Daniel Tyr

Generátory lineárních rovnic pro základní školu v prostředí Mathematica 10®

Učitel matematiky, Vol. 24 (2016), No. 4, 205–222

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/149405`

GENERÁTORY LINEÁRNÍCH ROVNIC PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLU V PROSTŘEDÍ *Mathematica* 10®

Daniel Tyr

V tomto textu se zaměříme na vytváření obecných nástrojů, které budou generovat jednoduché algebraické lineární rovnice nejrozmanitějších tvarů. Tyto obecné nástroje (generátory lineárních rovnic) mohou posloužit učiteli matematiky při vytváření písemných prací, domácích úkolů či vlastní přípravy na vyučovací hodinu. Princip generování zadání založíme na operacích s náhodnými celými čísly.

Abychom popsali důvod, proč se podrobněji zabývat touto problematikou, pro názornost nejprve popíšeme, co problémem není. Například není problém s pomocí matematického (nebo i jiného) softwaru vygenerovat náhodná čísla (pro jednoduchost uvažujme celá čísla) a, b, c, d, e, f, g, h a poté sestavit rovnici $ax + b + cx + d = ex + f + gx + h$, kterou předložíme žákovi k řešení. Přirozeně lze očekávat, že kořen x (pokud existuje) takové rovnice může vyjít i neceločíselný. Jsme-li v situaci, v níž lineární rovnice jsou pro žáky novým učivem (zpravidla v 8. ročníku), je vhodné zpočátku žákům zadávat rovnice s celočíselnými koeficienty mající celočíselné kořeny (pokud kořeny existují).

Proto v tomto textu popíšeme myšlenkové postupy, které je možno využít při vytváření generátoru daného typu rovnice s podmínkou, aby vždy vygenerovaná rovnice měla celočíselné koeficienty a celočíselný kořen. Strategie výše uvedená (tj. vygenerovat nejprve koeficienty rovnice a posléze najít kořen) zřejmě není vhodná. Proto budeme postupovat tak, že celočíselný kořen si předem zvolíme (zadáme jej) a poté sestavíme obecný postup, jehož použitím zajistíme, aby koeficienty rovnice byly celočíselné.

To znamená, že některé z nich vygenerujeme a některé dopočítáme. Myšlenkové postupy, které v tomto textu uvedeme, lze implementovat např. v prostředí matematického softwaru *Mathematica* 10®, který byl vyvinut firmou *Wolfram Research, Inc.*

1. Generátor rovnice $ax + b + cx + d = ex + f + gx + h$

1.1. Generátor rovnice s jedním řešením

Mějme vytvořit generátor rovnice

$$ax + b + cx + d = ex + f + gx + h, \tag{1.1}$$

kde x je neznámá a koeficienty a, b, c, d, e, f, g, h jsou nenulová celá čísla. Ekvivalentní úpravou rovnice (1.1) dostaneme

$$x(a + c - e - g) = f + h - b - d. \tag{1.2}$$

Za předpokladu, že

$$a + c \neq e + g, \tag{1.3}$$

nalézáme kořen rovnice (1.1), kterým je

$$x = \frac{f + h - b - d}{a + c - e - g}. \tag{1.4}$$

Mějme za úkol poskytnout uživateli generátoru možnost předem kořen rovnice (1.1) zadat a následně tuto rovnici s takovým kořenem vygenerovat. Využijeme skutečnosti, že hodnota zlomku se nezmění, jestliže čitatele i jmenovatele zlomku vynásobíme stejným nenulovým číslem y. Dostaneme:

$$x = \frac{f + h - b - d}{a + c - e - g} = \frac{xy}{y}. \tag{1.5}$$

Označme

$$y = a + c - e - g, \tag{1.6}$$

$$xy = f + h - b - d. \tag{1.7}$$

Z rovnosti (1.7) ještě můžeme vyjádřit číslo d:

$$d = f + h - b - xy. \tag{1.8}$$

Nyní je vše připraveno k tomu, abychom mohli vytvořit posloupnost početních operací, které je potřeba vykonat, aby rovnice (1.1) mající kořen (1.4) byla vygenerována. Taková posloupnost může být následující:

1. Zvolíme kořen x.
2. Generujeme celá čísla a, c, $e \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$[1].
3. Vypočítáme číslo $g = a + c - e + 1$. Poznamenejme, že číslo 1 jsme k výrazu $a + c - e$ přičetli proto, abychom splnili podmínku (1.3). Samozřejmě místo čísla 1 jsme mohli volit i jiné nenulové číslo.
4. Vypočítáme číslo $y = a + c - e - g$.
5. Generujeme celá čísla f, h, $b \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$.
6. Vypočítáme číslo $d = f + h - b - xy$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (1.1) mající kořen (1.3) vygenerovány a jsou celočíselné.

Dodejme, že při generování může nastat situace, v níž aspoň jeden koeficient rovnice (1.1) bude roven nule. Tyto situace eliminujeme zavedením následující podmínky:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \neq 0 \tag{1.9}$$

Pokud po daném generování podmínka (1.9) splněna není, generujeme znovu. Výsledkem tohoto opětovného generování může být např. rovnice $13x + 4 - 2x - 27 = 11x - 13 + x - 11$.

1.2. Generátor rovnice s nekonečným počtem řešení

Nyní vytvoříme generátor, který bude sloužit v situaci, v níž budeme klást požadavek, aby rovnice (1.1) měla nekonečně mnoho

[1] Poznámka: Krajní body intervalů jsme mohli volit i jiné (s výjimkou nuly). Mohli jsme místo čísel -15, -1, 1 a 15 volit např. $-10\,000$, -1, 1 a $10\,000$. V tom případě by ovšem řešitel rovnice (žák) musel pracovat s vysokými čísly.

řešení, tj. aby řešením bylo libovolné $x \in \mathbb{R}$. Připomeňme, že generujeme rovnici, která má tvar $ax + b + cx + d = ex + f + gx + h$. Snadno nahlédneme, že taková rovnice má nekonečně mnoho řešení, právě když platí tato formule:

$$(a + c = e + g) \ \wedge \ (b + d = f + h) \tag{1.10}$$

V tom případě posloupnost početních operací, které bude potřeba provést, aby rovnice (1.1) mající libovolný reálný kořen byla vygenerována, může být následující:

1. Generujeme celá čísla a, c, $e \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $g = a + c - e$.
3. Generujeme celá čísla f, h, $b \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$.
4. Vypočítáme číslo $d = f + h - b$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (1.1) mající nekonečně mnoho řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

1.3. Generátor rovnice nemající řešení

Nyní se zaměříme na situaci, v níž budeme klást požadavek, aby rovnice (1.1) neměla řešení, a opět připomeňme, že generujeme rovnici, která má tvar $ax + b + cx + d = ex + f + gx + h$. Odtud je vidět, že tato rovnice nemá řešení, je-li platná následující formule:

$$(a + c = e + g) \ \wedge \ (b + d \neq f + h) \tag{1.11}$$

Posloupnost operací použitá při generování rovnice (1.1) může být následující:

1. Generujeme celá čísla a, c, $e \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $g = a + c - e$.
3. Generujeme celá čísla f, h, $b \in \langle -15, -1\rangle \cup \langle 1, 15\rangle$.
4. Vypočítáme číslo $d = f + h - b + 1$. Zde poznamenejme, že číslo 1 jsme k výrazu $f + h - b$ přičetli proto, abychom splnili podmínku (1.11). Samozřejmě jsme mohli místo čísla 1 volit i jiné nenulové číslo.

Nyní jsou koeficienty rovnice (1.1) nemající žádné řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

Implementace těchto situací v prostředí *Mathematica* 10® může mít podobu jako na obr. 1.

Obr. 1

Ovládání tohoto nástroje je jednoduché – zadáme do políčka kořen a klikneme na tlačítko „Generovat zadání!“, rovnici mající nekonečně mnoho řešení či rovnici nemající žádné řešení vygenerujeme kliknutím na příslušná tlačítka.

2. Generátor rovnice $ax + b = cx + d$

2.1. Generátor rovnice s jedním řešením

Mějme za úkol vytvořit generátor rovnice

$$ax + b = cx + d, \tag{2.1}$$

kde x je neznámá a koeficienty a, b, c, d jsou nenulová celá čísla. Je zřejmé, že konstrukce generátoru rovnice (2.1) bude mnohem jednodušší než konstrukce generátoru popsaného v předchozím odstavci tohoto textu. Rovnice (2.1) má za předpokladu, že

$$a \neq c, \tag{2.2}$$

kořen

$$x = \frac{d-b}{a-c}. \tag{2.3}$$

Připomeňme, že hodnota zlomku se nezmění, vynásobíme-li jeho čitatele i jmenovatele stejným nenulovým číslem. Lze tedy psát:

$$x = \frac{d-b}{a-c} = \frac{xy}{y}. \tag{2.4}$$

Označme

$$y = a - c, \tag{2.5}$$

$$xy = d - b. \tag{2.6}$$

Posloupnost operací použitá při generování rovnice (2.1) mající kořen (2.3) může být následující:

1. Zvolíme kořen $x \in \mathbb{Z}$ a zvolíme rozdíl celých čísel a, c (neboli číslo y).
2. Generujeme celé číslo $a \in \langle -20, -1 \rangle \cup \langle 1, 20 \rangle$[2].
3. Vypočítáme číslo $c = a - y$.
4. Generujeme celé číslo $b \in \langle -20, -1 \rangle \cup \langle 1, 20 \rangle$.
5. Vypočítáme číslo $d = xy + b$.

Tím je vytvořen generátor rovnice (2.1), která má kořen (2.3).

[2] Poznámka: Obdobně jako v předchozím odstavci jsme zvolili jisté krajní body intervalů. Důležité je ovšem zajistit, aby při vytváření jistého generátoru určitého typu rovnice vygenerované číslo nebylo nulové. To jsme zajistili volbou čísla -1 (krajní bod jednoho intervalu) a volbou čísla 1 (krajní bod druhého intervalu).

2.2. Generátor rovnice s nekonečným počtem řešení

Nyní vytvoříme generátor rovnice (2.1) mající nekonečně mnoho řešení. Snadno nahlédneme, že řešením je libovolné $x \in \mathbb{R}$, právě když platí tato formule:

$$(a = c) \;\wedge\; (b = d) \tag{2.7}$$

Posloupnost operací použitá při generování rovnice (2.1), jejíž koeficienty a, b, c, d splňují podmínku (2.7), může být následující:

1. Generujeme celá čísla a, $b \in \langle -20, -1\rangle \cup \langle 1, 20\rangle$.
2. Položíme $c = a$, položíme $d = b$.

2.3. Generátor rovnice nemající řešení

Pro úplnost ještě sestavíme generátor rovnice (2.1) nemající žádné řešení. Je zřejmé, že tato rovnice nemá řešení, platí-li následující formule:

$$(a = c) \;\wedge\; (b \neq d) \tag{2.8}$$

Posloupnost operací použitá při generování rovnice (2.1) , jejíž koeficienty a, b, c, d splňují podmínku (2.8), může být následující:

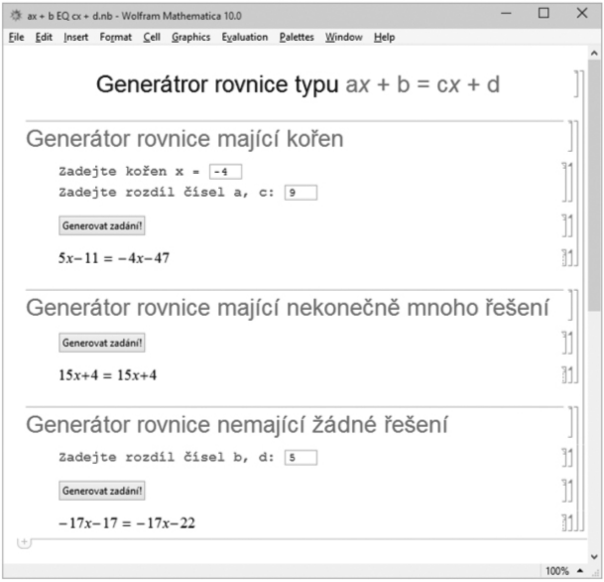
1. Zvolíme nenulové celé číslo y.
2. Generujeme celá čísla a, $b \in \langle -20, -1\rangle \cup \langle 1, 20\rangle$.
3. Položíme $c = a$.
4. Vypočítáme číslo $d = b - y$.

Implementace generátorů rovnice (2.1) může mít v prostředí Mathematica 10® podobu z obr. 2.

Závěrem tohoto odstavce dodejme, že při generování může nastat situace, v níž aspoň jeden koeficient rovnice (2.1) bude roven nule. Tyto situace eliminujeme zavedením následující podmínky:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \neq 0 \tag{2.9}$$

Není-li tato podmínka splněna, generujeme znovu.



Obr. 2

3. Generátor rovnice $a(bx + c) = ex + f$

Při vytváření generátorů dalších typů rovnic budeme postupovat analogicky jako v předchozích dvou odstavcích.

3.1. Generátor rovnice s jedním řešením

Připomeňme naši strategii: chceme generovat takové rovnice, jejichž kořeny a koeficienty jsou celočíselné. Vhodným postupem se ukazuje být ten, v němž před generováním rovnice kořen zadáme a jeho hodnotu posléze používáme k dopočítání některých koeficientů dané rovnice. Vytvořme tedy generátor rovnice

$$a(bx + c) + d = ex + f, \tag{3.1}$$

kde x je neznámá a koeficienty a, b, c, d, e, f jsou nenulová celá čísla. Uveďme, že rovnici (3.1) je možno zapsat ve tvaru

$$abx + ac + d = ex + f, \tag{3.2}$$

který zde uvádíme pro názornost, neboť odtud jsou zřejmé podmínky, které musí být splněny, aby rovnice (3.1) kořen neměla, či měla řešením libovolné $x \in \mathbb{R}$. Ovšem nyní se zaměřme na situaci, v níž kořen této rovnice existuje. Je jím

$$x = \frac{f - d - ac}{ab - e}, \tag{3.3}$$

za předpokladu, že

$$ab \neq e. \tag{3.4}$$

Položme

$$x = \frac{f - d - ac}{ab - e} = \frac{xy}{y}. \tag{3.5}$$

Dále položme

$$y = ab - e, \tag{3.6}$$

$$xy = f - d - ac. \tag{3.7}$$

Sestavme posloupnost kroků, kterými je možno vygenerovat rovnici (3.1) mající kořen (3.2):

1. Zvolíme kořen $x \in \mathbb{Z}$.
2. Generujeme celá čísla a, b, c, $d \in \langle -10, -1\rangle \cup \langle 1, 10\rangle$.
3. Vypočítáme číslo $e = ab + 1$. Poznamenejme, že přičtením nenulového čísla (v tomto případě jsme volili číslo 1) jsme splnili podmínku.
4. Vypočítáme číslo $y = ab - e$.
5. Vypočítáme číslo $f = xy + d + ac$.

3.2. Generátor rovnice s nekonečným počtem řešení

Platí-li formule

$$(ab = e) \ \wedge \ (ac + d = f), \tag{3.8}$$

řešením rovnice (3.1) je libovolné $x \in \mathbb{R}$. Vygenerování takové rovnice může být zajištěno postupným provedením těchto kroků:

1. Generujeme celá čísla a, b, c, $d \in \langle -10, -1\rangle \cup \langle 1, 10\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $e = ab$.
3. Vypočítáme číslo $f = ac + d$.

3.3. Generátor rovnice nemající řešení

Pokud by platila formule

$$(ab = e) \ \wedge \ (ac + d \neq f), \tag{3.9}$$

rovnice (3.1) nemá řešení. Vygenerování takové rovnice současně se splněním požadavku neexistence jejího řešení může být zajištěno provedením kroků následující posloupnosti početních operací:

1. Generujeme celá čísla patřící do $\langle -10, -1\rangle \cup \langle 1, 10\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $e = ab$.
3. Vypočítáme číslo $e = ac + d + 1$. Přičtení nenulového čísla (zde 1) k výrazu $ac + d$ zajistí platnost formule (3.9).

Závěrem tohoto odstavce dodejme, že při generování může nastat situace, v níž aspoň jeden koeficient rovnice (3.1) bude roven nule. Tyto situace eliminujeme zavedením následující podmínky:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \neq 0 \tag{3.10}$$

Není-li tato podmínka splněna, generujeme znovu.

Implementace generátorů rovnice (3.1) může mít v prostředí *Mathematica* 10® podobu z obr. 3.

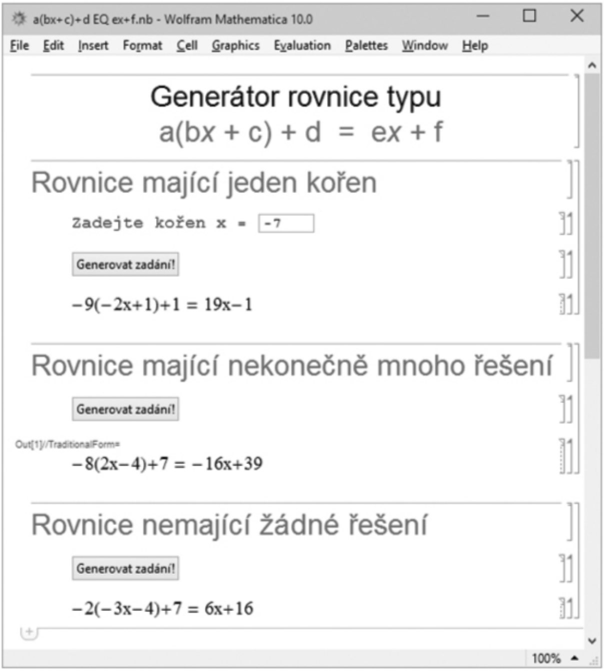
4. Generátor rovnice $a(bx + c) + d = e + f(gx + h)$

4.1. Generátor rovnice s jedním řešením

Vytvořme generátor rovnice

$$a(bx + c) + d = e + f(gx + h), \tag{4.1}$$

kde x je neznámá a koeficienty a, b, c, d, e, f jsou nenulová celá čísla.



Obr. 3

Uveďme, že rovnici (4.1) je možno zapsat ve tvaru

$$abx + ac + d = e + fgx + fh, \tag{4.2}$$

který zde uvádíme pro názornost, neboť odtud jsou zřejmé podmínky, které musí být splněny, aby rovnice (4.1) kořen neměla, či měla řešením libovolné $x \in \mathbb{R}$. Ovšem nyní se zaměřme na situaci, v níž kořen této rovnice existuje a je jediný. Je jím

$$x = \frac{e + fh - ac - d}{ab - fg} \tag{4.3}$$

za předpokladu, že

$$ab \neq fg. \tag{4.4}$$

Položme
$$x = \frac{e + fh - ac - d}{ab - fg} = \frac{xy}{y}. \tag{4.5}$$
Dále položme
$$y = ab - fg, \tag{4.6}$$
$$xy = e + fh - ac - d. \tag{4.7}$$
Sestavme posloupnost kroků, kterými je možno vygenerovat rovnici (4.1) mající kořen (4.3):

1. Zadáme kořen x.
2. Generujeme celá čísla a, c, d, $h \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
3. Generujeme celé číslo $f \in \langle -5, -2\rangle \cup \langle 2, 5\rangle$. Záměrně jsme zvolili čísla -2 a 2 krajními body intervalů. Tím jsme vyloučili možnost, že náhodně vygenerované f by mohlo nabývat hodnoty -1 nebo 1. Důvodem, proč vyloučit z výběru čísla -1 a 1 je skutečnost, že číslo g, které posléze vypočítáme, by nemuselo vyjít celé. Ovšem chceme zajistit, aby všechny koeficienty rovnice (4.1) byly celočíselné. Dokončeme myšlenku uvedením dalších kroků:
4. Generujeme pomocné celé číslo $m \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
5. Vypočítáme číslo $b = fm$.
6. Vypočítáme číslo $g = \frac{ab}{f} + 1$. Poznamenejme, že na tomto místě by číslo g bylo možno zavést jakožto podíl $\frac{ab}{f}$. Ovšem je nutno respektovat podmínku (4.4), má-li rovnice (4.1) mít kořen (4.3), proto jsme k podílu $\frac{ab}{f}$ přičetli nenulové číslo (volili jsme číslo 1).
7. Vypočítáme číslo $y = ab - fg$.
8. Vypočítáme číslo $e = xy - fh + d + ac$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (4.1) mající kořen (4.3) vygenerovány a jsou celočíselné.

4.2. Generátor rovnice s nekonečným počtem řešení

Uvažujme situaci, v níž řešením rovnice (4.1) je libovolné $x \in \mathbb{R}$. Taková situace zřejmě nastává, právě když platí formule:
$$(ab = fg) \ \wedge \ (ac + d = e + fh) \tag{4.8}$$

Proveďme postupně kroky následující posloupnosti početních operací:

1. Generujeme celé číslo $a \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
2. Generujeme celé číslo $f \in \langle -5, -2 \rangle \cup \langle 2, 5 \rangle$.
3. Generujeme pomocné celé číslo $n \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
4. Vypočítáme číslo $b = fn$.
5. Vypočítáme číslo $g = \frac{ab}{f}$.
6. Generujeme celá čísla c, h, $e \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
7. Vypočítáme číslo $d = e + fh - ac$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (4.1) mající nekonečně mnoho řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

4.3. Generátor rovnice nemající řešení

Pro úplnost ještě uveďme, že rovnice (4.1) nemá řešení, pokud platí tato formule:

$$(ab = fg) \ \wedge \ (ac + d \neq e + fh) \tag{4.9}$$

Proveďme postupně kroky následující posloupnosti početních operací:

1. Generujeme celé číslo $a \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
2. Generujeme celé číslo $f \in \langle -5, -2 \rangle \cup \langle 2, 5 \rangle$.
3. Generujeme pomocné celé číslo $p \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
4. Vypočítáme číslo $b = fp$.
5. Vypočítáme číslo $g = \frac{ab}{f}$.
6. Generujeme celá čísla c, h, $e \in \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.
7. Vypočítáme číslo $d = e + fh - ac + 1$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (4.1) nemající žádné řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

Závěrem opět připomeňme, že vždy při generování rovnice (4.1) může nastat situace, v níž aspoň jeden z koeficientů a, b, c, d, e, f je roven nule. Tyto situace eliminujeme zavedením následující podmínky:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h \neq 0 \tag{4.10}$$

Není-li tato podmínka splněna, generujeme znovu.

Implementace generátorů rovnice (4.1) může mít v prostředí *Mathematica* 10® podobu z obr. 4.

Obr. 4

5. 5. Generátor rovnice $a(bx+c)+d+e(fx+g)=hx+i(jx+k)$

5.1. Generátor rovnice s jedním řešením

Vytvořme generátor rovnice

$$a(bx+c)+d+e(fx+g)=hx+i(jx+k), \tag{5.1}$$

kde x je neznámá a koeficienty a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k jsou nenulová celá čísla. Uveďme, že rovnici (5.1) je možno zapsat ve tvaru

$$abx + ac + d + efx + eg = hx + ijx + ik, \tag{5.2}$$

který zde uvádíme pro názornost, neboť odtud jsou zřejmé podmínky, které musí být splněny, aby rovnice (5.1) kořen neměla, či měla řešením libovolné $x \in \mathbb{R}$. Ovšem nyní se zaměřme na situaci, v níž kořen této rovnice existuje a je jediný.

Je jím

$$x = \frac{ik - ac - d - eg}{ab + ef - h - ij} \tag{5.3}$$

za předpokladu, že

$$ab + ef \neq h + ij. \tag{5.4}$$

Položme

$$x = \frac{ik - ac - d - eg}{ab + ef - h - ij} = \frac{xy}{y}. \tag{5.5}$$

Dále položme

$$y = ab + ef - h - ij, \tag{5.6}$$

$$xy = ik - ac - d - eg. \tag{5.7}$$

Sestavme posloupnost kroků, kterými je možno vygenerovat rovnici (5.1) mající kořen (5.3):

1. Zadáme kořen $x \in \mathbb{Z}$.
2. Generujeme celá čísla a, b, e, f, i, $j \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
3. Vypočítáme číslo $h = ab + ef - ij + 1$. Číslo 1 jsme přičetli k mnohočlenu $ab + ef - ij$ proto, aby byla splněna podmínka (5.4).
4. Vypočítáme číslo $y = ab + ef - h - ij$.
5. Generujeme celá čísla k, c, $g \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
6. Vypočítáme číslo $d = ik - ac - eg - xy$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (5.1) mající kořen (5.3) vygenerovány a jsou celočíselné.

5.2. Generátor rovnice s nekonečným počtem řešení

Uvažujme situaci, v níž řešením rovnice (5.1) je libovolné $x \in \mathbb{R}$. Taková situace zřejmě nastává, právě když platí formule:

$$(ab + ef = h + ij) \ \wedge \ (ac + d + eg = ik) \tag{5.8}$$

Proveďme postupně kroky následující posloupnosti početních operací:

1. Generujeme celá čísla a, b, e, f, i, $j \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $h = ab + ef - ij$.
3. Generujeme celá čísla k, c, $g \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
4. Vypočítáme číslo $d = ik - ac - eg$.

Nyní jsou koeficienty rovnice (5.1) mající nekonečně mnoho řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

5.3. Generátor rovnice nemající řešení

Pro úplnost ještě uveďme, že rovnice (5.1) nemá řešení, pokud platí tato formule:

$$(ab + ef = h + ij) \ \wedge \ (ac + d + eg \neq k) \tag{5.9}$$

Proveďme postupně kroky následující posloupnosti početních operací:

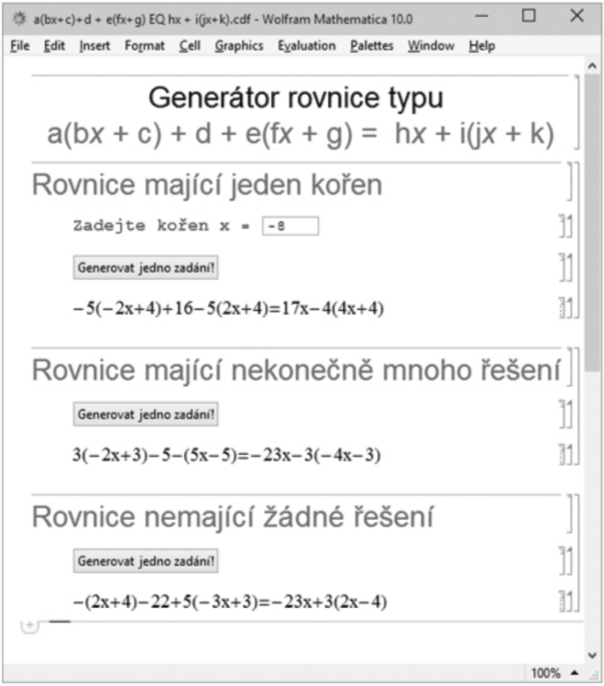
1. Generujeme celá čísla a, b, e, f, i, $j \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
2. Vypočítáme číslo $h = ab + ef - ij$.
3. Generujeme celá čísla k, c, $g \in \langle -5, -1\rangle \cup \langle 1, 5\rangle$.
4. Vypočítáme číslo $d = ik - ac - eg + 1$. Číslo 1 jsme přičetli k mnohočlenu $ik - ac - eg$, aby byla splněna podmínka (5.9).

Nyní jsou koeficienty rovnice (5.1) nemající žádné řešení vygenerovány a jsou celočíselné.

Závěrem opět připomeňme, že vždy při generování rovnice (5.1) může nastat situace, v níž aspoň jeden z koeficientů a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k je roven nule. Tyto situace eliminujeme zavedením následující podmínky:

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h \cdot i \cdot j \cdot k \cdot \neq 0 \tag{5.10}$$

Není-li tato podmínka splněna, generujeme znovu. Implementace generátorů rovnice (5.1) může mít v prostředí *Mathematica* 10® podobu z obr. 5.



Obr. 5

Závěr

Výhodou implementace výše uvedených generátorů v prostředí *Mathematica* 10® je možnost celou práci uložit ve formátu CDF. Tento formát je spustitelný v aplikaci *Wolfram CDF Player*, kterou je možno zdarma stáhnout z `https://www.wolfram.com/cdf-player/`, navíc ji i zdarma používat. Jiná implementace vytvořených matematických postupů se může uskutečnit např. v prostředí MS Excel, což mohou ocenit zkušenější uživatelé, např. učitelé informatiky.

Abstract

The article focuses on the creation of general tools that will easily generate algebraic equations of several forms. These general tools (i.e., generators of linear equations) may be useful to mathematics teachers for preparing examinations, homework or lesson plans. The principle of generating tasks is based on operations with random integers. The article explains a procedure for creating a generator of linear equations which have integer coefficients and roots. We proceed with a given integer root to create general process to make sure that the coefficients of the equation are integer. That means that some of them are necessary to generate and some of them are calculated. The processes mentioned in this text can be implemented, for example, in software *Mathematica 10* ®, developed by *Wolfram Research, Inc.*, company.

Daniel Tyr
Základní škola Dukelských hrdinů
Moskevská 1117/25
306 01 Karlovy Vary
e-mail: dan258@centrum.cz