

Vojtech Bálint
Pál Erdős trochu jinak

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 65 (2020), No. 4, 253–260

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148479>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2020

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://dml.cz>

Pál Erdős trochu inak

Vojtech Bálint

Abstrakt. Na veľmi stručnom pozadí životopisu priblížime niektoré charakteristické vlastnosti Pála Erdősa: neuveriteľnú pamäť, rýchlosť myslenia, láskavosť.

Pál Erdős bol nepochybne jedným z najvýznamnejších matematikov nielen 20. storočia. Erdősov vedecký záber bol veľmi široký, zásadne zasiahol do mnohých oblastí matematiky: teória čísel, teória grafov, asymptotická kombinatorika, konštruktívna teória funkcií, teória množín, topológia, rady, teória komplexných funkcií, geometria, ergodická teória a zavedenie pravdepodobnostných metód do najrôznejších odvetví matematiky. Počet jeho prác – vyše 1 500 – je porovnateľný len s počtom prác Leonharda Eulera. O jeho vedeckom prínose k matematike bolo napísaných mnoho článkov a kníh, takže v českej aj slovenskej matematickej komunite nie je neznámy. Napriek tomu, pre mladších čitateľov PMFA je asi vhodné aspoň veľmi stručne pripomenúť základné životopisné údaje a ohromné vedecké dielo Erdősa.

Svojich známym ohuroval znalosťou telefónneho čísla každého z nich. Aj keď publikoval obrovské množstvo článkov, keď sa niekto opýtal na niektorý z jeho teorémov, vždy si pamätal názov príspevku, názov časopisu, v ktorom sa objavil, a rok vydania. Dokonca poznal presné čísla strán. Bol však obdarený úžasnou pamäťou nie len na čísla.

O Erdősom živote existuje mimoriadne bohatá literatúra, v ktorej záujemca môže nájsť podrobnejšie informácie. Odporúčame napr. [3], [4], [23], [24], [27], [29], [30]. Z Erdősových prác sme v literatúre uviedli len málo – v podstate na ukážku šírky jeho vedeckého záberu. Dobrý prierez „Erdősovou matematikou“ nájde záujemca napr. v [2], [25], [26], [28]. Erdősov prístup k matematike bol charakterizovaný kladením otázok, tzv. *problem solving*. Mnoho informácií o Erdősom formulovaných problémoch nájde záujemca vo vynikajúcej knihe [5] a podrobnejšie informácie sú samozrejme v prácach, ktoré sa zaoberajú jednotlivými oblasťami, napr. [1], [6], [12], [13], [8], [16], [15], [17], [7], [19], [18], [22], ...

Pál Erdős sa narodil v Budapešti 26. marca 1913. Zatiaľ čo jeho matka bola v nemocnici po pôrode, jej trojročná a päťročná dcéra ochoreli na šarlach a zomreli. Pál tak vyrastal ako jedináčik s nadmernou ochranou. Jeho rodičia sa obávali nákazlivých chorôb vo verejných školách a tak väčšinu štúdiá absolvoval ako súkromný študent. Obaja jeho rodičia boli učiteľmi matematiky na stredných školách, takže sami učili Páliho. Najali však aj lektorov a nemeckú guvernérku. Erdősov otec sa počas prvej svetovej vojny dostal do ruského zajatia a do Maďarska sa vrátil až v roku 1920. Bolo to prvýkrát, čo mohol hovoriť so svojím synom. Čoskoro nato začal učiť Páliho angličtinu a uviedol ho do kráľovstva prvočísel.

Doc. RNDr. VOJTECH BÁLINT, CSc., Nám. Eudovíta Fullu 21, 010 08 Žilina, Slovenská republika, e-mail: vojtech.balint@gmail.com

Erdős bol od svojich trinástich rokov pravidelným a veľmi úspešným riešiteľom problémov časopisu KöMaL¹. V roku 1930 bol prijatý na univerzitu v Budapešti a v tom istom roku (vo veku 17 rokov) urobil svoj prvý dôležitý matematický objav: našiel elementárny dôkaz slávnej Čebyševovej vety, podľa ktorej medzi akýmkoľvek prirodzeným číslom väčším ako 1 a jeho dvojnásobkom existuje prvočíslo. Rád citoval rýmovačku Nathana Finea:

Chebyshev said it and I'll say it again.

There is always a prime between n and $2n$.

Vo svojej dizertačnej práci, ktorú napísal ako doktorand Lipóta Fejéra, dokázal niektoré ďalekosiahle zovšeobecnenia tejto vety. Keď obhajoval doktorát, mal iba dvadsaťjeden rokov. Počas svojich študentských rokov sa stretol s Tiborom Gallaim, Györgyom Szekeresom a Pálom Turánom, ktorí sa stali jeho celoživotnými priateľmi a spolupracovníkmi. Často chodili aj na prednášky Dénesa Kóniga z teórie grafov na Technickej univerzite v Budapešti. Zodpovedajúc otázku vznesenú na jednej z týchto prednášok, osemnásťročný Erdős našiel vzrušujúce rozšírenie Mengerovej vety na nekonečné grafy. Erdősov dôkaz zahrnul König v roku 1936 do svojej klasickej monografie. S Turánom pracovali spolu najmä v teórii čísel (prvý spoločný článok [21] napísali už v roku 1934) a tiež v teórii interpolácií ako doktorandi L. Fejéra. Spolu s Gallaim napísal Erdős prvý spoločný článok [11] v roku 1936, predposledný [9] (aj s Tuzom) v roku Gallaiho smrti, teda v roku 1992. Ich posledný spoločný článok [10] vyšiel až o 4 roky neskôr v roku 1996, teda v roku Erdősovej smrti, takže medzi prvým a posledným spoločným článkom uplynulo 60 rokov.

V roku 1935 uverejnili Erdős a Szekeres svoju druhú spoločnú prácu [20]. Táto sa teraz právom považuje za východiskový bod Ramseyho teórie a kombinatorickej geometrie.²

V rokoch 1934–1938 pracoval Erdős v Manchestri u Mordella a v Maďarsku trávil iba svoju dovolenku. V Manchestri vznikla slávna kombinatorická veta Erdős–Kő–Rado ([14]).

Školský rok 1938–1939 strávil Erdős v Princetone. V tej dobe publikoval prekrásne výsledky, medzi nimi aj svoje prelomové práce o pravdepodobnostnej teórii čísel s Auréлом Wintnerom a Markom Kacom a o teórii aproximácie s Turánom. Napriek

¹KöMaL, Kőzépiskolai Matematikai Lapok, je stredoškolský časopis, ktorý od roku 1894 zohral v Maďarsku kľúčovú úlohu pri voľbe povolania mnohých mimoriadne úspešných matematikov. Časopis funguje (s dvomi prerušeniami) do dnešných dní.

²Frank Plumpton Ramsey (1903–1930) bol geniálny filozof, logik a ekonóm, ktorý v skutočnosti nezaložil oblasť matematiky, ktorá sa dnes nazýva Ramseyho teória. Z matematiky publikoval jedinú prácu (On a problem of formal logic, Proc. Lond. Math. Soc. 30 (1930), 338–384). V pozadí tejto práce stála najpálčivejšia otázka matematiky 20. storočia: či existuje všeobecný postup, pomocou ktorého je možné rozhodnúť o pravdivosti každého matematického tvrdenia. Po slávnej vete Kurta Gödela o neúplnosti (1931) sa ale pomerne rýchle ukázalo, že univerzálne dobrý algoritmus neexistuje. Ramseyho veta by vzhľadom na svoju obťažnosť, svoj prvotný cieľ a vzhľadom na Gödelov výsledok bola s veľkou pravdepodobnosťou upadla do zabudnutia, keďže výskum v tomto smere logiky sa stal zbytočným. Lenže 4 roky po Gödelovom výsledku bola publikovaná jednoduchá a mimoriadne praktická Erdős–Szekeresova veta z kombinatorickej geometrie, ktorá podnietila búrlivý rozvoj tejto oblasti matematiky. Až neskôr sa zistilo, že Erdős–Szekeresova veta je len iná (ale podstatne zrozumiteľnejšia) verzia Ramseyho vety, a tak sa používa zavedený názov Ramseyho teória.

tomu Institute for Advanced Study neobnovil jeho štipendium na ďalší rok. John von Neumann, rovnako ako iní poprední matematici, určite vedel o mimoriadnych vlastnostiach a úspechoch Erdősa, ale nepohol ani prstom, aby mu pomohol.

Tak začal Erdős cestovať po svete. (V tomto článku však nebudeme podrobne rozoberať všetky jeho cesty.) Nebol doma nikde a zároveň bol vítaný všade, lebo vždy priniesol nové a veľmi užitočné nápady. Nemalú časť života strávil (najmä z politických príčin) mimo Maďarska. Nie je náhoda, že Erdős si vyvinul taký životný štýl. Osud a dejiny k nemu neboli také milostivé, ako – povedzme – ku Gaussovi. Nenaplánovali mu pokojný a pohodlný život strednej triedy. V roku 1919, počas krátko trvajúcej Maďarskej sovietskej republiky, Paliho matka bola riaditeľkou strednej školy. Z toho dôvodu jej bolo po zvyšok života zakázané vyučovať.

Mnoho matematických súťaží pre študentov základných a stredných škôl a riešenie problémov z časopisu KöMaL vždy vyniesli na povrch niektoré mimoriadne nadané deti. Erdős nikdy nevynechal príležitosť hovoriť s nimi. Dokázal prispôbiť obsahovú úroveň poslucháčom. Rozoberal také kombinatorické, geometrické a číselnoteoretické problémy, ktoré nevyžadovali žiadne špeciálne vedomosti a mimoriadne zvyšoval záujem tým, že sa venoval aj otvoreným, teda nevyriešeným problémom. A vždy bol pripravený s niekým napísať spoločný článok, ak ten niekto k tomu čo i len trochu prispel. Snažil sa prijať všetky pozvania, či už pochádzali zo základnej školy vo vzdialenom provinčnom meste, z popredného gymnázia v Budapešti alebo z Trinity College v Cambridge. Erdős bol veľmi hrdý na svoju schopnosť robiť súčasne niekoľko vecí. Mohol sa zhovárať s niekým o politike, analyzovať dva rôzne matematické problémy s dvoma ďalšími a čítať knihu – to všetko naraz. Ale nemohol prijať všetky pozvania prednášať a jeho matka mu pripomenula: „Palkó, nikdy nemôžeš byť na dvoch miestach súčasne!“

Mladý indický matematik vyriešil jeden problém a spýtal sa Erdősa na jeho názor na to riešenie. Erdős ho vrelo pochválil za pekný výsledok a povzbudil, že nech to urýchlene publikuje. Ind sa neskôr od iných dozvedel, že Erdős a Ulam ten problém vyriešili už pred 30 rokmi, ale nepublikovali to. Keď sa mladý Ind neskôr spýtal Erdősa, že prečo mu to nepovedal, nasledovala prekrásna odpoveď naozaj hodná Erdősa: „Pozrite, v tejto jednej veci by som sa nechcel podobať na Gaussa.“

Mimoriadne dobrým znalcom Erdősa je János Pach, ktorý ho poznal od svojich detských rokov. Traja Pálovia (Erdős, Turán a Pachov otec) totiž často chodili do Mátraháza na spoločnú rodinnú dovolenku, kde sa neraz pridal aj Alfréd Rényi. Turánova manželka, Vera Turán-Sós, bola navyše tetou Jánosa Pacha. Uvedme teraz niektoré spomienky Jánosa Pacha.

„Zahrajme si ping-pong,“ povedal Turán, „a poviem ti, kto si.“ V skutočnosti, ak tomu venujete pozornosť, tak môžete vycítiť, aký vynaliezavý a veľkorysý je váš partner, ako sa vysporiada s neúspechom alebo nešťastím, ako sa dokáže udržať pod tlakom atď. Akonáhle sa Erdős postavil za stolnotenisový stôl, bolo jasné, že je amatér a nebude vážnym súperom. Dokonca aj raketu držal podivne, akoby nechcel ukázať, že príde prekvapenie: „Pali útok ľahko odrazil! Jeho reflexy boli fantastické. Človek si

nedokázal predstaviť, že v jeho nervovom systéme impulzy cestovali oveľa rýchlejšie. Turán mal oveľa lepšiu techniku, veľkolepými pohybmi napodobňoval čínsky štýl. Bol veľmi hrdý na to, že na palube Queen Mary vyhral stolnotenisový turnaj. Erdős a Turán vždy zvädzali dobrý a vyrovnaný boj. Turán sa pohyboval ako profesionál, zatiaľ čo Erdős zostal nehybný a blokoval strely. Mňa porazil dokonca aj v roku 1984 v Calgary, v suteréne domu Erica Milnera, hoci v tej dobe jeho zrak výrazne oslabil. Vysoké lopty už vôbec nevidel,“ píše J. Pach.

Živo si tiež pamätám, ako Erdős a Turán pracovali spolu v Mátraháze. Turán často Erdösa hrešil za „nezmysly“ a požiadal ho, aby svoje myšlienky formuloval presnejšie. Erdős mal neuveriteľne rýchlu myseľ a chcel všetko vysvetliť rýchlosťou svojho mozgu, navyše občas preskakujúc. Až oveľa neskôr, keď som bol odborným asistentom na Eötvösovej univerzite a sám som začal spolupracovať s Erdősom, som úplne pochopil, prečo sa Turán tak vehementne sťažoval. Niekedy mi dalo deň práce, kým som si ujasnil podrobnosti dôkazu, ktorý Erdős načrtol za päť minút. Vzhľadom na tieto osobné vzťahy a vedomosti bol János Pach odborným poradcom autora knihy [30].

Uvedme teraz niektoré osobné spomienky Vilmosa Komornika³. Zaujemca ich nájde (po maďarsky) v [27] na webe. Týkajú sa posledných dvoch rokov Erdösovho života, teda rokov 1994–1996, a svedčia o Erdösovej fantastickej pamäti, neuveriteľnej šírke vzdelania, rýchlosti myslenia a trochu poukazujú aj na jeho osobné stránky.

Štrasburg 20.–24. október 1994. Vilmos Komornik zaviezol Erdösa domov. Po krátkom zoznámení sa s rodinou chcel Erdős ihneď pracovať. Komornik napísal dve lemy, ktoré nedávno dokázal, Erdős si ich prečítal a povedal: „Dobre, mohli by byť správne.“ V podstate to znamenalo, že buď ich už dokázal aj on, alebo mu bol ihneď jasný ich dôkaz.

Pri večeri sa Erdős spýtal Komornikovej manželky na jej odborné zameranie a tému, na ktorú písala svoju prácu. Po odpovedi – *Ozvena Mexického vojenského ťaženia cisára Maximiliána I. v maďarskej tlači* – mu chcela vysvetliť, že čo bolo toto za ťaženie, o ktorom sa ona dozvedela až vtedy, keď to dostala ako tému. Ale Erdős ju zastavil: „Poznám, Napoleon III. ho dal menovať cisárom v Mexiku a potom ho v roku 1867 popravili.“

Druhý deň pracovali spolu na katedre. Komornik mal nápad, ako zlepšiť ich skorší spoločný výsledok pomocou tých dvoch lem. „To nepôjde,“ povedal Erdős. „Ale ja mám pocit, že áno,“ tvrdil Komornik a začal počítať. Po pol hodinke to vzdal: „Bohužiaľ, nejde to.“ „Veď som Ti to hovoril,“ vravel s kludom Erdős. Zrejme po prečítaní tých dvoch lem predošlý večer si ujasnil, že tie – bohužiaľ – nie sú pre tento prípad použiteľné.

Na poludnie išiel Komornik pre syna do školy, Erdős ostal v jeho kancelárii. Pred školou iný otecko, učiteľ matematiky na gymnáziu, hovoril Komornikovi, že už niekoľko týždňov sa daromne pokúša s kolegami dokázať, že sa každý rýdži zlomok dá napísať ako súčet egyptských zlomkov. Komornik vtedy prvý raz počul o egyptských zlomkoch. Keď sa vrátil do kancelárie, zopakoval otázku Erdősovi. Ten položil pred seba jeden

³Vilmos Komornik sa narodil v Budapešti v roku 1954, pracoval na Rényi Inštitute, doktor vied je od roku 1991, je vedúcim profesorom na Univerzite de Strasbourg, oblasť jeho výskumu je matematická analýza a kombinatorická teória čísel.

papier, bleskovo napísal dôkaz a dodal: „Dávnejšie som napísal na túto tému jednu prácu, pamätám si ju.“

Išli domov na obed. Po návrate sa zastavili v knižnici, lebo Erdős zabudol meno matematika, ktorý našiel jednoduchý dôkaz na jednu jeho a Szekeresovu vetu. Ale zato si pamätal, že článok vyšiel v roku 1959 v časopise J. Lond. Math. Soc., a tak okamžite našiel meno Seidenberg. V knižnici Komornik našiel aj Erdősov článok o egyptských zlomkoch: napísal ho v roku 1950 a dôkaz bol od slova do slova rovnaký.

Popoludní mal Erdős na katedre prednášku *Some of my favourite problems in number theory, in combinatorics and in geometry*. Prišlo tak veľa ľudí, že museli zmeniť miestnosť. Našťastie, veľká poslucháreň bola voľná, ale nevykúrená. Erdős prednášal v kabáte, po anglicky, ale tvrdenia zopakoval aj po francúzsky. Mal obrovský úspech, lebo poslucháči predtým poznali len suchý Bourbakistický štýl.

V sobotu sa prechádzali po meste. Komornik mu ukázal pamätnú tabuľu, kde bola prvýkrát predvedená *La Marseillaise*. „Rouget de l'Isle mal ťažký život, čítal som o ňom od Stefana Zweiga,“ povedal Erdős. Do tej chvíle som o živote Rouget de l'Isle nevedel vôbec nič, píše Komornik.

Na námestí prišli k Erdősovi žobráci. Každému dal nejaké peniaze, títo ale prišli opakovane a on znovu rozdával. Komornik ho odtiaľ odviezol, aby nerozdal všetky svoje peniaze. J. Pach v [29] píše: „Keď ktokoľvek potreboval jeho pomoc, Erdős bol tu pre neho. Vyplácal peniaze priateľom v núdzi a vzdialeným príbuzným. Povedal im, aby si ich nechali tak dlho, ako si želajú, a jedného dňa, keď budú bohatí, môžu ich vrátiť. V rovnakom duchu prevzal právnu a finančnú zodpovednosť za dievča, ktoré nikdy predtým nestretol, ktorá sa chcela presťahovať do Viedne, aby splnila svoj sen stať sa hudobníčkou. Bola úspešná!“

Zo Štrasburgu odcestoval do Južnej Ameriky – vtedy, ako 81-ročný, tam bol prvý a posledný raz.

Začiatkom septembra 1995 Erdős telefonicky hľadal Komornika, ale ten nebol doma. Komornikova manželka chcela Erdősovi dať telefónne číslo do práce, on sa ale poďakoval: „Ďakujem, pamätám si ho.“ Koncom septembra už bol Erdős v Štrasburgu. V pondelok predpoludním písal listy, ktoré Komornik emailom alebo faxom posielal. Poslal napr. 25 USD pre *American Friends Service Committee*. Takmer každý deň posielal Erdős menšie sumy na dobročinné účely alebo na popularizáciu matematiky.

Pritom sa začítal do knihy Hajnala a Hamburgera z teórie množín. Zrazu zvolal: „Aha, tu je chyba.“ Komornik neveril, lebo Hajnalove prednášky na univerzite boli absolútne precízne. „Tu píšu, že Gödel v roku 1939 dokázal, že hypotéza kontínua je konzistentná s obvyklými axiómami teórie množín. Ale to bolo v roku 1938, lebo som sedel s Gödelom v jednej viedenskej kaviarni, keď mi to hovoril.“

Potom obedovali spolu Erdős, Komornik a jedna jeho nemecká kolegyňa, Petra. Keď sa Erdős dozvedel, že je z Essenu, tak sa s ňou niekoľko minút rozprával nemecky. Komornik nemecky nevedel, takže pozdejšie mu Petra povedala, že Erdős jej s dokonalou nemčinou vyprával zaujímavosti zo stredovekého Essenu. A ona sa hantala, lebo o svojom rodnom meste nevedela vôbec nič. Popoludní mal znovu veľmi

úspešnú prednášku na katedre a honorár mu stačil práve na to, aby si kúpil letenku do Budapešti.

Podľa tých, čo Erdósa poznali dávno, bol v mladosti podstatne rýchlejší. „*Ale ja som sa musel vždy starostlivo pripraviť na stretnutie s ním,*“ píše Komornik.

Komornik: „Nebolelo Ťa, že si nedostal Fieldsovu medailu?“

Erdős: „Nie. Dostal som mnoho iných ocenení. Ale tie nie sú dôležité. Dôležité je to, aby sme sa pokúsili nájsť výsledok, ktorý si budú pamätať aj o 500 rokov.“

Ak sa Erdős zaujímal o nejakú otázku, bol otvorený diskutovať s kýmkoľvek, nech je to Einstein alebo taxikár. Bol oveľa menej predpojatý ako ktokoľvek iný, koho som kedy stretol. Hoci získal (a prijal) asi tridsať čestných titulov a členstiev vo významných akadémiách, čiastočne ich pripisoval svojej starobe. Vždy hovoril, že by bol šťastný, keby mohol vymeniť všetky svoje tituly za krásnu vetu. Myslel to vážne. V roku 1956 bol Pál Erdős zvolený za člena Maďarskej akadémie vied. Nikdy sa nestaral o hodnosti, tituly a dekorácie, ale som si istý, že toto členstvo bral vážnejšie. Často priletel zo zahraničia na niekoľko dní, aby sa zúčastnil na valnom zhromaždení a hlasoval za nových členov. Keď bol jeden z jeho kolegov zvolený za člena-korešpondenta, zvyčajne mu zablahoželal takto: „Som rád, že ste sa stali polobohom!“ napísal János Pach.

Štrasburg 5.–8. apríl 1996. Erdős zavolať nečakane 3. apríla, či by mohol koniec Velkonočného týždňa stráviť u Komornika a o dva dni aj prišiel. Komornik mu ukázal svoj dôkaz Erdős–Mordellovej vety – aj jemu sa zdal jednoduchší od doterajších. Kazarinoff vo svojej knihe „Geometrické nerovnosti“ z roku 1961 meditoval o tom, ako mohol Erdős túto vetu objaviť a prišiel k tomu, že Erdős chcel pravdepodobne zosilniť jednu Eulerovu vetu. Mýlil sa! Komornik sa opýtal priamo Erdósa, a ten odpovedal, že tú nerovnosť objavil v roku 1932, keď si nakreslil veľmi veľa trojuholníkov, aby objavil nové zákonitosti. Zaujímavé je, že nikto sa ho na to 60 rokov nespýtal. Koľko vecí sme sa mohli dozvedieť, keby sme sa ho boli opýtali!

„Veril Einstein v Boha?“ spýtal sa Erdósa raz Komornik.

„Neveril!“ odpovedal Erdős kategoricky.

„Odkiaľ to vieš?“ spýtal sa ho znovu Komornik.

„Lebo som sa ho raz na to opýtal.“

4. júna 1996 napísal Erdős list na University of Waterloo v Kanade, že kvôli neprimeranému postihu prof. Bondyho vráti čestný doktorát. Celý list nájde záujemca napr. v práci [27], str. 11.

Európsky matematický kongres v Budapešti v júli 1996. Erdős aj Komornik sa vonku rozprávali. Zrazu Erdős povedal: „Vieš, myslím, že som urobil chybu, že som nezaložil rodinu.“ Na druhý deň Erdős odcestoval do Sárospataku. Odtiaľ Komornikovi za jeden deň trikrát zavolať. Cítil sa osamotený.

Do Štrasburgu mal znovu prísť v októbri, ale Erdősovo srdce vypovedalo službu 20. septembra 1996 vo Varšave.

Podakovanie. Článok bol podporený grantom GA ČR pod registračným číslom 1800449S. Autor si dovoľuje vyjadriť podakovanie A. Slavíkovi za cenné pripomienky.

L i t e r a t ú r a

- [1] AVIS, D., ERDŐS, P., PACH, J.: *Repeated distances in space*. Graphs Combin. 4 (1988), 207–217.
- [2] BABAI, L., POMERANCE, C., VÉRTESI, P.: *The mathematics of Paul Erdős*. Notices Amer. Math. Soc. 45 (1998), 19–32.
- [3] BABAI, L., SPENCER, J.: *Paul Erdős (1913–1996)*. Notices Amer. Math. Soc. 45 (1998), 64–73.
- [4] BÁLINT, V.: *Erdős a ľudia okolo neho*. In: J. Bečvář, M. Bečvářová: 37. mezinárodní konference Historie matematiky, Poděbrady, 19. 8. až 23. 8. 2016, MatfyzPress, Praha, 2016, 35–42, <http://kdm.karlin.mff.cuni.cz/sborniky/sbornik-37.pdf>
- [5] BRASS, P., MOSER, W. O. J., PACH, J.: *Research problems in discrete geometry*. Springer, Berlin, 2005.
- [6] BURR, S. A., ERDŐS, P., GRAHAM, R. L., SÓS, V. T.: *Maximal anti-Ramsey graphs and the strong chromatic number*. J. Graph Theory 13 (1989), 263–282.
- [7] ERDŐS, P.: *My joint work with Richard Rado*. In: C. Whitehead: Surveys in Combinatorics 1987, London Math. Soc. Lecture Note Ser. 123, Cambridge University Press, Cambridge, 1987, 53–80.
- [8] ERDŐS, P., GALLAI, T.: *On polynomials with only real roots*. Ann. of Math. 40 (1939), 537–548.
- [9] ERDŐS, P., GALLAI, T., TUZA, Z.: *Covering the cliques of a graph with vertices*. Discrete Math. 108 (1992), 279–289.
- [10] ERDŐS, P., GALLAI, T., TUZA, Z.: *Covering and independence in triangle structures*. Discrete Math. 150 (1996), 89–101.
- [11] ERDŐS, P., GALLAI, T., VÁZSONYI, E.: *Végtelen gráfok Euler vonalairól [On Euler lines of infinite graphs, in Hungarian]*. Mat. Fiz. Lapok 43 (1936), 129–140.
- [12] ERDŐS, P., HICKERSON, D., PACH, J.: *A problem of Leo Moser about repeated distances on the sphere*. Amer. Math. Monthly 96 (1989), 569–575.
- [13] ERDŐS, P., KAC, M.: *The Gaussian law of errors in the theory of additive number theoretic functions*. Amer. J. Math. 62 (1940), 738–742.
- [14] ERDŐS, P., KO, CHAO, RADO, R.: *Intersection theorems for systems of finite sets*. Quart. J. Math. Oxford Ser. (2) 2 (1961), 313–320.
- [15] ERDŐS, P., PACH, J., POLLACK, R., TUZA, ZS.: *Radius, diameter, and minimum degree*. J. Combin. Theory Ser. B (47) 1 (1989) 73–79.
- [16] ERDŐS, P., PÓSA, L.: *On the maximal number of disjoint circuits of a graph*. Publ. Math. Debrecen 9 (1962), 3–12.
- [17] ERDŐS, P., RÉNYI, A.: *On the evolution of random graphs*. Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutatóintézet Közleményei 5 (1960), 17–61.

- [18] ERDŐS, P., SÁRKÖZY, A., SÓS, V. T.: *Problems and results on additive properties of general sequences, III*. Studia Sci. Math. Hungar. 22 (1987), 53–63.
- [19] ERDŐS, P., SURÁNYI, J.: *Válogatott fejezetek a számelméletből [Topics in the number theory]*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1960.
- [20] ERDŐS, P., SZEKERES, G.: *A combinatorial problem in geometry*. Compos. Math. 2 (1935), 463–470.
- [21] ERDŐS, P., TURÁN, P.: *On a problem in the elementary theory of numbers*. Amer. Math. Monthly 41 (1934), 680–611.
- [22] ERDŐS, P., WINTNER, A.: *Additive arithmetical functions and statistical independence*. Amer. J. Math. 61 (1939), 713–721.
- [23] FILEP, L.: *A tudományok királynője [The queen of sciences]*. Typotex kiadó, Budapest, 2012.
- [24] GAZDA, I.: *A magyar matematika történetéből [From the history of Hungarian mathematics]*. Magyar Tudománytörténeti Intézet, Piliscsaba, 2000.
- [25] GRAHAM, R. L., NEŠETŘIL, J., BUTLER, S.: *The mathematics of Paul Erdős I, II*. 2nd edition, Springer Verlag, New York, 2013.
- [26] HALÁSZ, G., LOVÁSZ, L., SIMONOVITS, M., SÓS, V. T.: *Paul Erdős and his mathematics*. Springer Verlag, Berlin–Heidelberg, 2002.
- [27] KOMORNIK, V.: *Emlékfoszlányok Erdős Pálról [Shreds of memory on Pál Erdős]*. <https://ematlap.hu/interjuk-portrek-2016-09/327-emlekfoszlanyok-erdos-palrol>.
- [28] LOVÁSZ, L., RUZSA, I., SÓS, V. T.: *Erdős centennial*. Springer, Heidelberg, 2013.
- [29] PACH, J.: *Two places at once: A remembrance of Paul Erdős*. Math. Intelligencer 19 (1997), 38–48.
- [30] SCHECHTER, B.: *Agyam nyitva áll [My brain is open]*. Vince, Budapest, 1999.