

Rozhledy matematicko-fyzikální

Dušan Jedinák
19 úloh pre rok 2019

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 94 (2019), No. 2, 17–18

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148001>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2019

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

zvolit. Abychom byli schopni na zadanou otázku odpovědět, musíme si nějaký model vybrat. Naše odpověď pak bude správná v rámci tohoto modelu. Je ovšem možné zvolit i jiné modely a v jejich rámci mohou být správné jiné odpovědi. V předchozích odstavcích jsme popsali tři různé modely (způsoby výběru náhodné tětiny), ale je určitě možné vymyslet i jiné modely, které povedou k jiným výsledkům.

Tuto nejednoznačnost může být těžké si představit v případě, kdy máme nekonečně mnoho možných výsledků. Můžeme si ale představit jednodušší situaci s konečným počtem možných výsledků: náhodně vybereme číslo mezi 1 a 12, jaká je pravděpodobnost, že to bude číslo 12? Pokud například házíme dvanáctistěnnou kostkou (ano, i takové se vyrábějí), jsou všechna čísla stejně pravděpodobná a odpověď je, že pravděpodobnost vybraní čísla 12 je $1/12$.

Co když ale místo toho vybíráme z klobouku, který obsahuje pohmatem nerozlišitelné kuličky označené čísly 1 až 12, přičemž ale každé sudé číslo je na dvou kuličkách? V takovém případě je v klobouku celkem 18 kuliček a pravděpodobnost vytažení čísla 12 je $2/18 = 1/9$.

Nakonec můžeme číslo vybírat tak, že hodíme dvěma šestistěnnými kostkami a hodnoty sečteme. Potom číslo 12 dostaneme pouze tak, že na obou kostkách padne číslo 6, což má pravděpodobnost $1/6 \cdot 1/6 = 1/36$.

Opět jsme viděli tři různé způsoby vybírání čísla, tři různé modely pro „náhodný výběr čísla“. Tyto modely nebyly rovnocenné a vedly k rozdílným odpovědím. Pokud tedy není už při zadání otázky určeno, jak výběr probíhá, není možné jednoznačně říci, co je správná odpověď.

Literatura

- [1] Bertrand, J.: *Calcul des probabilités*. Gauthier-Villars, Paříž, 1889.
 [2] Anděl, J.: *Matematika náhody*. Matfyzpress, Praha, 2007.

19 úloh pre rok 2019

Dušan Jedinák, Trnava

1. Stanovte, koľkými nulami končí číslo, ktoré je súčinom prvých 2019 prvočísel.

2. Stanovte počet prirodzených čísel od 1 do 10^6 , ktoré končia štvorčíslím 2019.

3. Stanovte číselnú hodnotu zlomku

$$\frac{2018^2}{(2019^2 - 2017^2)}.$$

4. Na očíslovanie všetkých stránok encyklopédie (prirodzené čísla od 1) sme použili spolu 2019 číslic. Stanovte, koľko strán má táto encyklopédia.

5. Stanovte poslednú cifru čísla $2019^{2019} + 19$ vyjadreného v desiatkovej číselnej sústave.

6. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je 2019.

7. Stanovte číslicu, ktorá bude na 2019. mieste od začiatku, ak postupne zapisujeme za sebou prirodzené čísla: 123456789101112131415...

8. Stanovte ciferný súčet čísla 201920192019..., ktoré má 2019 cifier.

9. Stanovte hodnotu výrazu

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2017}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2018}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2019}\right).$$

10. Stanovte zvyšok po delení čísla 10^{2019} číslom 15.

11. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla 5^{-2019} .

12. Stanovte číselnú hodnotu výrazu

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017} + \frac{1}{2017 \cdot 2018} + \frac{1}{2018 \cdot 2019}.$$

13. Stanovte číselnú hodnotu výrazu $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots + 2017 + 2018 - 2019$.

14. Stanovte posledné dve cifry čísla 3^{2019} zapísaného v desiatkovej sústave.

15. V učebnici je očíslovaných 2019 strán (prirodzené čísla do 2019, vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica 9.

16. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než 102019 má ciferný súčet 3.

17. Nájdite všetky rôzne trojice prirodzených čísel $x < y < z$, ktoré sú riešením rovnice $x \cdot y \cdot z + 6 = 2019$.

18. Stanovte zvyšok po vydelení čísla $2019^3 + 3^{2019} + 2019$ číslom 9.

19. Stanovte poslednú číslicu čísla $2^{2017} \cdot 3^{2018} \cdot 7^{2019}$.

Výsledky úloh naleznete na str. 60.