Karel Rauner

Měříme Coriolisovu sílu ve výtahu a v letadle

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 99 (2024), No. 4, 58–62

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/152710`

Měříme Coriolisovu sílu ve výtahu a v letadle

Karel Rauner, Přeštice

Coriolisova síla je ve fyzice Popelkou. Asi největší příčinou toho je, že je to síla setrvačná, která – stejně jako odstředivá síla – má původ nikoli v působení dalšího tělesa, ale v neinercialitě soustavy. Coriolisova síla vzniká při pohybu tělesa v soustavě rotující. V mnoha učebnicích, a to i vysokoškolských, zcela chybí, jinde jsou o ní jen zmínky spolu s jejími důsledky. Nejčastěji se zmiňuje opotřebení kolejnic, vymílání břehů řek a stáčení větrů. Populární je i šarlatánské vypouštění vody z nádoby poblíž rovníku.

Většinou se uvádějí příklady působení Coriolisovy síly při pohybu tělesa poledníkovým směrem. Na internetu jsou časté polemiky o tom, která kolejnice se více opotřebuje a na kterou stranu častěji vykolejí vlaky. I bez znalosti vzorce pro Coriolisovu sílu lze dojít ke správnému závěru jednoduchou úvahou. Pokud jede vlak na severní polokouli na sever, musí snižovat rychlost, kterou má ve směru na východ vlivem rotace Země. Logicky na něj musí působit odpovídající silou pravá kolejnice. Při pohybu ze severu na jih se naopak musí vlak roztáčet na větší rychlost, opět na něj proto silově působí pravá kolejnice. Na jednokolejné trati, kde jezdí vlaky po stejných kolejích stejně často oběma směry, je tedy opotřebení obou kolejnic stejné. Na dvojkolejných tratích, na kterých se jezdí vždy po stejné straně (většinou vpravo, v některých státech však vlevo) se vždy více opotřebuje pravá kolejnice při pohledu ve směru jízdy. Stejnou úvahou dojdeme k tomu, že na jižní polokouli je tomu naopak: více se opotřebuje levá kolejnice.

Mnohem méně se uvádějí důsledky Coriolisovy síly při pohybu rovnoběžkovým směrem. Přitom lze směr působení Coriolisovy síly zjistit opět prostou úvahou. Pohybuje-li se těleso ze západu na východ, jeho rychlost se přičítá k obvodové rychlosti rotace Země a působí na něj větší odstředivá síla. Coriolisova síla bude proto působit nahoru, těleso bude „nadlehčovat“. Při pohybu opačným směrem se bude odstředivá síla snižovat, Coriolisova síla působí dolů.

Zkusíme v několika příkladech Coriolisovu sílu vypočítat a zjistit, zda by se nedala jednoduchým pokusem měřit. V soustavě rovnoměrně rotující úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$ působí na hmotný bod s hmotností m pohybující se v soustavě rychlostí $\vec{v}$ Coriolisova síla

$$\vec{F}_C = -2m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}.$$

Vzhledem k tomu, že u Země má $\vec{\omega}$ směr zemské osy a míří na sever, lze jednoduchou analýzou vektorového součinu potvrdit všechny úvahy provedené v předchozím textu. Protože velikost úhlové rychlosti Země $|\vec{\omega}|$ je

$$|\vec{\omega}| = \frac{2\pi}{86\,164}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = 7{,}292 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}},$$

kde číslo 86 164 je délka hvězdného dne v sekundách (perioda rotace Země), je velikost Coriolisovy síly při malých rychlostech poměrně malá.

Vzhledem k tvaru vektorového součinu je zřejmé, že Coriolisova síla je největší, je-li vektor rychlosti kolmý k vektoru $\vec{\omega}$. To platí jednak při pohybu po rovnoběžce, jednak při pohybu kolmo k zemské ose. Nejjednodušším případem pohybu kolmo k ose je pohyb výtahu na rovníku. Zkusme, jakou možnost bychom měli Coriolisovu sílu (případně zrychlení) měřit v takovém výtahu. Nejrychlejším výtahem v současnosti je rychlovýtah ve výškové budově v Šanghaji. Výtah se v této budově, vysoké 632 metrů, pohybuje rychlostí 73,8 km/h. Velikost Coriolisova zrychlení je

$$a_C = 2\omega v = 2 \cdot 7{,}292 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{73\,800}{3\,600}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \doteq 0{,}003\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Kdybychom tedy chtěli změřit Coriolisovo zrychlení kyvadlem s délkou 1 metru, jeho dolní konec by se vychýlil ze svislého směru o

$$1\,000\ \mathrm{mm} \cdot \frac{0{,}003\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}{9{,}78\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}} \doteq 0{,}3\ \mathrm{mm}.$$

Číslo 9,78 je číselná hodnota tíhového zrychlení v $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ na rovníku. Je tedy zřejmé, že takto Coriolisovo zrychlení změřit nelze.

K dosažení měřitelných hodnot je třeba podstatně zvýšit rychlost. Nalézt soustavu, která se pohybuje kolmo k zemské ose velkou rychlostí, se nám ale nepodaří.[1)] Proto je třeba využít pohybu po rovnoběžce, který

[1)] Startující rakety sice dosahují velké rychlosti, nepohybují se ale ve svislém směru, většinou se stáčí k východu. Navíc rozhodně nelze považovat startující raketu za těleso pohybující se rovnoměrně. I možnosti experimentátora dostat se na takovou raketu jsou velmi omezené.

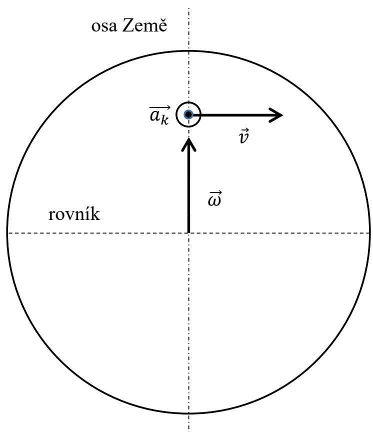
vykonávají letadla při letu ve směru západ–východ a východ–západ. To, že při těchto pohybech se mění tíhové zrychlení, je známo poměrně dlouho. Již koncem devatenáctého století se při výpravách lodí, které měly mapovat tíhové zrychlení v Atlantickém oceánu, zjistilo, že se při pohybu lodí různým směrem tíhové zrychlení mění. To vysvětlil maďarský šlechtic a fyzik Loránd Eötvös. Podle něj je jev také nazván: Eötvösův jev. Příspěvek Coriolisovy síly k tíhovému zrychlení je dán vztahem:

$$a_C = -2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}.$$

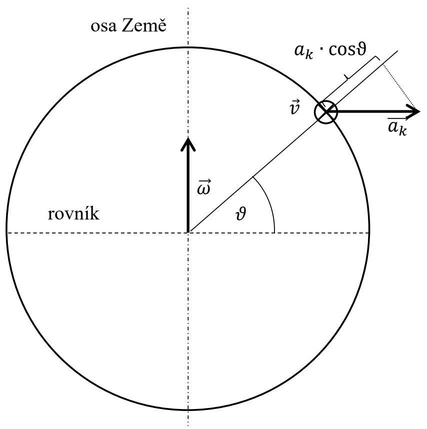
Při pohybu po rovnoběžce je svislá složka tohoto zrychlení

$$a_C = \pm 2\omega v \cdot \cos\vartheta,$$

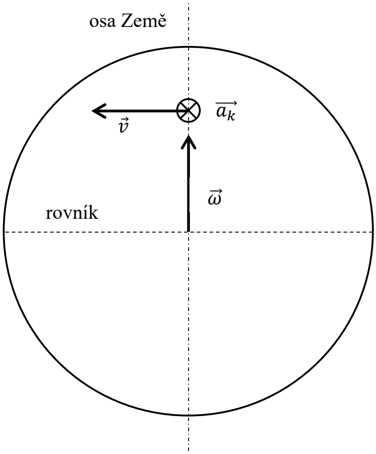
kde úhel ϑ je zeměpisná šířka a v velikost rychlosti ve směru rovnoběžky. Znaménko + znamená, že se toto zrychlení přičítá k tíhovému zrychlení v klidu a platí pro pohyb východ–západ. Znaménko − platí pro pohyb západ–východ a znamená to, že se o tento příspěvek tíhové zrychlení proti klidovému snižuje. Orientace vektorů je naznačena na následujícím obrázku. Na nich značí symbol $\odot$ vektor kolmý k nákresně a mířící z ní ven, symbol $\otimes$ vektor kolmý k nákresně a mířící dovnitř.



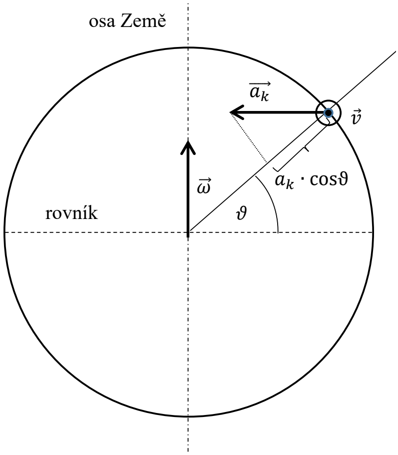
pohyb západ–východ, pohled z poledníkové roviny procházející pohybujícím se bodem



pohyb západ–východ, pohled z poledníkové roviny o 90° západněji



pohyb východ–západ, pohled z poledníkové roviny procházející pohybujícím se bodem



pohyb východ–západ, pohled z poledníkové roviny o 90° západněji

V dosavadních úvahách se nepočítalo s odstředivou silou, která vzniká při vodorovném pohybu i nad nerotující Zemí. Označíme-li velikost rychlosti v poledníkovém směru u, velikost rychlosti ve směru rovnoběžky v a poloměr Země R, je přídavné odstředivé zrychlení, které vždy klidové tíhové zrychlení snižuje.[2)]

$$a_o = \frac{v^2 + u^2}{R}.$$

Celková svislá složka přídavného zrychlení, tvořená Coriolisovým a odstředivým zrychlením bude tedy

$$a_p = \pm 2\omega v \cos\vartheta - \frac{v^2 + u^2}{R}.$$

Vyhodnotíme možnost měření v letadle. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že letadlo letí nad rovníkem ($\vartheta = 0$) rychlostí 1 000 km/h. Pak

$$a_C = \pm 2 \cdot 7{,}292 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{10^6}{3\,600}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \doteq \pm 0{,}040\,5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

[2)] Dosadíme-li za výslednou rychlost 1. kosmickou rychlost: 7,9 km/s, vyjde toto zrychlení 9,78 m/s^2, což je rovno tíhovému zrychlení, těleso by už letělo těsně nad zemí.

Znamená to, že tíhové zrychlení v letadle letícím nad rovníkem stálou rychlostí 1 000 km/h v konstantní výšce bude 9,82 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ při letu na západ, 9,74 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ při letu na východ. Pokud by se v takovém letadle vážil člověk, kterému by váha v klidu na letišti ukázala hmotnost 100 kg, váha by při letu na západ ukázala 100,4 kg, při letu na východ jen 99,6 kg. Je zřejmé, že digitální osobní váhy, které mají rozlišovací schopnost 0,1 kg, by tento rozdíl ukázaly i ve větších zeměpisných šířkách. Zvídavému experimentálnímu fyzikovi lze pak doporučit, aby si do letadla bral osobní váhu. Není ovšem vyloučeno, že svou činnost bude marně vysvětlovat ostatním cestujícím. Pokud bychom počítali ze vztahu pro a_p, budou uvedené údaje při $a_p = (\pm 0{,}040\,5 - 0{,}012\,1)\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ rovny 100,28 kg a 99,47 kg.

Eötvösův jev má ale i praktické důsledky. Letadlům letícím po stejné trase trvá let směrem na západ delší dobu než na východ, i spotřeba paliva je větší. Například přímý let Mnichov–New York trvá u jedné letecké společnosti 9 hodin 10 minut, zpáteční let stejnou společností jen 7 hodin 35 minut. Samozřejmě je tento rozdíl ovlivněn i převládajícími směry větru v letové výšce[3)], příspěvek Coriolisovy síly však není zanedbatelný.

Poznámka.

Možná, že někoho napadne, že ve vztahu pro a_p chybí odstředivá síla, která působí na hmotný bod, který je v klidu a je pouze unášen obvodovou rychlostí rotace Země: $a_{ok} = \omega^2 R \cos\vartheta$. Toto zrychlení má směr kolmý k zemské ose, jeho svislá složka je $a_{o\perp} = \omega^2 R \cos^2\vartheta$ a míří nahoru. Toto zrychlení je ale již zahrnuto v tíhovém zrychlení a je jednou z příčin, proč je na rovníku menší tíhové zrychlení než na pólu. Rozdíl způsobený odstředivou silou je roven

$$a_{o\perp} = \omega^2 R = (7{,}292 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \doteq 0{,}034\ \mathrm{m \cdot s^{-2}},$$

rozdíl tíhových zrychlení na pólu a na rovníku je však

$$9{,}832\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} - 9{,}780\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 0{,}052\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Je vidět, že výrazný vliv má i zploštění Země: na pólu by byla vzdálenost mořské hladiny od středu Země 6 357 km, na rovníku 6 378 km. Vzhledem k tomu, že Země má složitý tvar a ani rozložení hmoty neodpovídá homogenní kouli, nelze tento vliv jednoduše vypočítat.

[3)] Na této trase vane v letové výšce pravidelně západní vítr.