Arne Vrbský
Turbodidaktika 2

Učitel matematiky, Vol. 12 (2004), No. 4, 251–256

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150756

TURBODIDAKTIKA 2

Doc. Arne Vrbský
Zemědělská akademie, Grünfeld, SRN[2]

Cílem článku, který navazuje na moji práci [1], je ukázat některé geometrické aplikace *Kvadratické věty*, dále jen KV, a užití turbodidaktiky, dále jen TDi, při řešení lineárních rovnic. I když je to málo pravděpodobné, může se stát, že některý čtenář KV nezná. Pro jistotu proto uvádím KV ještě jednou.

Kvadratická věta.

$$\forall x \in R \colon x^2 = x \cdot x$$

Geometrické interpretace KV:

a) **Obsah čtverce.**

Položíme-li v KV $x^2 = S, x = a$ dostáváme ihned

$$S = a \cdot a. \tag{1}$$

V dobře vedené třídě již v tuto chvíli zaznamenáme u některých žáků jisté vzrušení. TDi označuje tuto „atmosféru očekávání" jako Schülererwartung. Je téměř jisté, že se najde aspoň jeden žák, který v tuto chvíli navrhne použít KV ještě jednou. Skutečně, aplikujeme-li ještě jednou KV, vidíme zřejmý vztah $a \cdot a = a^2$ a konečně můžeme psáti

$$S = a^2. \tag{2}$$

[2] Jak jsme již nejednou uvedli, je doc. Arne Vrbský nápadně podobný vedoucímu redaktorovi dr. Dagovi Hrubému a proto s ním bývá často zaměňován.

Někteří bystří žáci poznají po chvíli, že se jedná o obsah čtverce o straně délky a.
Celý výše uvedený myšlenkový proces má ovšem hlubší souvislosti. Na vztah (1) se můžeme dívat jako na *preformu* nebo také *latentní* formu vztahu (2). Učitel by měl znát příčiny tohoto kreativního zdvihu od formy (1) k formě (2). Zde se TDi střetává s psychologií učení, což je v souladu s moderním pojetím didaktiky matematiky. Není snad třeba zdůrazňovat, že bez znalosti psychologických procesů nelze v didaktice matematiky zaujímat fundovaná stanoviska.

b) **Obsah obdélníku.**

Podobně jako výše, položíme-li v KV $x^2 = S, x = a, x = b$ dostáváme ihned

$$S = a \cdot b. \tag{3}$$

V tomto případě není již nutné použít KV ještě jednou, protože se zde nejedná o umocňování, ale o prosté násobení. Bez dalšího vysvětlování je možné ihned psáti

$$S = ab. \tag{4}$$

Někteří bystří žáci poznají po chvíli, že se jedná o obsah obdélníku o stranách délek a, b. K substituci $x = a, x = b$ bych rád poznamenal, že se může ve třídě objevit žák, který bude mít následujícíc dotaz: "Proč je jednou $x = a$ a po druhé $x = b$?" Naštěstí v posledních letech takových zvídavých žáků ubývá a podobné dotazy prakticky nehrozí. Důležitý je výsledek, kterým je vztah (4), který umožňuje vypočítat obsah obdélníku. Není tak důležité, jakými metodami, jakými cestami jsme ke vztahu (4) dospěli.

Nyní přistupuji k hlavnímu tématu tohoto článku, kterým bude ukázka netradičního postupu při řešení lineárních rovnic. Řekněme si hned v úvodu, že pojem „netradiční“ je sice hojně používaný, ale v podstatě dohromady nic neříkající. Zasvěcení čtenáři vědí, že v našem případě platí: netradiční = turbodidaktický. Jak tedy turbodidaktika přistupuje k významného celku školské matematiky, kterým jsou lineární rovnice?

Protože článek v časopisu neumožňuje širší záběr, zaměříme se pouze na řešení konkrétních rovnic. Při vší úctě, kterou chovám ke čtenářům tohoto časopisu, zopakuji některé základní pojmy. Lineární rovnicí rozumím výrokovou formu

$$ax + b = 0,\ a \neq 0. \tag{5}$$

Kořenem rovnice (5) pak rozumím číslo $x = -\frac{b}{a}$. Předpokládejme nyní, že výše uvedená teorie lineárních rovnic byla řádně vyložena a máme před sebou první hodinu, ve které budeme již lineární rovnice řešit. Zejména začínajícím učitelům doporučuji, aby si pro první cvičení nepřipravovali příliš mnoho příkladů. Nic se nestane, když počet příkladů nebude větší než jeden. Hlavně, aby byl prostor pro diskusi, popřípadě na řešení problémů, které se objeví v průběhu hodiny a o kterých jsme na začátku hodiny neměli ani potuchy.

Podobně jako tradiční didaktika matematiky, tak také turbodidaktika matematiky uznává fenomén motivace. V turbodidaktice jsou takovým motivačním nástrojem lidové písně. V této souvislosti bych rád poznamenal, že na našem pracovišti na Zemědělské akademii v Grünfeldu se již několik let zabýváme rozborem lidových písní se zemědělskou tématikou. Tento vědecký program, známý odborné veřejnosti pod zkratkou UMMPRTLPSZT (*Užití matematických metod při rozboru textu lidových písní se zemědělskou tématikou)* se stal jedním ze zdrojů turbodidaktiky v matematice. Bližší informace lze nalézt v [2], [3], [4], [5], [6], [7] a [8]. Vraťme se však k našemu tématu.

Na začátku hodiny začneme před žáky zpívat píseň „Šly panenky silnicí“. Po slovech „potkali je myslivci“ píseň přerušíme a položíme otázku týkající se kardinality množiny (počtu) myslivců. Lze předpokládat, že většina žáků píseň nezná a proto budou odpovídat „nevím“. V matematice značíme slovo „nevím“ písmenem x. Počet myslivců je tedy x a vzhledem ke slovesu „potkali“ může psáti $x \geq 2$.

To je velmi nepříjemné, protože nerovnice jsme dosud neprobírali. Trapnou pauzu řešíme opět zpěvem s tím, že tentokrát budeme zpívat až po slova „potkali je myslivci, myslivci dva". Nyní už dostáváme rovnici

$$x = 2, \tag{6}$$

kterou budeme s žáky řešit. Zpočátku to bude obtížné, protože rovnice (6) se dost odlišuje od rovnie (5), kterou žáci řešit umí, resp. znají její kořen $x = -\frac{b}{a}$. V naší rovnici není nejen a, b, ale dokonce tam není ani ta nula. Lze proto očekávat, že jeden z prvních dotazů bude: „Kde je nula?". To nás nijak nepřekvapí a provedeme následující úpravy

$$x + (-2) = 2 + (-2) \tag{7}$$
$$x - 2 = 0$$

Zkušený učitel ví, že nyní bude následovat dotaz: „Kde je a?" Po tomto dotazu vynásobíme obě strany rovnice (7) číslem a

$$ax - 2a = 0 \tag{8}$$

Zde se už jedná o zrychlený postup, kdy jsme na pravé straně rovnice (7) místo $0 \cdot a$ napsali ihned 0. Logickým vyústěním této fáze bude zřejmý dotaz „Kde je b?", který nebudeme nijak komentovat a budeme hned psáti

$$ax - 2a + b = b \tag{9}$$

Také v tomto případě se jedná o zrychlený postup, kdy místo $b+0$ napíšeme ihned b. Čtenář jistě chápe, že časopis má omezený počet stran a proto nelze provádět zápis všech kroků.

Vraťme se však k rovnici (9). Tato rovnice představuje první kritický bod naší hodiny. Zmizela nám totiž nula, což je velmi, velmi nepříjemné. V tuto chvíli rozhoduje pečlivá domácí příprava. Už není čas na otázku „Kde je nula?" To by nás vrátilo až k rovnici (7), a to si nemůžeme dovolit. Nyní již nastává druhá fáze, fáze, kdy turbodidaktika dominuje. Bez průtahů a rázně zapíšeme:

$$ax - 2a + b - b = b - b, \tag{10}$$
$$ax - 2a = b - b,$$
$$ax = 2a + b - b.$$

Nyní nastane vrcholný okamžik naší hodiny. Po vydělení číslem a se konečně objevuje na pravé straně kořen $-\frac{b}{a}$

$$x = \frac{2a+b}{a} - \frac{b}{a} \tag{11}$$

Je to velký, vítězný pocit, který je nám odměnou za předcházející tvrdou práci. Na závěr nám zůstává již drobná rutinní činnost. Všichni naši žáci již kořen na pravé straně vidí. Je zřejmé, že vše, co je na pravé straně rovnice (11) navíc, tam nepatří, a tudíž se musí rovnat nule. Následující podmínku odhadne i slabší žák:

$$\frac{2a+b}{a} = 0. \tag{12}$$

Odtud snadno dostáváme $2a + b = 0$ a tedy $b = -2a$. Po dosazení do $x = -\frac{b}{a}$ ihned máme $x = -\frac{-2a}{a} = 2$. Rovnice je vyřešena.

Co říci na závěr. Nerad bych se dotknul kolegů didaktiků matematiky, sám jsem dlouhá léta jako didaktik matematiky pracoval a vím, jak je obtížné opouštět vyježděné koleje. Žijeme však v jiné době, změnili se naši žáci, musíme se změnit i my. Přechod od didaktiky matematiky k turbodidaktice matematiky je sice zpočátku složitý, ale po vyřešení několika příkladů výše uvedeného typu jste TDi uchváceni. Není mi znám případ, že by někdo odešel od turbodidaktiky k didaktice, cesta zpět zřejmě nevede. Buď se stanete „turbo" nebo skončíte na psychiatrii. Tam můžete ovšem skončit i jako didaktici. Rád bych zdůraznil, že TDi má velmi úzký vztah k hudbě, kterou využívá jako silného motivačního náboje. Pokud toho zpočátku moc „turbo" nevypočítáte, aspoň si pěkně zazpíváte.

Literatura

[1] Vrbský, A., Turbodidaktika 1, *Učitel matematiky* **2**(2004), 121-128.

[2] Vrbský, A., Skákal pes přes oves, *Kleeblatt* **1**(1992), 1-64.

[3] Vrbský, A., Kočka leze dírou, pes oknem, *Kleeblatt* **2**(1993), 1-64.

[4] Vrbský, A., Běží liška k Táboru, *Kleeblatt* **3**(1994), 1-64.

[5] Vrbský, A., Střelil na lišku, trefil Maryšku, *Kleeblatt* **4**(1995), 1-64.

[6] Vrbský, A., Kolo, kolo mlýnský, *Kleeblatt* **5**(1996), 1-64.

[7] Vrbský, A., Šly panenky silnicí, *Kleeblatt* **6**(1997), 1-64.

[8] Vrbský, A., Skákal pes přes oves, *Kleeblatt* **1**(1992), 1-64.

[9] Vrbský, A., Já do lesa nepojedu, *Kleeblatt* **7**(1998), 1-64.