

Ján Gunčaga; Janka Kopáčová
Symetria v primárnom vzdelávaní

Učitel matematiky, Vol. 27 (2019), No. 2, 65–73

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148600>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2019

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

SYMETRIA V PRIMÁRNOM VZDELÁVANÍ

JÁN GUNČAGA, JANKA KOPÁČOVÁ¹

1. Úvod

Človek, a deti zvlášť, má vzťah k symetrickým útvarom, aj keď malé asymetrie nám nevadia (napr. tvár). Páčia sa nám ornamenti, dlažby, obrazy, ktoré sú symetrické. Hovoríme, že útvar U je symetrický (súmerný) podľa osi o , ak ku každému bodu X útvaru U existuje bod Y z útvaru U tak, že úsečka XY je kolmá na os o a jej stred leží na osi o . Symetriu môžeme pozorovať aj v prírode. „Prírodné útvary prirodzene nie sú útvarmi rovinnými, ale priestorovými: obyčajne sú súmerné podľa zvislej roviny, ale nie sú súmerné podľa roviny vodorovnej. Táto horizontálna asymetria súvisí opäť so stabilitou letu vážky, ...“ (Kuřina, 2009: s. 254).

Symetrie napomáhajú deťom pri precvičovaní orientácie v rovine, v rôznorodých situáciách a hrách. Pomocou modelov, neskôr aj obrázkami sa deti oboznámia s geometrickými útvarmi, symetrie môžu využiť pri opise ich vlastností alebo identifikácii.

2. Symetria v Štátnych vzdelávacích programoch na Slovensku

Deti sa s problematikou symetrie môžu stretnúť už v materskej škole. Na Slovensku je v Štátnom vzdelávacom programe pre predprimárne vzdelávanie v materských školách (2016) matematické vzdelávanie zaradené do časti *Matematika a práca s informáciami*. Cieľom je v rámci rozvoja geometrických predstáv sústrediť

¹Podporené grantom APVV-15-0378 Optimalizácia výučbových materiálov z matematiky na základe analýzy súčasných potrieb a schopností žiakov mladšieho školského veku.

aktivity detí materských škôl na orientáciu v priestore a rovine, poznávanie geometrických útvarov a na zoznamovanie sa s problematikou merania dĺžky. V rámci obsahového štandardu pojem symetrie prispieva k jeho naplneniu.

Problematiku symetrie možno zaradiť do podoblasti *Geometria a meranie* zameranej na orientáciu v priestore a rovine, deti sa v nej zoznamujú s najjednoduchšími geometrickými útvarmi, ich porovnávaním a meraním. V rámci problematiky symetrií učiteľka má možnosť pripraviť množstvo aktivít pre deti s využitím rôznych modelov rovinných geometrických útvarov, najrozmanitejších hier a iných foriem práce s deťmi. Dieťa má postupne viac a samostatnejšie tvoriť, objavovať a zdokonaľovať sa v argumentácii.

V primárnom vzdelávaní inovovaný Štátny vzdelávací program primárne vzdelávanie – 1. stupeň ZŠ (2014) opäť začleňuje matematiku do vzdelávacej oblasti *Matematika a práca s informáciami*. Predmet je podobne členený ako v predprimárnom vzdelávaní, symetrie zaraďujeme do časti *Geometria a meranie*. Už v 1. ročníku v obsahovom štandarde predpokladá znalosť zhodného zobrazenia – osovej súmernosti na propedeutickej úrovni. V rámci výkonového štandardu by žiak 1. ročníka základnej školy mal vedieť v štvorcovej sieti dokresliť (dorysovať) osovo súmerný obrázok. Z hľadiska symetrií v 2. ročníku je nápomocná znalosť merania dĺžok úsečiek, ako aj znalosti pojmov bod, priamka, polpriamka, úsečka. V 3. a 4. ročníku sa žiak naučí základom rysovania, ďalej sa zdokonalí v meraní dĺžok úsečiek v metrických jednotkách. Symetrie môže využiť pri oboznamovaní sa s vlastnosťami rôznych rovinných geometrických útvarov. Pri propedeutike osovej súmernosti vzdialenosť dvoch bodov, meranie dĺžky úsečky, kolmosť priamok alebo úsečiek zohrávajú dôležitú úlohu.

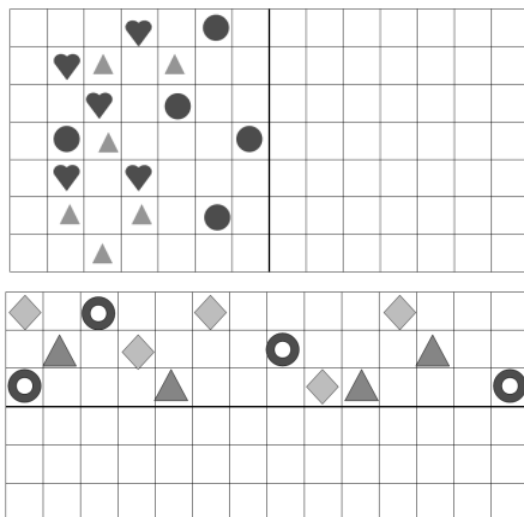
Podľa nemeckých autorov Heckmanna a Padberga (2008) matematické úlohy na primárnom stupni zamerané na symetrie podporujú kreativitu detí a schopnosť vytvoriť symetrické vzory. Zdôraznená je presnosť definície osovej súmernosti – rovnaká vzdialenosť vzoru a obrazu v osovej súmernosti. Odporúčané sú aj konkrétne aktivity detí, napr. strihanie a ohýbanie papiera, zobrazo-

vane útvarov pomocou jedného zrkadla, obrazy rovinných útvarov pomocou ohýbania a vodových farieb, zobrazovanie pomocou štvorčekového papiera.

Úlohy tohto typu sa tešia veľkej obľube u žiakov, považujú ich skôr za zábavu ako učenie, preto majú aj silný motivačný účinok. Ich význam pre rozvíjanie priestorovej predstavivosti potvrdzuje aj skutočnosť, že sú obsahom primárneho matematického vzdelávania vo všetkých krajinách, aj keď na rôznej úrovni (Scholtzová, 2014). Ukážkou veľmi pekného a systematického prístupu sú finske učebnice (podrobnejšie Vašutová, 2016).

3. Symetria v úlohách pre žiakov 4. ročníka ZŠ

V rámci primárneho vzdelávania sú hodiny geometrie značne poddimenzované a úlohy na symetrie učiteľia zaraďujú len výnimočne. Považujú ich za ľahké a zbytočné, keďže predpokladajú, že žiaci ich vyriešia správne. Aj v učebniciach nájdeme len zopár úloh na dokreslenie obrázka podľa danej osi a hľadanie osi súmernosti.



Obr. 1: Úlohy z pracovného listu

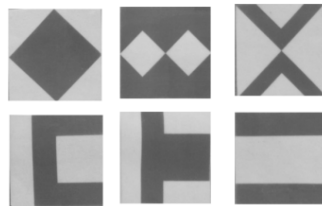
Rozhodli sme sa zistiť, či sú tieto úlohy naozaj pre žiakov 4. ročníka základnej školy triviálne. Pripravili sme dve aktivity – dokresľovanie osovo súmerných obrázkov v štvorcovej sieti a vytváranie osovo súmerných obrazcov pomocou zrkadla. Prvá aktivita boli upravené pracovné listy (Kučerová, 2010) so zadaním: *Dokresli druhú polovicu obrázku tak, aby bol osovo súmerný.* Žiaci mali dokresliť osovo súmerný obrázok podľa vertikálnej a horizontálnej osi. Sledovali sme správne umiestnenie aj natočenie útvaru (obr. 1).

Druhá aktivita bola manipulačná, použili sme hru so zrkadlami *Mirror game – blue* (obr. 2). Táto hra spočíva v tom, že každé dieťa dostane dve kocky s rôznymi modrobielymi vzormi na stenách a majú ich priložiť k zrkadlu v takej konfigurácii, aby ich horné podstavy spolu s jej obrazom v zrkadle vytvorili modrobiely obraz, ktorý je na danej kartičke. Podľa Žilkové (2010) hlavnými cieľmi hry sú:

- získavanie prvotných skúseností detí s prácou so zrkadlom,
- oboznamovanie sa s pojmami vzor a jeho zrkadlový obraz,
- objavovanie súmernosti, v ktorej dôležitú úlohu zohráva zrkadlo ako model roviny súmernosti,
- objavovanie súmernosti na kartových predlohách, pričom všetky vzorové karty musia byť súmerné podľa aspoň jednej osi súmernosti,
- objavovanie vlastností súmernosti.



Obr. 2: Mirror game – blue
(zdroj www.thinkingtoys.ie/)



Obr. 3: Ukážka niektorých predlôh hry (zdroj vlastný)

Nášho výskumu sa zúčastnilo 16 žiakov bežnej triedy 4. ročníka základnej školy v Ružomberku. Pracovali samostatne, aj keď

prichádzali k stanovištu s úlohami vo štvoriciach. Úlohy riešili ochotne, zaujali ich, ale ukázalo sa, že nie sú pre všetkých triviálne. Pracovné listy neboli pre žiakov ničím novým, s podobnými sa už v minulosti stretli. Prvú úlohu – prekresliť obrazec podľa vertikálnej osi – malo správne 13 žiakov (81,2 %), 3 žiaci prekreslili totožný obrazec, teda v posunutí. Druhú úlohu – prekresliť obrazec podľa horizontálnej osi – mali správne len 2 žiaci (12,5 %), 2 žiaci ju ani nezačali riešiť, 1 žiak opäť použil posunutie a zvyšných 11 žiakov (68,8 %) použilo osovú súmernosť, ale nevedomili si, že trojuholník sa zobrazí otočený.

Zrkadlovú hru nepoznal ani jeden žiak, preto bolo nutné každému v úvode vysvetliť, čo je jeho úlohou. Po úvodnej inštrukcii si žiaci volili predlohu sami a keď boli presvedčení, že majú obrazec správne, nechali si ho skontrolovať a vybrali si ďalší. Prácu žiakov sme nahrávali na video. Nakoľko bol vymedzený pomerne krátky čas (20 minút na skupinu žiakov), počet správne zložených obrazcov bol rôzny. Na základe priameho aj nepriameho pozorovania sme zistili, že obrazce členené horizontálne a vertikálne boli pre žiakov jednoduchšie ako obrazce členené diagonálne. Ukázalo sa, že ak žiak vedel určiť os súmernosti, vedel si kartičku so vzorom natočiť správne (našiel os súmernosti), veľmi rýchlo našiel aj správne riešenie. Títo žiaci mali o hru veľký záujem a od predlohy k predlohe sa zlepšovali, potrebovali čoraz kratší čas na riešenie.

Aj keď vzorka žiakov 4. ročníka ZŠ bola malá, bolo možné v nej identifikovať viaceré skupiny žiakov podľa úrovne riešení úloh s kartičkami. Prvá skupina (necelá štvrtina) boli žiaci, ktorí pohoťovo vedeli riešiť jednoduché aj náročnejšie úlohy bez pomoci učiteľa. Druhá skupina (necelá štvrtina) boli veľmi slabí žiaci, ktorí nevedeli vôbec riešiť úlohy, a často im nepomohla ani intervencia učiteľa. Ostatní žiaci riešenie zvládli s menšou pomocou učiteľa, pretože niektoré predlohy si zamieňali a nevedeli sami skontrolovať správnosť riešenia. Veľmi podobné výsledky boli dosiahnuté aj pri výskume so žiakmi 1. ročníka ZŠ (Pochybová, 2018), čo pripisujeme skutočnosti, že podobný typ úloh riešia žiaci na hodinách matematiky len výnimočne.

4. Osová súmernosť v úlohách pre študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky

Nakolko plne súhlasíme so Žilkovou (2010: s. 3), že „*Na to, aby učiteľ v materskej škole alebo učiteľ primárneho stupňa vzdelávania vedel adekvátne narábať s odbornými poznatkami z oblasti zhodnostných geometrických zobrazení a vedel ich aplikovať v rôznych aktivitách, činnostiach a úlohách, je potrebné, aby získal sám nielen teoretické, ale aj praktické skúsenosti v uvedenej oblasti.*“, rozhodli sme sa aktivity založené na osovej súmernosti zaradiť do matematického vzdelávania budúcich učiteľov a následne sme do priebežného testu začlenili dve úlohy z tejto oblasti – určenie osi súmernosti geometrických útvarov a veľkých tlačených písmen (obr. 4) a vytvorenie osovo súmerného obrázku podľa horizontálnej osi (použili sme rovnakú predlohu ako u žiakov 4. ročníka ZŠ). Výsledky nás nemilo prekvapili.

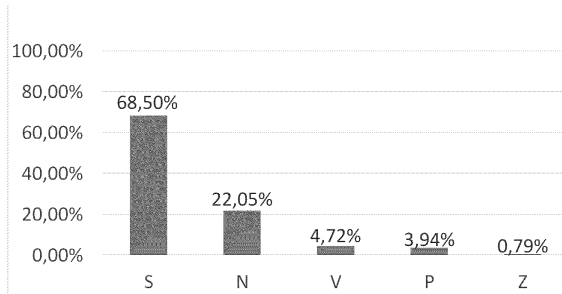


Obr. 4: Útvary na určenie osi súmernosti

Výskumný súbor tvorilo 127 študentov dennej a externej formy štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky v školskom roku 2016/2017 a 2017/2018. Je zarážajúce, že až 40 študentov (31,5 %) nedokázalo správne určiť os súmernosti. Riešenie druhej úlohy celkom správne zvládlo tiež len 87 študentov (68,5 % v grafe S). Je zaujímavé, že to neboli tí istí študenti. Schopnosť určiť osi súmernosti neznamená automaticky aj schopnosť nakresliť osovo súmerný obrázok, len 65 študentov (51,1 %) malo úplne správne vyriešené obe úlohy.

Bližšie sme identifikovali chyby, ktoré robili pri riešení druhej úlohy. Zaujímalo nás, či sú rovnaké, ako robili žiaci. U študentov sme identifikovali tieto chyby – nedodržanie vzdialenosti útvarov od osi (v grafe V), nedodržanie zrkadlového obrazu útvaru (v grafe N), aplikácia posunutia (v grafe P). Úplne nesprávne (v grafe Z) mal úlohu riešenú len jeden študent a ten nebol schopný

ani určiť osi súmernosti v prvej úlohe. Percentuálne rozloženie je znázornené v grafe 1.



Graf 1: Úspešnosť riešenia druhej úlohy

5. Záver

Náš experiment ukázal, že predpoklad učiteľov primárneho stupňa o dobrých znalostiach symetrií u žiakov je nesprávny. Už na primárnom stupni je pre žiakov dôležitá znalosť osovej súmernosti aspoň na propedeutickej úrovni, veď do zrkadla sa pozerá každý. Ukázalo sa, že žiaci dobre nerozlišujú osovú súmernosť a posunutie. Väčšina úloh, ktoré žiaci riešia na štvorcovom papieri, je zadaná tak, že útvary sú symetrické, takže nezáleží na otočení útvaru. Ukázalo sa to pri zobrazovaní trojuholníka, mnohí ho zabudli „zrkadlovo“ otočiť.

Dokonca aj študenti učiteľstva pre predprimárne a primárne vzdelávanie mali problémy určiť os súmernosti rovinného útvaru, ako aj správne zobrazit rovinný útvar v osovej súmernosti. Symetrie sú dôležitou súčasťou kurikula primárneho matematického vzdelávania, a preto je potrebné venovať im pozornosť aj v rámci prípravy budúcich učiteľov pre predprimárne a primárne vzdelávanie.

Osobitnú skupinu úloh predstavujú úlohy s využitím zrkadla, ktoré ako ukazuje experiment, sú pre žiakov primárneho vzdelávania zaujímavé, aj keď pomerne náročné. Pri ich používaní je užitočné využiť zahraničné skúsenosti.

Literatura

- [1] *Inovovaný Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň ZŠ. Matematika*, 2014. Dostupné z: http://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf
- [2] Heckmann, K., Padberg, F. *Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2008.
- [3] Kučerová, R. *Dokresli obrázek č.1*. Dostupné z: <https://dum.rvp.cz/materialy/dokresli-obrazky.html> – Metodický portál, 2010. ISSN 1802-4785.
- [4] Kuřina F. a kol. *Matematika a porozumění světu*. Praha: Akademia, 2009. 333 s. ISBN 978-80-200-1743-7.
- [5] Pochybová, M. *Úroveň geometrického myslenia žiaka 1. ročníka základnej školy*. Diplomová práca. Ružomberok: PF KU, 2018.
- [6] Scholtzová, I. (ed.) *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí*. Prešov: PdF PU, 2016. 388 s. ISBN 978-80-555-1204-4.
- [7] *Štátny vzdelávací program pre predprimárne vzdelávanie v materských školách*, 2016. Dostupné z: http://www.statpedu.sk/files/articles/nove_dokumenty/statny-vzdelavaci-program/svp_materske_skoly_2016-17780_27322_1-10a0_6jul2016.pdf
- [8] Vašutová, A. Symetria v primárnom matematickom vzdelávaní. In Uhlířová, M. (ed.) *EME 2016 Proceedings. Primární matematické vzdělávání v souvislostech. 21.ročník vědecké konference s mezinárodní účastí Elementary Mathematics Education*. Olomouc: UP v Olomouci, 2016, s. 238-242. ISBN 978-80-905281-3-0.
- [9] Žilková, K. Manipulácie na tému súmernosť. In *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis*. Série C, roč. 14, Trnava: PdF TU, 2010, s. 3–9. ISBN 978-80-8082-432-7.

Abstract

Symmetries support the development of mathematical concepts in the fields of orientation, recognition and basic properties of geometrical shapes, which makes them an important subject in pre-primary education. Children often complete drawings to form axial symmetry. This kind of assignment is also used in testing school preparedness at primary school enrollment. We found out, that during primary education, pupils are seldom given this type of assignment.

We prepared a set of tasks focused on completing a symmetrical drawing and a game based on finding the axis of the axial symmetry for pupils of the fourth grade. The tasks turned out not to be trivial for the children, they made mistakes. We subjected future kindergarten and primary teachers to the same tasks. Here, we present the outcomes of this experiment.

Ján Gunčaga

Katedra didaktiky prírodovedných predmetov v primárnom vzdelávaní

Pedagogická fakulta

Univerzita Komenského v Bratislave

Šoltésovej 4

813 34 Bratislava, Slovensko

e-mail: guncaga@fedu.uniba.sk

Janka Kopáčová

Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky

Pedagogická fakulta

Katolíckej Univerzity v Ružomberku

Hrabovská 1

034 01 Ružomberok, Slovensko

e-mail: jana.kopacova@ku.sk