

Učitel matematiky

Jan Fiala; Vladimíra Petrášková

K významu a aplikacím pojmu šance ve školní výuce pravděpodobnosti

Učitel matematiky, Vol. 32 (2024), No. 3, 140–153

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152660>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2024

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

K VÝZNAMU A APLIKACÍM POJMU ŠANCE VE ŠKOLNÍ VÝUCE PRAVDĚPODOBNOSTI

JAN FIALA, VLADIMÍRA PETRÁŠKOVÁ

Úvod

Výuka pravděpodobnosti zůstává dlouhodobě v České republice v pozadí zájmu učitelů i žáků navzdory zvyšující se potřebě upevňovat toto učivo s ohledem na změny potřeb společnosti, jak na to upozorňuje například MacGillivray (2022). Předpovědi o šancích se objevují ve školních stochastických pokusech, v běžné komunikaci, speciálně například ve sportu, kurzovém sázení či v lékařství.

Ve výukových, populárně naučných i odborných publikacích (například Horenský et al., 2015; Płocki & Tlustý, 2007) se pojmy „pravděpodobnost“ a „šance“ používají převážně jako synonyma ve smyslu „naděje“ nebo „kvantitativní míry našeho očekávání“, že nastane náhodný jev. V hovorové řeči jsou otázky „Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne šestka?“ a „Jaké jsou šance, že při hodu kostkou padne šestka?“ významově totožné a odpověď bude těž, tedy $\frac{1}{6}$.

Oba pojmy – šance a pravděpodobnost – mohou však být užívány i s odlišným významem. Například v sázkové kanceláři se můžeme dozvědět, že šance na výhru AC Sparta nad SK Slavia je 1,3 : 1. Mluví se o šancích, ale nejde přímo o pravděpodobnosti. Proto se v otázkách „Jaké jsou šance vybraného koně na výhru v dostihu?“ a „Jaká je pravděpodobnost, že vybraný kůň vyhraje dostih?“ ptáme na něco jiného a tedy i číselně vyjádřené odpovědi se budou lišit. Významovou odlišnost obou pojmů podtrhuje fakt, že šance nelze (až na jednu výjimku viz kapitola 1.1., totiž šance 1 : 1, viz obr. 1) znázornit na tzv. pravděpodobnostní škále, jak je to možné u každé hodnoty pravděpodobnosti.

Cílem článku je především seznámit čtenáře s tím, co jsou v matematice „šance“, jak se vypočítají, jak se odlišují od hodnoty pravděpodobnosti, jaký je mezi nimi vztah a představit několik úloh z pravděpodobnosti, které jsou vhodné do výuky matematiky na 2. stupni ZŠ v ČR.

1. Pravděpodobnost a šance

Nejdříve připomeneme Laplaceovu definici pravděpodobnosti, která se využívá při definování (zavádění) pojmu pravděpodobnosti náhodného jevu na základních a středních školách a měla by být vyvrcholením dlouhodobého cyklického procesu utváření pravděpodobnostních představ žáků a rozvoje jejich kombinatorického a pravděpodobnostního myšlení.

1.1. Pravděpodobnost náhodného jevu

Pravděpodobnost $\Pr(A)$ jevu A v náhodném pokusu s konečnou množinou Ω všech elementárních výsledků ω_i , které jsou všechny stejně možné, je rovna podílu počtu $m(A)$ výsledků ω_i příznivých jevu A a počtu n všech možných výsledků pokusu

$$\Pr(A) = \frac{m(A)}{n}. \quad (1)$$

Poznámka. I když je potřeba v Laplaceově definici podle vzorce (1) označit kvantitativní spojení „stejně možné“ výsledky náhodného pokusu za značně vágní, jde právě v souvislosti s pojmem „šance“ o didakticky osvědčený předstupen chápání pojmu pravděpodobnost náhodného jevu. Totiž mají-li výsledky na nastání stejné šance, mají také stejné pravděpodobnosti.

1.2. Šance a jejich vlastnosti

Pod pojmem „šance“¹ (označíme O), že nastane náhodný jev A se rozumí podíl pravděpodobnosti náhodného jevu A a pravděpo-

¹Původně vulgární latinský výraz *cadentia* znamenal padnutí hracích koster od *cadere* s významem padnout a přešel do francouzštiny v podobě *chance* (příležitost) a němčiny jako *Chance*. Dnes se používá v angličtině jako *odds*.

dobnosti jevu opačného k A (tedy $P(\bar{A})$):

$$O(A) = \frac{\Pr(A)}{1 - \Pr(A)} = \frac{\Pr(A)}{\Pr(\bar{A})}. \quad (2)$$

S ohledem na vzorec (2) lze tedy říci, že šance jsou poměrem pravděpodobností dvou navzájem opačných jevů. Vzorec (2) lze přepsat do tvaru

$$O(A) = \frac{m(A)}{n - m(A)} = \frac{m(A)}{m(\bar{A})}, \quad (3)$$

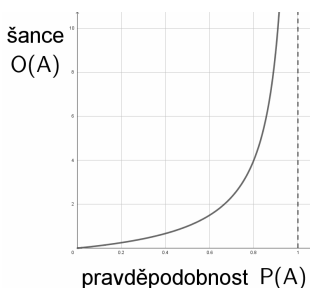
kde $m(A)$ je počet příznivých výsledků sledovanému jevu A , $m(\bar{A})$ je počet výsledků příznivých jevu opačnému k A a n je počet všech výsledků náhodného pokusu. Hodnotou šancí na nastání jevu A nazveme číslo, které je výsledkem dělení počtu výsledků příznivých jevu A a počtu výsledků nepříznivých jevu A .

Z podstatných vlastností šancí je především potřeba zmínit, že na rozdíl od hodnoty pravděpodobnosti mohou šance na nastání náhodného jevu nabýt s ohledem na vztah (3) hodnoty větší než 1. To je zásadní poznatek, který může být pro žáky z počátku těžko pochopitelný. Pochybnosti žáků by měl učitel rozptýlit společným řešením úloh, ve kterých si žáci vypočítají jak hodnotu pravděpodobnosti, tak i hodnotu šancí. Nejen že se žáci sami přesvědčí o tom, jakou hodnotu mohou šance nabývat, ale uvědomí si zásadní významový rozdíl pojmů pravděpodobnost a šance. Zatímco můžeme říct, že pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne číslo 6, je $\frac{1}{6}$, nebo také že je tato pravděpodobnost 16, $\bar{6}$ %, nelze říct, že šance, že při hodu kostkou padne číslo 6, jsou 16, $\bar{6}$ %. Správná formulace by tedy s ohledem na (3) byla, že šance na padnutí šestky při hodu kostkou jsou $\frac{1}{5} = 0,2$.

Šance mohou být vyčísleny jako libovolné nezáporné reálné číslo a zapsány jako zlomek, desetinné číslo, periodické číslo či jako poměr. Právě poměr je nejvhodnější (také nejběžnější) forma číselného vyjádření šancí na nastání náhodného jevu, neboť žákovi poskytuje jasnou informaci o tom, kolik výsledků je příznivých a kolik nepříznivých sledovanému náhodnému jevu. Například pro náhodný jev padnutí čísla 6 při hodu kostkou jsou šance

1 : 5, čteno jedna ku pěti. Bude-li tedy například pravděpodobnost $\Pr(B)$ nějakého náhodného jevu B rovna $\frac{7}{9}$, budou šance na nastání jevu B rovny hodnotě zlomku $\frac{7}{2} = 3,5$ neboli 7 : 2. Nebo bude-li například pravděpodobnost narození chlapce 0,514, budou šance pro narození chlapce vůči dívce rovny poměru 0,514 : 0,486, který lze lépe zapsat přibližně 1,06 : 1. Zápis hodnoty šancí ve tvaru poměru má ještě tu didaktickou výhodu, že se opírá o výchozí situaci náhodného pokusu, čehož se využívá při prvotním seznamování žáků s náhodou. Například šance, že při losování jedné kuličky z osudí s dvěma červenými a třemi modrými kuličkami vylosujeme červenou, jsou 2 : 3.

Vyjádření hodnoty pravděpodobnosti ze známé hodnoty šancí se zjednoduší, je-li součet členů poměru celočíselným dělitelem čísla 100. Jsou-li například šance ohodnoceny poměrem 2 : 3, pak součet členů poměru je 5 a protože $5|100$, lze poměr 2 : 3 rozšířit 20 a upravit do tvaru 40 : 60, z něhož je již patrná hodnota pravděpodobnosti 0,4 pro první člen a 0,6 pro druhý člen, neboť n je v tomto případě 100.

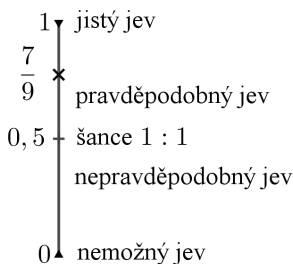


Obr. 1: Graf závislosti hodnoty šancí na hodnotě pravděpodobnosti

Jak je patrné z předchozích odstavců, ke každé hodnotě pravděpodobnosti lze přiřadit hodnotu šancí a obráceně. Z šancí o hodnotě například 10 : 1 na nastání jevu A vyplývá, že nastání jevu A je 10krát pravděpodobnější, než že nenastane neboli $\Pr(A) = 10 \cdot \Pr(\bar{A})$. To lze zobecnit: Je-li $O(A) = k : 1$, pak je $\Pr(A) = k \cdot \Pr(\bar{A})$. Závislost hodnoty šancí $O(A)$ na hodnotě pravděpodobnosti $\Pr(A)$ náhodného jevu A vyjadřuje vztah (2), který

je předpisem lineární lomené funkce proměnné $\Pr(A)$ na intervalu $\langle 0; 1 \rangle$. Jejím grafickým znázorněním je hyperbola s vertikální asymptotou $x = 1$ (viz obr. 1).

Graf na obrázku 1 demonstruje, že čím větší resp. menší je pravděpodobnost náhodného jevu, tím větší resp. menší jsou šance na jeho nastání. Blíží-li se hodnota pravděpodobnosti $\Pr(A)$ číslu 1, blíží se hodnota šancí $O(A)$ nekonečnu. Z toho vyplývá, že šance nelze na rozdíl od pravděpodobnosti znázornit na pravděpodobnostní škále (viz obr. 2). Výjimkou při znázornění šancí na pravděpodobnostní škále jsou šance 1 : 1 nebo 50 : 50, slovně často vyjádřené „fifty-fifty“, které je možné vyznačit do středu pravděpodobnostní škály a odpovídaly by pravděpodobnosti 0,5 (viz obr. 2).



Obr. 2: Pravděpodobnostní škála s vyznačenou pravděpodobností $\frac{7}{9}$ a vyznačenými šancemi 1 : 1 ve středu škály

Jsou-li šance na nastání jevu A stejné jako šance na nastání jevu B , tedy pokud $O(A) = O(B)$, pak jsou si rovny pravděpodobnosti jevů A a B , tedy $\Pr(A) = \Pr(B)$.

Z dosud uvedeného tedy vyplývá, že šance, že nastane náhodný jev, jsou možným číselným vyjádřením míry našeho očekávání, že nastane sledovaný náhodný jev. Šance ve tvaru poměrů mají stejný význam a použití jako poměry, o nichž se žáci učí ve výuce matematiky v rámci tematického celku úměrnosti, například při porovnávání délek dvou úseček, při míchání dvou složek (objemů) nápoje apod. Šance jsou stejně jako poměr vztahem mezi dvěma čísly, z nichž každé vyjadřuje určitý počet stejně velkých dílů celku (tj. součet hodnot členů poměru).

1.2.1. Rozšiřování a krácení šancí

Šance rozšiřujeme a krátíme podle stejných pravidel jako číselné poměry (viz např. Herman et al., 1997, s. 14):

a) rozšiřování číslem $k \neq 0$:

$$m(A) : m(\overline{A}) = [m(A) \cdot k] : [m(\overline{A}) \cdot k],$$

$$\text{např. } 5 : 7 = (5 \cdot 4) : (7 \cdot 4) = 20 : 28,$$

b) krácení číslem $k \neq 0$:

$$m(A) : m(\overline{A}) = [m(A) : k] : [m(\overline{A}) : k],$$

$$\text{např. } 30 : 70 = (30 : 10) : (70 : 10) = 3 : 7.$$

Rozšiřování poměrů se využije tehdy, pokud je potřeba převést poměr s racionálními členy na poměr se členy, kterými jsou přirozená čísla. Rozšiřování obou členů poměru týmž vhodným násobkem (pokud je to možné) lze využít také k snadnému získání téhož poměru s takovými hodnotami, z nichž lze přímo vyčíst příslušnou pravděpodobnost náhodného jevu a pravděpodobnost jevu k němu opačného (viz kapitola 1.2.).

Naopak krácení šancí si klade za cíl nalézt jejich co nejjednodušší tvar, což nastane tehdy, budou-li oba členy poměru čísla nesoudělná. Pak říkáme, že poměr resp. šance jsou v základním tvaru.

1.2.2. Porovnávání dvou šancí

V úlohách i praxi se často setkáváme s tím, že je potřeba se rozhodnout pro některý z možných náhodných jevů podle toho, zda nám přinese zisk či bude pro nás rizikem. V takovém případě je potřeba porovnat šance na úspěch v obou (nebo více) situacích. Porovnávání šancí může představovat pro žáky značně obtížný úkol, aniž by poměry převáděli na zlomky, které již žáci porovnávat umí z výuky matematiky.

Vyděme ze známých vztahů pro ekvivalentní úpravy poměrů. Šance (ve tvaru poměru) jsou si rovny (nezmění se), jestliže členy

poměru, tj. počty příznivých výsledků sledovanému jevu i počty nepříznivých výsledků, vynásobíme nebo vydělíme týmž nenulovým číslem (viz kapitola 1.2.1.). Při porovnávání dvou šancí mohou nastat tyto případy (podle Sill & Kurtzmann, 2019, s. 232–233):

- a) Je-li počet příznivých a nepříznivých výsledků sledovanému jevu stejný, pak jsou šance vždy $1 : 1$, šance jsou vyrovnané. Příklad: $4 : 4 = 13 : 13 = 1 : 1$.
- b) Je-li počet nepříznivých výsledků sledovanému jevu v obou šancích stejný, pak jsou větší šance v případě, u kterého je více příznivých výsledků. Příklad: $5 : 2 > 3 : 2$.
- c) Je-li počet příznivých výsledků stejný, pak jsou větší šance v případě, u kterého je méně nepříznivých výsledků sledovanému jevu. Příklad: $5 : 2 > 5 : 3$.
- d) V jednom případě je počet příznivých výsledků větší než počet nepříznivých a v druhém případě to platí obráceně. Pak jsou šance pro první případ větší. Příklad: $5 : 3 > 4 : 7$.
- e) V obou případech je počet příznivých výsledků větší než počet nepříznivých výsledků resp. obráceně. Pak lze určit nejmenší společný násobek počtů nepříznivých výsledků a obě šance vyjádřit jako násobky tohoto nejmenšího společného násobku. Příklad: $5 : 3$ a $7 : 4$. Nejmenší společný násobek počtu nepříznivých možností je 12. Protože $5 : 3 = 20 : 12$ a $7 : 4 = 35 : 20$, je $5 : 3 < 7 : 4$.

2. Šance a pravděpodobnosti v úlohách

Následující soubor obsahuje 12 typizovaných úloh s řešením, které jsou zaměřené na výpočet hodnot šancí a pravděpodobnosti a na porozumění rozdílů v jejich významu. Úlohy jsou svou náročností vhodné do výuky matematiky na 2. stupni ZŠ.

Úloha 1. Určete šance, že při náhodném výběru jednoho žáka z vaší třídy bude vybrána dívka.

Řešení. Hodnota šancí se odvíjí od počtu dívek a chlapců ve třídě. Bude-li ve třídě například 16 chlapců a 14 dívek, budou šance na náhodný výběr dívky $14 : 16$, po zjednodušení $7 : 8 \doteq 1 : 1,14$.

Úloha 2. Šance náhodného výběru chlapce z jedné třídy s maximálně 35 žáky jsou $3 : 5$. Kolik je dívek a kolik chlapců ve třídě, ve které je celkem 32 žáků?

Řešení. Ve třídě je 12 chlapců a 20 dívek.

Úloha 3. Ve školních třídách základních škol jsou podle zjištění statistiků zastoupeny dívky a chlapci v průměrném poměru $9 : 8$. Předpokládejme, že v náhodně vybrané třídě je celkem 34 žáků. Jaká je pravděpodobnost, že v této třídě náhodně vybereme dívku, resp. chlapce?

Řešení. Poměr $9 : 8$ představuje šance dívek a chlapců, že budou náhodně vybráni. Ve vybrané třídě tedy očekáváme 18 dívek a 16 chlapců. Pravděpodobnost, že náhodně vybereme dívku, je $\frac{18}{34} \doteq 0,529$, a pravděpodobnost, že náhodně vybereme chlapce, je $\frac{16}{34} \doteq 0,471$.

Úloha 4. Kolo štěstí je rozděleno do deseti shodných kruhových výsečí, z nichž je šest červených a čtyři zelené. Zelené výseče jsou výherní. Jaké jsou šance na výhru? Jaká je pravděpodobnost výhry?

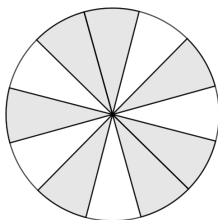
Řešení. Šance na výhru jsou $4 : 6$. Pravděpodobnost, že na kole štěstí vyhrájeme, je $0,4$.

Úloha 5. Navrhněte takové výsečové členění kruhového kola štěstí, aby šance na výhru byly stejné jako šance na prohru.

Řešení. Počet výherních výsečí musí být stejný jako počet nevýherních výsečí. Všechny výseče musí být shodné.

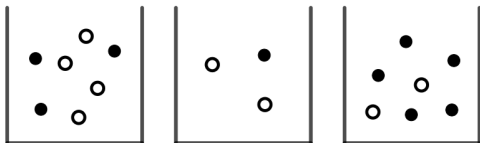
Úloha 6. Rozdělte kolo štěstí na nejmenší možný počet shodných výsečí a vybarvěte výherní výseče zeleně tak, aby šance na výhru na kole štěstí byly $7 : 5$. Jaká je pravděpodobnost výhry?

Řešení. Ze zadání vyplývá, že nejmenší možný počet výsečí musí být 12, tj. $7 + 5$. Jedno z možných řešení, jak kolo štěstí rozdělit shodnými kruhovými výsečemi, aby byly šance na výhru $7 : 5$, ukazuje obrázek 3. Pravděpodobnost výhry na takto členěném kole štěstí je $\frac{7}{12} = 0,58\bar{3}$.



Obr. 3: Kolo štěstí s šancemi na výhru $7 : 5$

Úloha 7. Ve třech osudích jsou bílé a černé kuličky v různém počtu (viz obr. 4). Z každého osudí vylosujeme jednu kuličku. Jestliže vylosujeme bílou kuličku, vyhráváme. Pro které osudí je nejvyšší šance na výhru? S jakými pravděpodobnostmi vylosujeme u jednotlivých osudí bílou kuličku?



Obr. 4: Osudí s různým počtem bílých a červených kuliček

Řešení. Šance na vylosování bílé či černé kuličky jsou (zleva doprava) $4 : 3$, $2 : 1$ a $2 : 5$. Nejvyšší šance na vylosování bílé kuličky jsou u druhého osudí, neboť u osudí vlevo sice také převažují bílé kuličky, ale poměr $4 : 3 \doteq 1,1 : 1$ a to je méně než poměr $2 : 1$ u druhého osudí. Pravděpodobnosti vylosování bílé kuličky jsou (zleva doprava) $\frac{4}{7} \doteq 0,571$, $\frac{2}{3} = 0,5$ a $\frac{2}{7} \doteq 0,286$.

Úloha 8. Petr a Marek hrají hru, ve které náhodně losují jednu kartu z balíčku 32 mariášových karet (čtyři barvy: kule, srdce, káry a kříže, vždy po osmi hodnotách: 7, 8, 9, 10, spodek, svršek, král

a eso). Petr vyhrává, jestliže se vylosuje některá z karet s hodnotou 7, 8, nebo 9 (libovolné barvy). Marek vyhrává, jestliže se vylosuje srdcová karta. Jaké jsou šance a pravděpodobnosti na výhru obou chlapců? Na kterého z chlapců je výhodnější sázet?

Řešení. Šance na výhru Petra jsou $12 : 20 = 3 : 5 = 0,6$ a pravděpodobnost jeho výhry je $\frac{12}{32} = 0,375$, šance na výhru Marka jsou $8 : 24 = 1 : 3 = 0,3$ a pravděpodobnost, že vyhraje, je $\frac{8}{32} = 0,25$. Šance na výhru i hodnoty pravděpodobností ukazují na to, že je výhodnější sázet na Petra.

Úloha 9. Šance na výhru ve fotbalovém zápase mezi AC Sparta a SK Slavia stanovil bookmaker v sázkové kanceláři na 4 : 1. Jaké jsou pravděpodobnosti výhry každého z týmů?

Řešení. Kurz 4 : 1 znamená, že na jednu výhru SK Slavia očekáváme čtyři výhry AC Sparta neboli že vítězství klubu AC Sparta je čtyřikrát pravděpodobnější než vítězství SK Slavia. Pravděpodobnost, že v zápase vyhraje AC Sparta, je $\frac{4}{5} = 0,8$, tj. 80 %, a pravděpodobnost výhry SK Slavia je $\frac{1}{5} = 0,2$, tj. 20 %. Šance 4 : 1 je také možné rozšířením číslem 100 lépe vyjádřit jako poměr 80 : 20, z něhož pak snadno zjistíme hledané hodnoty pravděpodobností.

Úloha 10. Sázkový kurz na výhru AC Sparta nad SK Slavia je 1,35. Jaká je pravděpodobnost výhry každého z klubů? Kolik bude potenciální výhra a kolik zisk sázkaře, který vsadí 1 000 Kč na výhru AC Sparta? (Neuvažujte žádné poplatky za sázkový vklad.)

Řešení. Kurz 1,35 je číselným vyjádřením šancí na výhru každého klubu. Kurz 1,35 postupně upravíme: $1,35 = \frac{135}{100} = 135 : 100 = 27 : 20$, z toho $\Pr(Sp) = \frac{27}{47} \doteq 0,574$ a $\Pr(Sl) = \frac{20}{47} \doteq 0,426$, kde Sp je náhodný jev, že vyhraje AC Sparta, a Sl je náhodný jev, že vyhraje SK Slavia. Poměr 1,35 znamená 1,35 : 1, tj. při výhře AC Sparta získá sázkař 1 350 Kč a zisk bude 350 Kč.

Úloha 11. Dostihový kůň Gira se zúčastnil 24 dostihů a vyhrál 18krát. Dostihový kůň Tara běžel ve 21 dostizích a vyhrál 15krát.

Náročnost všech dostihů je srovnatelná. Na kterého z koní je výhodnější sázet? Jako bookmaker stanovte kurz na vítězství těchto koní.

Řešení. Odhadem očekávané (teoretické) pravděpodobnosti výhry koně Gira je zjištěná relativní četnost $\frac{18}{24} \doteq 0,75$ a odhadem pravděpodobnosti výhry koně Tara je zjištěná relativní četnost $\frac{15}{21} \doteq 0,71$. Na základě dosavadních úspěchů je na vítězství mírně favorizován kůň Gira. Hledaný kurz je s ohledem na dostupná data $\frac{18}{6} : \frac{15}{6} = 3 : 2,5 = 6 : 5 = 1,2 : 1$.

Úloha 12. Představte si, že máme celkem 200 účastníků určité studie, kteří byli rozděleni na dvě skupiny po 100 subjektech. První skupina byla očkována vakcínou proti chřipce a druhá (kontrolní) nebyla očkována. Nyní budeme sledovat, zda účastníci studie onemocněli chřipkou či nikoliv. Získaná data jsme zaznamenali do tabulky 1.

- Určete šanci a pravděpodobnost, že účastník v očkové skupině onemocní.
- Určete šanci a pravděpodobnost, že účastník v neočkové skupině onemocní.
- Stanovte poměr šancí obou skupin (očkování, neočkování), že účastník onemocní.

Tab. 1: Četnosti žáků podle očkování a nemocnosti

	Onemocněli	Neonemocněli	Celkem
Očkování	10	90	100
Neočkování	25	75	100

Řešení. a) Šance, že účastník v očkové skupině onemocní, je $10 : 90 = 1 : 9 \doteq 0,1$, pravděpodobnost onemocnění v očkové skupině je $\frac{10}{100} = 0,1$. b) Šance, že účastník v neočkové skupině onemocní, je $25 : 75 = 1 : 3 = 0,3$, pravděpodobnost onemocnění v očkové skupině je $\frac{25}{100} = 0,25$. c) Výsledný poměr šancí je $(1 : 9) : (1 : 3) = 1 : 3$. To znamená, že účastník studie, který nebyl očkován, má 3krát větší šanci, že onemocní chřipkou, než účastník, který očkován byl.

3. Metodická poznámka

Výzkum v oblasti výuky pravděpodobnosti se zaměřuje především na hledání a upevňování vhodných přístupů k učení se o náhodě a hledání nástrojů na zvýšení zájmu žáků o náhodu a pravděpodobnost (například Milinković, 2015; Nisbet & Williams, 2009).

O pravděpodobnosti se čeští žáci podle stávajících rámcových vzdělávacích programů na rozdíl od svých vrstevníků v mnoha evropských zemích i ve světě učí většinou až na střední škole, a to často jen velmi okrajově. Důsledkem chybějící dlouhodobé ucelené koncepce výuky pravděpodobnosti ve všech stupních vzdělávání v ČR je nízká úroveň znalostí pravděpodobnosti u absolventů středních škol nastupujících na vysoké školy.

Podle zkušeností učitelů a odborných didaktiků (například Krüger et al., 2015; Sill & Kurtzmann, 2019) z mnoha evropských států je možné mluvit o pravděpodobnosti a šancích již na 1. stupni ZŠ. Číselné ohodnocení našeho očekávání, že nastane náhodný jev, lze ekvivalentně vyjádřit pomocí pojmu pravděpodobnost nebo pojmu šance, přičemž každý z nich může být pro některé žáky srozumitelnější a snáze použitelný při řešení úloh. Šance mají navíc zásadní a nezastupitelný význam v prvotních fázích propedeutiky pravděpodobnosti (učení se o náhodě), neboť dávají do souvislosti příznivé a nepříznivé výsledky sledovanému jevu. Najít příznivé a nepříznivé výsledky je pro žáky často snazší, než identifikovat počet všech možných výsledků pro použití Laplaceovy definice pravděpodobnosti. Nácvik vyjádření šancí na nastání náhodného jevu je tak vhodné předradit zavedení pojmu pravděpodobnosti, ovšem pouze v praktické rovině, tedy bez exaktního zavedení. Šance ve tvaru poměru vybízí k jejich zařazení do výuky bezprostředně po probrání učiva o poměrech, což je většinou v 7. ročníku ZŠ nebo ve 2. ročníku osmiletých gymnázií.

Přestože se pojem „šance“ využívá hned při zahájení rozvoje pravděpodobnostního myšlení, doporučují Krüger et al. (2015, s. 96) rozšířit znalosti žáků o vztah mezi pravděpodobností a šancemi až po zavedení pravděpodobnosti pomocí Laplaceovy definice, aby nedocházelo ke zbytečným významovým záměnám. Šan-

ce nacházejí své uplatnění především v podobě poměru pro porovnávání našeho očekávání na výhru v různých náhodných hrách či situacích, jejichž výsledky jsou ovlivněny náhodou.

Závěr

Lze tedy shrnout, že pravděpodobnost i šance slouží k matematickému vyjádření (číselnému ohodnocení) našeho očekávání, že nastane nějaký náhodný jev. Oba pojmy se však v matematickém pojetí jinak definují, vyjadřují něco jiného a mají tedy i jinou hodnotu. Problém nesprávného chápání a užívání pojmu šance, na který jsme zde upozornili, je jen malou součástí široké a didakticky náročné problematiky rozvoje pravděpodobnostního myšlení žáků. Cílem výuky o náhodě by mělo v její počáteční fázi být především odstranění předsudků a mylných konceptů žáků o pravděpodobnosti a náhodě, snížení případného strachu z náhody a rozvoj zájmu a nadšení žáků pro řešení úloh o náhodě. Odlišování významu pojmů pravděpodobnost a šance může těmto cílům významně přispět.

Literatura

- [1] Herman, J., Chrápavá, V., Jačovičová, E., & Šimša, J. (1997). *Matematika. Úměrnosti*. Prometheus.
- [2] Horenský, R., Janů, I., Květoňová, M., Lukšová, H., & Vémolová, R. (2015). *Matematika pro střední školy. 8. díl, Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. Didaktis.
- [3] Krüger, K., Sill, H.-D., & Sikora, Ch. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer.
- [4] MacGillivray, H. (2022). Teaching chance for real. *Teaching Statistics*, 44(2), 45–47. <https://doi.org/10.1111/test.12306>
- [5] Milinković, J. (2015). Intuition about concept of chance in elementary school children. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (1st ed.,

- pp. 722–726). Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, ERME. https://www.academia.edu/109801443/Intuition_about_concept_of_chance_in_elementary_school_children?auto=download
- [6] Nisbet, S., & Williams, A. M. (2009). Improving students' attitudes to chance with games and activities. *The Australian mathematics teacher*, 65(3), 25–37. <https://research-repository.griffith.edu.au/items/3b14739f-d7c4-50a2-ba42-75336349da33>
- [7] Płocki, A., & Thlusty, P. (2007). *Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé*. Prometheus.
- [8] Sill, H.-D., & Kurtzmann, G. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe*. Springer.

Abstract

The article introduces the reader to what „chances“ are in Mathematics, how they are calculated, how they differ from the probability value, what is the relationship between them, and presents several probability problems that are suitable for teaching Mathematics at the 2nd grade of elementary schools in the Czech Republic. In the conclusion, there are methodological notes on the use of „chances“ in teaching.

Jan Fiala

e-mail: fiala@jcu.cz

Vladimíra Petrášková

e-mail: petrasek@pf.jcu.cz

Pedagogická fakulta

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Jeronýmova 10

371 15 České Budějovice