František Kuřina

Laťkový plot jako inspirace

Učitel matematiky, Vol. 20 (2012), No. 2, 89–96

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/149538

LAŤKOVÝ PLOT JAKO INSPIRACE

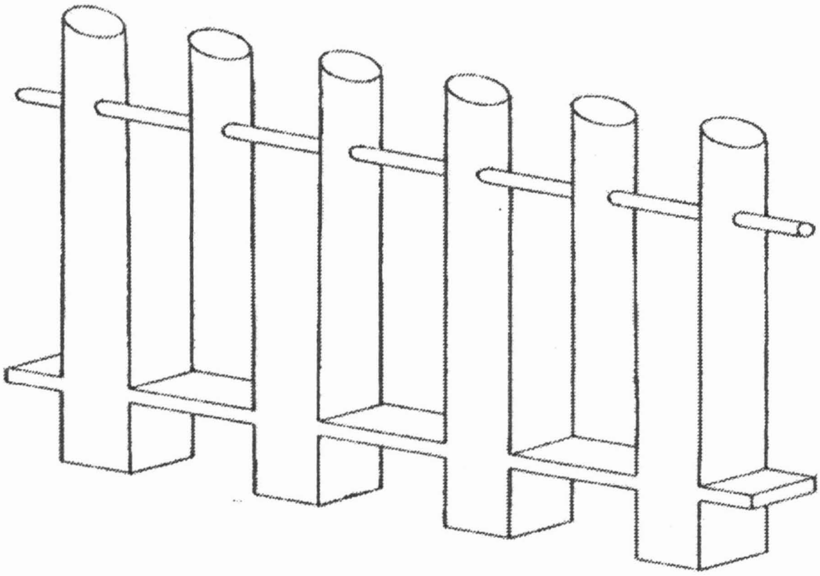
František Kuřina

Na konferenci *Jak vyučovat matematiku ve věku 10–14 let*, která se konala v říjnu 2011 v Litomyšli, jsem přednesl příspěvek *Elementární matematika a kultura*, o němž jsem napsal článek do příslušného sborníku. V referátu jsem se snažil ukázat, že prvky matematického myšlení si osvojuje dítě od počátku svého života, že matematika souvisí nejen s vědou a technikou, což si snad uvědomuje každý, ale i s uměním (výtvarným, hudebním, literárním) a s realitou života.

Snad nejdůležitějším prvkem kultury, která má matematický charakter, je numerace, počítání předmětů. Počítání je spjato s rytmem vnímání např. kuliček na počítadle (v duchu tradiční didaktiky), kroků při chůzi (v duchu didaktiky Milana Hejného), slov v říkance jedna, dvě, tři, ..., ale např. i tyček v laťkovém plotě. Schopnost dítěte tyto souvislosti plnohodnotně prožívat je předpokladem matematického vzdělávání. Vidět v různém jedno ilustruje půvabně americký spisovatel ruského původu Vladimír Nabokov, když líčí, jak jeho dětský hrdina vzpomíná: *Tikání hodin, podobné příčně pruhované pásce krejčovského metru, nekonečně odměřovalo mé bezesné noci* ([4], s. 23). Na jiném místě píše Nabokov: *Básně se mají číst, nejen po slovech, ale i po skulinách mezi nimi.*

V tomto příspěvku chci ukázat, jak tak všední jev, jakým je laťkový plot, může uchopit matematik (Milan Hejný), básník (Christian Morgenstern), vědec (Miroslav Holub) i kreslíř.

Začněme obrázkem 1.



Obr. 1

Kolik je na nakresleném plotě tyček?

Odpověď záleží „na úhlu pohledu". Rozpory vznikají proto, že obrázek není nakreslen korektně: mezera přechází v tyčku, tyčka v plochu. Obrázek je fikcí vytvořenou pro pobavení. Je zajímavé, že Morgensternův architekt staví dokonce z mezer celé domy, jak ukážeme dále.

Problematiku laťkového plotu uvedl do matematiky prvního stupně základní školy Milan Hejný. Dosti podrobně o tom píše v publikaci [1]. Připomeňme si jeho postup citací z odstavce Objev myšlenky *V plotě, který má n latěk je* $(n-1)$ *mezer* ([1], s. 35).

Bořek (3. ročník) je velice bystrý hoch se sklonem ke spekulování a s výbornou představivostí. V průběhu ledna a února se ve třídě řešily tři série úloh, které zde uvádíme v obecné formulaci:

Ú1 *Kolik mezer je v laťkovém plotě, který se skládá z několika latěk?*

Ú2 *Kolik řezů musíme udělat, abychom rozřezali tyč na několik částí?*

Ú3 *Kolikrát nastane půlnoc v průběhu několika po sobě jdoucích dnů?*

Neurčité slovo „několik“ bylo samozřejmě nahrazeno konkrétními čísly. Nejprve menšími, později většími. Jako první řešili žáci sérii úloh **Ú1**. Bořek a po něm i někteří další žáci již velice brzy objevili, že mezer je o 1 méně než latěk. Někteří žáci museli vyřešit ještě další úlohy ze série **Ú1**, aby i oni uvedenou zákonitost objevili.

Na další hodině byla úloha řešena pro větší čísla (9, 12, 13, . . .). Tyto případy žákům sloužily k prověření hypotézy. Nakonec byla úloha řešena pro veliká čísla jako 153. Zde již žáci odpovídali ihned 152. Vždy řekli číslo o jednu menší než to, co řekla učitelka. Nic nekreslili a nezkoumali. Měli obecný návod a byli přesvědčeni o jeho správnosti.

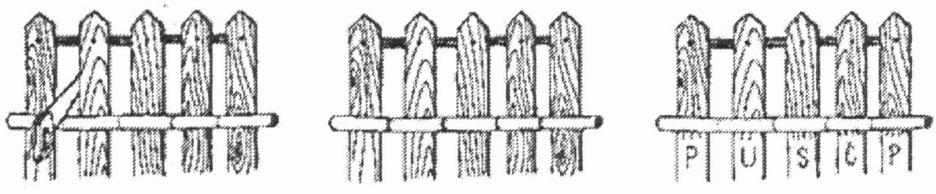
Podobně s odstupem dvou týdnů řešili sérii úloh **Ú2** a po dalších dvou týdnech i sérii úloh **Ú3**. Čas potřebný na řešení konkrétních úloh a na objev zákonitosti se příliš nezkracoval. Byl to pokaždé Bořek, kdo jako první objevil, že těch mezer/řezů/půlnocí je o 1 méně než těch latěk/částí/dní.

Východiskem objevitelského procesu byla série numericky gradovaných úloh. Žáci zjistili, že mezi dvěma laťkami je jedna mezera, mezi třemi laťkami jsou dvě mezery atd. Tyto dílčí znalosti tvoří *separované modely příští znalosti* a ukazují na jistou obecnou zákonitost. Bořek ji objevil již po dvou třech zkušenostech, jiní potřebují vyřešit více dílčích úloh.

Situace s malými čísly vedly k objevu hypotézy, větší čísla sloužila k jejímu prověření a velká čísla použila učitelka, aby si ověřila, že o správnosti nového objevu jsou žáci skutečně přesvědčeni.

Na takto jednoduchém materiálu se dále Hejnému podařilo dovést žáky prvního stupně k „objevu podobnosti úloh“, k oné Poincarého charakteristice matematiky. To je patrně důležitější výsledek než objev souvislosti počtu tyček a počtu mezer. Citujme opět autora.

Asi týden po vyřešení třetí série úloh udělala učitelka rekapitulaci všech tří výsledků a zeptala se žáků, zda je to náhoda, že u všech tří úloh je odpověď „o 1 méně“. Bořek ihned řekl, že to není náhoda, že všechny ty úlohy jsou vlastně stejné. Učitelka se zeptala, zda je to všem jasné. Bohumila přiznala, že ona neví, že je to stejné. Několik žáků se k Bohumile přidalo. Učitelka se zeptala Bořka, zda jim to umí vysvětlit. Bořek něco říkal, ale moc mu rozumět nebylo.



Obr. 2 a), b), c)

Po čase diskuse pokračuje:

Bořek 1 (ukazuje na obr. 2a): Zde je plot. Má jeden, dva, tři, čtyři – má čtyři mezery. Zde je ta tyč. Vezmu pilku a mezi laťkami tyč rozřežu (*řezání naznačil pohybem a v levém vytečkovaném místě udělal čárku jako řez*). Pak rozřežu zde, potom tady, tady a nakonec zde. (*Pokaždé Bořek do obrázku naznačil další řez čárkou, výsledný obrázek na obr. 2b.*)

U1: Pět latěk (*chce doplnit, co hoch zapomněl říct*).

Bořek 2 (skočí učitelce do řeči): Pět latěk ... Latěk je pět, mezery jsou čtyři. Řezali jsme taky čtyřikrát. Čtyři řezy. Pět je těch kusů. Latěk je pět, tyč je rozřezána také na pět kusů.

U2 (*ke třídě a pak přímo k Bohumile*): Rozumíte, jak to Bořek vysvětluje? Je to jasné? Bohumilo, je ti to už jasné? (*Dva nebo tři žáci říkají, že je to jasné.*)

Bohumila 1 (*nejistě*): Trochu už ano, ale trochu ne.

U3: Možná se to vyjasní, když nám Bořek ukáže, jak je to s úlohou o půlnocích.

Bořek 3: Bude to pět dnů. Tedy jako pondělí, úterý, středa, čtvrtek a pátek (dny počítá na prstech). To jsou jako ty laťky plotu.

U4 (*radí hochovi*): Přímo na ty laťky napiš písmena dnů, jak jsme si to říkali.

Bořek 4 Tady je pondělí (*Bořek píše na obr. 2b, na první laťku plotu písmeno P*), úterý (*na druhou laťku píše U*) , středa, čtvrtek a pátek (*pokaždé dopíše na další laťku plotu dané písmeno; obrázek má teď tvar obr. 2c*). Laťky jsou jako ty dny. Tady je jako pondělí, tady jako úterý a ta mezera je jako ta noc, jako půlnoc. Ty mezery jsou jako noci, tedy půlnoci. Ty jsou jen čtyři.

Bohumila 2 (*radostně*): Už je mi to jasné. Už tomu rozumím.
U5: No výborně, výborně! Vidíš, Boříku, že dokážeš dobře vysvětlovat. Bohumile jsi to vysvětlil.

Bruno, žák 5. ročníku, vymyslel úlohy:

Ú4 Na provázku jsou střídavě navlečeny červené a modré kuličky. Obě krajní jsou modré a všech modrých je 153. Kolik je červených?

Ú5 Na tělocvičné akademii stálo v řadě 27 hochů. Pak přiběhla děvčata tak, že se mezi každé dva chlapce postavilo jedno děvče. Ale na obou krajích stáli hoši. Kolik bylo děvčat?

Ú6 V plotě je 100 sloupků. Vzdálenost sousedních sloupků je vždy 1 m. Jak dlouhý je plot?

Souvislost počtu tyček a počtu mezer můžeme vyjádřit vzorcem

$$a_n = a_1 + (n - d) \cdot d$$

(k n-té tyčce a_n dojdeme od první tyčky a_1 po $(n - 1)$ děrách), tedy vzorcem pro n-tý člen aritmetické posloupnosti.

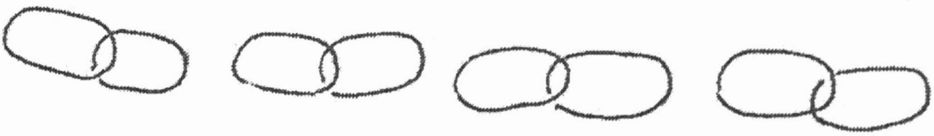
Pro zpestření tématiky můžeme řešit s žáky např. následující úlohy:

Ú7 *Náramek se skládá z 21 korálků. Kolik je mezer mezi nimi?*

Žáci by měli objevit, že pravidlo „o 1 méně" zde neplatí.

Další možnosti pro úlohy tohoto typu skýtají např. ozubená kola, okvětní lístky na kopretině, plot kolem kruhového záhonu,. . . .

Ú8 [2] *Na obr. 3 jsou čtyři části řetězu, které se mají spojit do jednoho kusu. K připojení článku řetězu k dalšímu článku se musí udělat dva úkony: rozetnout článek a svařit článek. Kolik úkonů stačí udělat?*



Obr. 3

Výsledek 6 není správný.

Pro *Christiana Morgensterna* byl laťkový plot inspirací k básni, kterou zde uvedeme v originále a dvou českých překladech.

Der Lattenzaun

Es war eimal ein Lattenzaun,
mit Zwischenraum, hinderchzuschaun.

Ein Architekt, der dieses sah,
stand eines Abends plötzlich da -

und nahm den Zwischenraum heraus
und baute draus ein groes Haus.

Der Zaun indessen stand ganz dumm,
mit Latten ohne was herum.

Ein Anblick grälich und gemein
Drum zog ihn der Senat auch ein.

Der Architekt jedoch entfloh
Nach Afri-od-Ameriko.

Emanuel Frynta:

Plaňkový plot

Žil byl plot z planěk, byl ho kus,
měl škvíry na koukání skrz.

A jeden architekt ho zhlíd,
a pěkně v noci, když byl klid,

vyrval ty škvíry k základům
a vybudoval si z nich dům.

Plot zůstal trčet ubožák,
s plaňkami naholo, jen tak.

Pro tento nestydatý vzhled
dal senát ten plot pokácet

A architekt, ta bestie,
upláchl do Am-strálie.

Josef Hiršal:

Tyčkový plot

Byl jeden plot, stál opuštěn,
skrz tyčky bylo vidět ven.

Architekt, který odhad měl,
když v podvečer tu osaměl,

mezery tyčkám vzal a šel
a velký dům z nich vystavěl.

Plot přitom stál jak hloupý strýc,
kolem tyček už neměl nic.

Prázdným vzhledem se sprostý zdál,
proto jej senát zrušit dal.

Architekt, tomu bylo hej,
plách v Es Es Er či Jú Es Ej.

Stěží lze odhadnout, zda podnětem k napsání básně byl pro Morgensterna prázdný prostor mezi tyčkami nebo nesoulad mezi počtem tyček a počtem mezer. V publikaci *Morgenstern v Čechách* 1996 je na s. 62–65 uvedeno šest různých překladů jeho básně do češtiny.

Plot byl inspirací i pro našeho básníka a vědce *Miroslava Holuba*. Z jeho sbírky *Naopak* zde ocitujme verše

Stručná úvaha o plotu

Plot
    nikde nezačíná
    nikde nekončí
a
    odděluje místo, kde to je
    do místa, kde to není.
Bohužel však
    každý plot je relativně
    propustný, ten pro maličké,
    onen pro veliké, takže
plot vlastně
    neodděluje, nýbrž naznačuje,
    že má být odděleno.

    Že prostoupení se tresce
V tom smyslu
    dá se plot
    docela dobře nahradit
zlým slovem, někdy dokonce
    i dobrým slovem, ale na to
    většinou nikdo nepřipadne.
V tom smyslu pak
    je skutečně dokonalým plotem
    onen,
    jenž odděluje nic od ničeho,
místo, kde není nic,
    od místa, kde je totéž.
To je absolutní plot podobný
    slovu básníka.

Holuba zaujala tedy nejen prostupnost plotu, vyslovuje se básnicky i k jeho funkci.

Poezie a umělecký překlad, tedy příklady, které jsme uvedli, jsou částí kultury. Často se ovšem můžeme setkat s „překladem“, který nemá s kulturou nic společného. Kdo by poznal ve formulaci: *Obsah pravoúhlého trojúhelníku není nikdy čtverec* (Guedj 2000, s. 327) větu: *Neexistuje pythagorejský trojúhelník, jehož obsah je čtvercem přirozeného čísla*?

Vrcholem diletantismu jsou někdy překlady návodů. Odstrašujícím příkladem je český návod ke skládání Rubikovy kostky: „Hračka se vyvíjí logickým myšlením a tvárlivou vidinou dětí i dospělých. Současné přendání více stran je těžká úloha a nemůže být řešena jen podle poznání zákonitosti. ... Tímto poznané zákonitosti provádějte řešením ...“ ([3], s. 89).

Když už jsme u tohoto jazykového folkloru, připomeňme jeden překlad českého jadrného hesla *Potmě je každá kráva černá* do „vědečtiny“. *V případě absolutní absence elektromagnetického vlnění v určité části spektra jeví se všechny samice rodu Bas jako toto vlnění pohlcující* viz [3]).

Zdroje

[1] Bečvář J., Dlab V., Babylonský výpočet čísla $\sqrt{2}$, *Učitel matematiky* **19**(2010/11), 66–71.

[2] Hejný, M., Kuřina, F., *Dítě, škola a matematika*, Portál, Praha, 2009

[3] Kordemskij, B., A., *Matematické prostocviky*,

[4] Radina, O., *Paměti opotřebovaného pedagoga*, Karmelitánské nakladatelství Kostelní Vydří, 2006

[5] Nabokov, V., *Dar*, Paseka, Praha, 2007

[6] *Morgenstern v Čechách*, Vida vida, Praha, 1996

[7] Guedj, D., *Papouškův teorém*, Ikar, Praha, 2000

[8] Holub, M., *Naopak*, MF, Praha, 1982

Prof. RNDr. František Kuřina, CSc.
Katedra matematiky
Přírodovědecká fakulty Univerzity Hradec Králové
Rokitanského 62, 500 03 Hradec Králové 3
e-mail: frantisek.kurina@uhk.cz