdálenosti 25 cm, 50 cm atd. Pokus opakuji tak, abys na každou délku získal/získala alespoň pět hodnot, vypočti průměrnou hodnotu a sestroj graf  $t(s)$ . Potom vyznač na liště rysky ve vzdálenostech 3,6 cm, 12 cm, 27 cm, 48 cm, 75 cm, 108 cm, 147 cm, 192 cm, takže dostaneš osm úseků, a opět zjistí dobu, za kterou kulička urazí příslušné vzdálenosti (každý pokus opakuji několikrát, nejlépe pětkrát) a porovnej doby, za které kulička urazí jednotlivé vzdálenosti mezi značkami. Výsledky zakresli do grafů  $s(t)$ ,  $t(s)$ . Urči průměrnou rychlost při pohybu mezi značkami a porovnej získané výsledky.

**FO52EF13: Automobil a životní prostředí**

V náborovém letáčku jedné automobilové firmy se uvádí, že spotřeba benzínu na 100 km je 4,5 až 9,9 litru, emise činí 130 až 184 g CO<sub>2</sub> na ujetý kilometr. Předpokládej, že během roku ujede řidič s vozem 20 000 km. Mechanická a termická účinnost motoru je asi 22 %, z 1 litru benzínu získáme nejvýše 32 MJ tepla.

- Jak velká je spotřeba benzínu za rok jízdy?
- Kolik oxidu uhličitého bude produkováno do atmosféry během roční jízdy?
- Jaká práce se za rok vykoná při jízdě automobilem (na rozjezd a udržení rychlosti)?

## SOUTĚŽE

- d) Odhadni střední hodnotu tahové síly.
- e) Jestliže během jednoho výdechu produkuje lidské tělo průměrně 0,442 g oxidu uhličitého, kolik vydechne řidič za rok  $\text{CO}_2$ ?

### FO52EF14: Průřez měděného drátu

Smotek měděného drátu o délce 350 m má odpor  $20 \Omega$ , který jsme zjistili měřením ohmmetrem. Víme, že měděný drát o délce 1 metru a průřezu  $1 \text{ mm}^2$  má odpor  $R_1 = 0,017 \Omega$ . Odpor drátu je přímo úměrný délce drátu a nepřímo jeho průřezu.

- a) Jak lze stanovit průřez a průměr tohoto drátu?
- b) Jak určíme hmotnost smotku drátu o uvedené délce? Hustota mědi je  $8\,900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- c) Jak bychom určili ze známé hodnoty odporu a hmotnosti smotku drátu jeho délku?

### FO52EF15: Experimentální výzkum natékání a vytékání kapaliny z nádoby

Vezmi plastovou lahev o objemu 2 litry, zbav ji viněty a nalep po celé výšce úzký proužek bílého papíru. Potom vezmi sklenici o objemu asi 100 ml, nalej do lahve vodu a po ustálení udělej na papíru značku. Pak nalej do lahve další sklenici vody a udělej rysku. Tak pokračuj, až láhev naplníš. Tak označíš stejné přírůstky objemu. Potom nech natékat vodu do lahve mírným přítokem a změř vždy čas, kdy hladina vody dosáhne příslušné značky. Údaje zapisuj do tabulky. Pokus prováděj v koupelně, přítok vody zajistíš sprchovou hadicí bez koncovky (pozor, ať neztratíš těsnění). Potom udělej nízko nade dnem malý otvor do plastové lahve, naplň ji vodou a pak ji nech postupně vytékat; zapisuj si čas, kdy při vytékání dosáhne voda příslušné značky výšky hladiny. Údaje zapisuj do tabulky.

- a) Údaje z tabulky zakresli do grafu, kde na ose  $x$  zvolíš čas průtoku vody kolem značky, na ose  $y$  výšku hladiny nad rovinou dna.
- b) Popiš podrobně rozdíly mezi grafy pro natékání a vytékání vody, tedy i mezi oběma fyzikálními jevy, a vysvětli je.

