Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Vojtech Bálint
Béla Uhrin - osobné spomienky

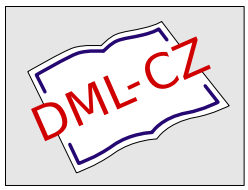
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 70 (2025), No. 3, 159–169

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/153543

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2025

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

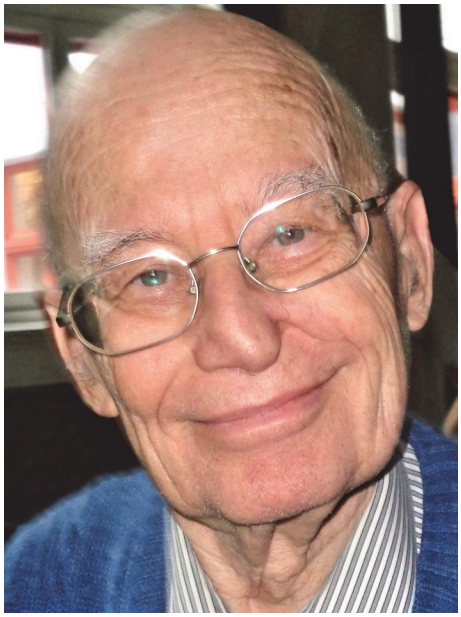


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Béla Uhrin – osobné spomienky

Vojtech Bálint

Abstrakt. Béla Uhrin (2. 3. 1938 – 17. 11. 2020) napísal a zverejnil v roku 2013 v maďarčine svoj profesijný životopis (aj keď išlo skôr o spomienky). Keďže jeho zaujímavé životné osudy sú úzko späté s Československom a keďže som ho osobne poznal viac ako štvrťstoročie, dovolil som si na základe jeho životopisu napísať tento článok, ktorý by mohol zaujímať širšiu čitateľskú obec.



Béla Uhrin (foto: Mihály Hujter)

Béla Uhrin sa narodil 2. marca 1938 v Budapešti vo štvrti Zugló. Jeho úradné meno je János Béla Uhrin, ale doma aj vo vedeckom svete je známy pod menom Béla Uhrin. Jeho meno (podľa jeho vlastných slov) obsahuje zaujímavú informáciu po otcovskej vetve. Slovo *uhrin* pochádza zo slova *ugor*, teda *ugorský*; z *ugor* vzniklo *uher* (v slovanských jazykoch) a z *uher* potom *uhrin* (v rusínčine). Rusíni sú pritom etnická skupina z Haliča. Inými slovami, predkovia jeho starého otca pochádzali z oblasti dnes zvanej Podkarpatská Rus (kde prinajmenšom 1100 rokov žilo veľa Maďarov) – a korene z tejto geografickej oblasti mali neskôr zásadný vplyv na jeho život. Faktom však je, že jeho starý otec už žil v Maďarsku, a jeho otec sa narodil tiež v Budapešti.

Jeho matka sa volala Margit Szőnyi a jej predkovia pochádzali z peknej nížinnej dediny Báránd, neďaleko okresného mesta Püspökladány, kde mali krásne hospodárstvo.

doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc., Námestie Ľudovíta Fullu 21, 010 08 Žilina, e-mail: vojtech.balint@gmail.com

Keď bola jeho matka mladá, opustila Báránd, presťahovala sa do Budapešti a tu sa zoznámila so svojím budúcim manželom, otcom Bélu Uhrina. Mali štyroch synov (takže Béla mal troch bratov), ktorí sa všetci veľmi dobre uplatnili.

Otec Bélu Uhrina pracoval vo vojensky dôležitom závode *Telefongyár* (Telefónka). Preto ho nepovolali do armády, a keďže sa rodina vyhla aj iným nebezpečenstvám, tak vojnu prežili v Zugló bez väčšej ujmy. Tam aj začal Béla chodiť do školy, ale v roku 1947, keď mal deväť rokov, stali sa dve veci:

- Jeho otec bol v závode aktívnym členom vedenia Sociálnodemokratickej strany a dostal správu, že podľa sovietskeho rozkazu budú v roku 1948 všetky nekomunistické strany zrušené, a miestni vedúci môžu byť prepustení, alebo dokonca uväznení, ak by sa postavili na odpor.

- Druhá správa prišla z Československa: každý, kto má pôvod z Podkarpatskej Rusi, je v Československu srdečne vítaný.

Takže rodina využila geografické korene jeho starého otca, zbalila sa a na železničnej stanici ich čakal vlak, ktorý ich spolu s mnohými ďalšími odviezol až do Karlových Varov. V dôsledku známych Benešových dekrétov bolo totiž sudetské územie úplne vyľudnené. Približne dva a pol milióna Nemcov odtiaľ vyhnali a bolo potrebné tieto oblasti znovu osídliť. Rodina okamžite dostala všetko: byt, peniaze, aj prácu. Treba poznamenať, že okrem maďarčiny nikto z nich nevedel žiadny iný jazyk. V Karlových Varoch sa však Béla v škole za pol roka naučil po česky, pokračoval v štúdiu na strednej škole a v roku 1955, keď mal 17 rokov, zmaturoval.

V tom čase sa v Československu podľa sovietskeho príkazu úplne reorganizoval školský systém – namiesto klasických základných a stredných škôl vznikli 11-ročné stredné školy. V desiatej triede sa Bélovi stala zaujímavá vec. Vyhlásili ho za fyzikálneho génia. Doma sa totiž pokazilo rádio, Bélov otec ho otvoril a zistil, že odišla jedna dióda. Vymenil ju a Béla sa začal zaujímať o tú pokazenú. V gymnáziu prišiel za učiteľom fyziky a začal mu vysvetľovať, ako dióda funguje. Ten bol úplne ohromený a požiadal Bélu, aby o diódach predniesol prednášku na hodine fyziky. To malo významné následky.

Na jar 1955 sa totiž Béla prihlásil na Pražskú technickú univerzitu (ČVUT), ale niekoľko mesiacov nedostal žiadnu odpoveď. Až v polovici augusta mu prišiel list, že z tisícov uchádzačov na pražské univerzity bolo vybraných 50 študentov, medzi nimi aj on; lebo založili novú fakultu na Karlovej univerzite, konkrétne Fakultu technické a jaderné fyziky (FTJF). Na tejto fakulte Béla získal titul jadrového inžiniera; nie jadrového fyzika, pretože po troch rokoch túto fakultu presunuli z Karlovej univerzity na Technickú univerzitu. Z toho presunu fakulty vyplynul neskôr jeden zaujímavý dôsledok. V roku 2005 dostal Béla Uhrin z Prahy pozvanie, aby sa ako jeden zo zakladateľov fakulty zúčastnil osláv 50. výročia založenia FTJF. Zúčastnil sa, a na slávnosti účastníkov privítali najvyšší štátni predstavitelia: prezident republiky, predseda vlády, minister školstva a rektori Karlovej i Technickej univerzity.

Svoje mladé roky opísal Béla Uhrin tak podrobne preto, že vždy ho zaujímala matematika. Učiteľ na gymnáziu ho vtedy nesprávne pochopil. On totiž nevysvetľoval „fyziku diódy“, t.j. elektrické pole v nej, ale geometrickú štruktúru povrchu definovaného dvoma vodičmi.

V tom čase ešte na univerzitách neexistovalo samostatné štúdium matematiky, iba odbor učiteľ matematiky a fyziky. Doma v rodine sa Béla dohodol, že nechce byť stredoškolským učiteľom, takže mu nezostala iná možnosť než technická dráha.

Hoci absolvoval vyššie spomenuté technické školy, počas vysokoškolského štúdia ho v skutočnosti zaujímala iba matematika. Skúšky síce zo všetkého zvládol výborne, ale jeho diplomová práca bola takmer čisto matematická. Týkala sa otázky, ako optimálne rozmiestniť kúsky uránu v nádrži tak, aby nevybuchli, ale zároveň maximálne ohriali vodu v nádrži.[1] Táto úloha je srdcom každého jadrového reaktora. Klasická elektráreň funguje tak, že sa voda v uzavretej nádrži ohrieva (spaľovaním uhlia, dreva, plynu alebo oleja) a vzniknutá para s vysokým tlakom poháňa parnú turbínu, ktorá otáča generátor elektrickej energie. Atómová bomba nie je v podstate nič iné ako dostatočne dlhé kovové teleso, do ktorého sú na oboch koncoch umiestnené dva kusy uránu, a za každý z nich sa vloží granát. Ak sa granáty naraz odpália, kúsky uránu sa prudko zrazia a vytvoria kritickú masu uránu, ktorá exploduje.[2]

Po ukončení vysokej školy v roku 1961 okamžite dostal viacero ponúk na zamestnanie, okrem iných aj od závodov Škoda v Plzni, ktoré boli vtedy najväčším priemyselným konglomerátom v celej oblasti bývalej monarchie i strednej Európy. Nemali však nič spoločné s automobilmi Škoda! Vo fabrikách Škoda vyrábali všetko: lietadlá, tanky, vlaky, delá, generátory, turbíny a na sovietsky príkaz začali pracovať aj na výrobe jadrových elektrární. Na to však potrebovali odborníkov, a Béla dostal správu, že ho čakajú v novozriadenom výskumnom oddelení. Nastúpil tam a dva roky tvrdo pracoval na niekoľkých významných technických úlohách. Práve tam sa Béla prvýkrát stretol s výpočtovou technikou – teda s počítačmi. Jednou z jeho hlavných úloh bol totiž nasledovný problém:

Máme reaktorovú nádrž, do ktorej vedú dve hrubé rúry; jednou prúdi studená voda dovnútra, kde ju uránové bloky (rozložené optimálne podľa diplomovej práce Bélu Uhrina) ohrievajú a premieňajú na paru, a druhou rúrou para vychádza von. Otázka znela: Ako treba tieto rúry privariť zvonku k nádrži, aby pracovali bezpečne, bez prasklín? Slovo *ako* tu znamenalo dve veci: aký má byť tvar zvarového povrchu, teda ako vytvoriť matematický model, a keď už model máme, hľadať aké je optimálne riešenie problému.

Problém opísal Béla Uhrin pomocou zložitého systému parciálnych diferenciálnych rovníc, a firme oznámil, že na hľadanie optimálneho riešenia by sa zišiel počítač s vhodným programovým vybavením. Závod jeden počítač zakúpil – a Béla Uhrin problém úspešne vyriešil. Kvalitu toho riešenia potvrdzuje aj nasledovná príhoda. Je známe, že hlavným dodávateľom technológie pre maďarskú jadrovú elektráreň v meste Paks boli závody Škoda. Béla na jednom rokovaní začal hovoriť riaditeľovi elektrárne Paks o svojej plzenskej činnosti. Riaditeľ mu zablahoželal – vraj si už dávno všimli, že tvar zvarových povrchov rúrok je veľmi bezpečný, a že niektorí odborníci prišli na to, že práve tento tvar je dôvodom ich vysokej spoľahlivosti.

Tak sa ukázalo, že skutočná odbornosť a talent Bélu Uhrina nespočíva ani tak v inžinierstve či fyzike, ale v matematike, jej aplikáciách a v riešení problémov, na ktoré

[1] Treba maximalizovať minimálnu vzdialenosť každej dvojice kúskov uránu.

[2] Nie je to celkom presné, lebo sa zrazia nielen dva kusy, ale naraz viacero kusov z povrchu gule, pre ktoré tiež platí, že treba maximalizovať minimálnu vzdialenosť každej dvojice kúskov uránu; pre dva kusy by bol problém najlepšieho rozmiestnenia triviálny.

sa dá použiť aj výpočtová technika. On sa vždy zaoberal matematickým modelovaním praktických úloh a ich riešením. Zároveň sa venoval novým formuláciám existujúcich matematických problémov, ich rozvíjaniu a precizovaniu – čiže zlepšovaniu známych teórií.

Koncom roku 1962 nastala v osobnom živote Bélu Uhrina radikálna zmena. V lete 1962 ho do Karlových Varov prišla navštíviť jeho milá sesternica Eva z Budapešti spolu so svojou kamarátkou. Boli tam asi desať dní a mladý Béla sa s tou kamarátkou veľmi zblížil. Po ich návrate domov si s ňou začal dopisovať. Napokon z toho vznikla láska a Béla sa rozhodol, že všetko opustí a vráti sa domov do Maďarska. To však vtedy nebolo vôbec jednoduché. Okresný úrad v Karlových Varoch neprijal jeho žiadosť o zrušenie československého občianstva, inými slovami, zakázal mu prekročiť hranice, hoci vedeli, že je Maďar. Odôvodnili to tým, že krajina „potrebuje takého talentovaného mladého človeka“. Vďaka mame jedného svojho dobrého priateľa z univerzity sa napokon domov predsa len mohol vrátiť. Táto pani bola totiž podpredsedníčkou československého parlamentu! Poprosil ju o pomoc; ona zatelefonovala na okresný úrad a okamžite dostal povolenie, že môže prekročiť hranice s maximálne jedným kufrom v ruke. Ráno na Silvestra 1962 nasadol na vlak, Eva a jej kamarátka ho čakali na stanici v Budapešti a na jeho privítanie usporiadali veľkú oslavu. O niekoľko mesiacov však Evina kamarátka jednoducho zmizla a neskôr sa ukázalo, že odišla do New Yorku. Samozrejme, Bélu ani nenapadlo, že by sa odsťahoval do Ameriky.

Profesionálna dráha Bélu Uhrina po návrate do Maďarska

Prirodzene, krátko po príchode získal maďarské občianstvo. V januári 1963 zatelefonoval *Alfrédovi Rényimu*, riaditeľovi Matematického ústavu Maďarskej akadémie vied (MTA). Povedal mu, že hoci nemá vysokoškolské vzdelanie v odbore matematika, matematiku a jej aplikácie miluje a veľmi by chcel pracovať v Ústave aplikovanej matematiky Maďarskej akadémie vied (AMI). Na konci telefonátu ho Rényi pozval do AMI a požiadal svojho zástupcu, Pála Rózsu, aby sa s ním porozprával o možnostiach. Po dlhom rozhovore sa Uhrin s Rózsom spriatelili, no ten ho presvedčil, že nemá šancu dostať sa priamo do AMI. Na druhej strane zohľadnil Uhrinovu kvalifikáciu a skúsenosti s výpočtovou technikou a sľúbil, že zariadia, aby ho prijali do niektorého z nasledujúcich troch ústavov MTA:

1. MTA KFKI (Centrum pre výskum jadrovej fyziky),
2. MTA Műszaki Kutatóintézet (Technický výskumný ústav akadémie vied),
3. MTA Számítástechnikai Központ (Ústav výpočtovej techniky, SZTAKI).

Béla Uhrin navštívil všetky tri ústavy, rokoval s ich vedúcimi, a napokon ho Tamás Frey presvedčil, aby si vybral tretiu možnosť. Odvtedy – s výnimkou dvoch nasledujúcich „odborných dobrodružstiev“ pracoval v SZTAKI.

Prvé „dobrodružstvo“ – založenie Štátneho výpočtového centra

V roku 1968 Béla Uhrin a traja jeho kolegovia zo SZTAKI István Dancs, Zsolt Harnos a Ambrus Tihanyi dostali ponuku založiť nové Výpočtové centrum Štátneho plá-

novacieho úradu (OT SZK). Ponuku prijali a všetko zorganizovali. *Všetko* v tomto prípade znamenalo toto: Béla našiel v Zugló (veď odtiaľ pochádzal) zbombardovaný prázdny pozemok a tam postavili budovu OT SZK; získali vynikajúci centrálny počítač a k nemu vtedajšie najlepšie software. Napokon sa Béla stal vedúcim oddelenia optimalizácie v OT SZK.

Prvou väčšou úlohou Bélu Uhrina bolo vypracovať v spolupráci s ekonómami úradu matematický model 4. päťročného plánu (1968–1973) založený na systéme lineárnych nerovností. Samozrejme, najprv bolo treba ekonómov presvedčiť, že takéto modelovanie môže byť z ekonomického hľadiska užitočné. V procese presviedčania Béla Uhrin zohral dôležitú a veľmi aktívnu úlohu. Napokon sa mu podarilo posadiť k jednému stolu viacerých ekonómov, a spolu vytvorili konečnú verziu modelu, ktorý bol úlohou lineárneho programovania. Problém bol však v tom, že ich počítač nemal algoritmus na riešenie týchto úloh. Béla zistil, že v Londýne existuje firma Data-Skill, ktorá predáva vynikajúce numerické balíky na riešenie takýchto úloh pomocou simplexovej metódy. Odletel teda do Londýna, asi dva týždne testoval ich numerické balíky, kúpil jeden, LP-400, a priniesol ho domov. Potom po niekoľkomesačnej tvrdej práci vypočítal asi 12 optimálnych riešení. Z týchto jeho výpočtov vznikla menšia aféra. Dostali totiž otázku z najvyšších miest: „Ako je možné, že tento súdruh Uhrin položí na stôl optimálne riešenie, podľa ktorého má byť stavebníctvo prevádzkované na nulovej úrovni?!“

Béla požiadal svojho nadriadeného Istvána Dancsa, aby im odkázal, že sa môžu stretnúť a vec pokojne prebrať. Zorganizovali teda poradu, na ktorej Béla Uhrin vedúcim ekonómom všetko vysvetlil. Doslova takto: „Drahí kolegovia ekonómovia! Model ste vytvorili vy a vy ste mi ho odovzdali. To znamená, že tie mnohé lineárne nerovnice ste mi dali vy (a ukázal na jedného pána), iné ste dali vy (ukázal na druhého), a tak ďalej. Navyše ste mi poskytli aj 12 cieľových funkcií, podľa ktorých treba optimalizovať fungovanie hospodárstva. Ak napríklad minimalizujeme finančné výdavky štátu, žiaľ, z modelu vyplýva, že stavebníctvo je také neefektívne, že ho treba prevádzkovať na nulovej úrovni. Ak však použijeme inú cieľovú funkciu – napríklad maximalizáciu zisku štátu – potom sa stane, že iné odvetvie musí byť prevádzkované na nulovej úrovni. Konečný (optimálny) plán krajiny teda získame múdrym skombinovaním optimálnych riešení daných 12 cieľových funkcií. A viete, vážení kolegovia, čo je to *operations research*?“ Na túto poslednú otázku odpovedalo „áno“ len niekoľko prítomných, aj to potichu, lebo väčšina nemala ani potuchy, čo vlastne výraz operačný výskum znamená. Výsledkom týchto diskusií bolo, že Béla Uhrin dostal ponuku z Ústavu plánovaného hospodárstva Štátneho plánovacieho úradu (OT TGI), aby tam nastúpil ako výskumník. V tomto ústave sa zaoberal týmito oblasťami:

- tvorba ekonomických modelov,
- ich výpočtové riešenie na počítačoch,
- výskum a výučba matematických metód.

V OT TGI pracoval do roku 1978, keď sa vrátil späť do SZTAKI, čím sa skončilo jeho prvé „dobrodružstvo“.

Zaujímavá poznámka k tejto etape: Niekoľko ekonómov, s ktorými vtedy Béla Uhrin spolupracoval, pôsobili v Ústave ekonomických vied ešte aj na začiatku druhej dekády 3. tisícročia a Béla od nich dostal vtedy správu:

Béla, gratulujeme! Pracovali sme nedávno na veľkom vedeckom projekte s názvom Hospodársky rozvoj Maďarska za posledných 60 rokov. Na základe našich výskumov sme zistili, že v období rokov 1968–1973 maďarské hospodárstvo rástlo veľmi pekne a rovnomerne. Začali sme sa nad tým zamýšľať a došli sme k záveru, že to bolo preto, lebo vtedajší päťročný plán fungoval podľa lineárneho programovacieho modelu, ktorý si vtedy navrhol a vyriešil ty.

Akademický rast a druhé „dobrodružstvo“

V roku 1979 získal Béla Uhrin titul CSc. Téma jeho dizertácie mala názov *Systémy lineárnych nerovností, náhodné polytopické množiny a kvázikonvexné funkcie*. Táto téma súvisela s jeho prácou v plánovacom ústave. V dizertácii zhŕňal teóriu operačného výskumu, pričom zdôraznil nové smerovania odboru, napríklad stochastické programovanie. V tom čase už mal aj vlastné nové výsledky, ktoré publikoval v niekoľkých článkoch. V roku 1992 úspešne obhájil titul doktora matematických vied (DSc) s dizertáciou *Miery súčtových množín v euklidovských priestoroch*.

Druhé „dobrodružstvo“ začalo, keď ho v roku 1998 v SZTAKI požiadali, aby odišiel do dôchodku. Zároveň mu sľúbili, že jeho pracovisko, vybavenie a prístup k službám zostanú zachované. V tom čase dostali Imre Kátai a Ferenc Schipp správu z Univerzity v Pécsi (PTE), že by privítali, keby sa aktívne zapojili do tamojšej výučby (teda že by tam chodili prednášať), aby posilnili výučbu matematiky a informatiky. K tomu však potrebovali ešte jedného odborníka geometra. Spomenuli si na Bélu Uhrina, pozvali ho a on sa k nim pridal. Lenže obaja boli univerzitní profesori na ELTE, zatiaľ čo Béla nemal žiadne univerzitné pedagogické oprávnenie. Bol síce doktor matematických vied, a navyše niekoľko rokov prednášal na ELTE, preto mu navrhli, aby si podal žiadosť o habilitáciu (Dr. habil.) na ELTE. Žiadosť podal, úspešne ju v roku 1998 obhájil, a potom ho vymenovali za univerzitného profesora v Pécsi. Tam pôsobil až do roku 2006.[3]

Popri čisto matematických výsledkoch Béla Uhrin dosiahol aj významné aplikované a informatické úspechy. Okrem prác v Škode Plzeň a Štátnom plánovacom úrade (spomenutých vyššie) sa v SZTAKI (1963–1967) zaoberal riešením mnohých zaujímavých úloh.

1. **Optimalizácia nového Alžbetinho mosta (Erzsébet híd).** V roku 1963 dostalo SZTAKI zadanie vypočítať optimálny tvar nového Alžbetinho mosta. Inžinieri im ukázali svoju konštrukciu mosta a Béla Uhrin spolu s kolegom si sadli a vypočítali všetko presne. Určili optimálny geometrický tvar a rozmery mosta, teda umiestnenie a výšku štyroch hlavných pilierov, hrúbku a geometriu káblov atď.

2. **Algoritmus prekladového systému (angličtina–maďarčina).** Ďalšia úloha bola jazykovedná, algoritmická. Jeden z kolegov Bélu Uhrina v SZTAKI, Ferenc

[3]Na ELTE už v 60. rokoch prednášal základný kurz matematickej analýzy, v akademickom roku 1996–1997 viedol špeciálny seminár z geometrickej teórie čísel pre piaty ročník študentov matematiky na ELTE a v roku 2001 spolu s kolegami založili na Fakulte informatiky ELTE doktorskú (PhD) školu informatiky.

Kiefer, ktorý sa zaoberal lingvistickým výskumom, navrhol, aby vyvinuli obmedzený anglicko-maďarský a maďarsko-anglický prekladový program. Program vyvinuli a fungoval veľmi dobre. Slovo „obmedzený“ znamená, že určili 12 maďarských slov a ich anglické ekvivalenty. Ak niekto z týchto slov vytvoril maďarskú alebo anglickú vetu, počítač napísal jej preklad do druhého jazyka. Hoci preklady neboli vždy dokonalé, vo väčšine prípadov boli veľmi slušné. Kiefer, ktorý sa neskôr stal významným jazykovedcom, akademikom a riaditeľom Ústavu jazykovedy akadémie vied, vtedy tvrdil, že išlo o jeden z prvých takýchto programov.

3. **Geodetická (seizmická) úloha.** Tretia kľúčová úloha bola geodetická (seizmická). Attila Meskó začal skúmať nový praktický geodetický problém: ako zistiť, aké nerastné bohatstvá sa nachádzajú pod zemou a kde presne. Zistil, že v USA sa používa nová metóda: v podzemí sa umiestnia granáty a seizmické snímače. Všetky granáty sa odpália naraz a podľa údajov z nameraných otrasových vĺn možno presne určiť, kde sa pod zemou nachádza plyn, ropa, voda, železná ruda atď. Tu vznikli dve základné otázky:

   1. Ako tieto granáty a prístroje optimálne rozmiestniť na danom území?
   2. Ako z údajov po výbuchu (z otrasových vĺn) odvodiť, aké látky sa v podzemí nachádzajú?

Béla bol v tomto výskume Meskovým matematikom a výpočtovým technikom. Attila Meskó potom na základe týchto výsledkov urobil oslnivú kariéru – stal sa akademikom a neskôr generálnym tajomníkom Akadémie vied.

Béla Uhrin v SZTAKI po roku 1978 pestoval v podstate čistú matematiku, hoci sa občas zapojil aj do skúmania praktických aplikácií. Napríklad jeho kolega Gedeon Almásy z odboru počítačovej vedy predložil aplikovaný (chemický) modelovací problém, ktorý sa im podarilo spoločne vyriešiť. O vyriešenej úlohe napísali dva články, ktoré boli publikované v maďarskom chemickom časopise.

Do roku 2013 napísal 68 vedeckých prác a 4 knihy. Obsah jeho článkov sa týka výlučne čistej matematiky, a mnohé z nich boli publikované v popredných svetových odborných časopisoch. Témy jeho prác zahŕňajú mnohé oblasti matematiky, napríklad kombinatoriku, matematickú analýzu, lineárnu algebru, integrálnu geometriu, geometrickú teóriu čísel, diskrétnu a konvexnú geometriu (a práve na túto oblasť má najviac citácií). O kvalite a spoľahlivosti jeho vedomostí svedčí aj fakt, že Gábor Fejes Tóth ho vybral do neobvyklého recenzentského panelu; o tom pojednáme v závere článku.

Bol pozvaným prednášajúcim, organizátorom a členom organizačných výborov na mnohých medzinárodných konferenciách v Maďarsku, Európe, Izraeli a USA.[4] Viackrát bol v Moskve a Leningrade (dnešný Petrohrad), ako aj v Hanoji. Prednášal a viedol kurzy na mnohých renomovaných zahraničných univerzitách: Stanford University, Cambridge University, University College London (UCL), Florencia, Technická univerzita vo Viedni (TU Wien), Siegen, Eindhoven, Tel Aviv, Technion (Haifa), University of Haifa. Ovládal okrem češtiny (a samozrejme maďarčiny) aj angličtinu a ruštinu. Nemčinu ovládal tiež – hoci nie až tak dobre ako angličtinu či ruštinu.

[4] Aj v Žiline na konferencii z geometrie a teórie grafov.

V roku 2013 sa pustil do písania novej knihy, ktorá mala v stručnosti zhrnúť všetky jeho dosiahnuté výsledky. Jej pracovný názov bol *Structural Results in Euclidean Spaces* a tento názov by dosť presne vystihoval celú jeho odbornú kariéru. Ako člen American Mathematical Society knihu plánoval vydať práve prostredníctvom AMS, ale bohužiaľ, nestihol ju napísať.

Keplerova hypotéza a recenzovanie

To čo teraz nasleduje, už nebolo súčasťou autobiografie Bélu Uhrina. Ja som však považoval za dôležité o tom napísať, pretože to svedčí o kvalite a spoľahlivosti jeho matematických vedomostí: Gábor Fejes Tóth ho vybral do neobvyklého recenzentského panelu jedného mimoriadne dlhého vedeckého článku. O tom teraz pojednáme, o *Keplerovej hypotéze* o najhustejšom vyplnení priestoru zhodnými guľami a dosť komplikovanej histórii jej dôkazu. Myslel som si, že to bude len krátka poznámka. Ale keď som pri spracovávaní tejto časti (kvôli občerstveniu mojej pamäti) pozrel materiály týkajúce sa spomínaného panelu recenzentov (spolu s vedúcim panelu 13 mien, z nich 10 ľudí som poznal osobne), narazil som aj na (pre mňa) nové informácie, ktoré ma prinútili k určitým úvahám, a teda aj niekoľkým riadkom naviac. Uveďme teda najprv stručnú rekapituláciu problému najhustejšieho ukladania zhodných gulí. Začneme však oveľa jednoduchším dvojrozmerným prípadom.

Axel Thue [15] na kongrese v roku 1892 správne tvrdil, že žiadne uloženie zhodných kruhov v rovine nemôže mať väčšiu hustotu ako $\pi/12$, pričom najhustejšie je prirodzené uloženie, ktoré tvorí šesťuholníkovú mriežku. Predstava pivnej tácky obkolesenej 6 ďalšími je dokonalá. Jeho dôkaz z roku 1892 však nebol úplný; opravený dôkaz Thue uverejnil až v roku 1910 v [16].

Otázka maximálnej možnej hustoty uloženia zhodných gulí v trojrozmernom priestore je však podstatne zložitejšia, aj keď intuícia hovorí, že najhustejšie uloženie by mohlo mať tvar pyramídy pomarančov. Usporiadajme gule tak, aby ich stredy v rovine tvorili štvorcovú mriežku. Takýto rovinný plát gulí potom vhodne posúvame. Hypotéza, že najhustejšie uloženie gulí je práve takéto, je obvykle pripisovaná Keplerovi [13].[5] Ide samozrejme o mriežkové uloženie, ktoré sa dá opísať napr. tak, že stredy jednotkových gulí majú súradnice $(a\sqrt{2}, b\sqrt{2}, c\sqrt{2})$, kde a, b, c sú celé čísla, ktorých súčet je párne číslo.

Je ľahké overiť, že hustota takéhoto uloženia gulí v $\mathbb{R}^3$ je $\pi/18$. Carl Friedrich Gauss vo svojej práci [3] dokázal, že spomedzi všetkých mrežových uložení práve toto má najväčšiu hustotu. Poznamenajme, že ak gule usporiadame tak, že ich stredy v jednej rovine tvoria najhustejšiu, teda šesťuholníkovú mriežku a takýto rovinný plát vhodne posúvame, dostaneme také isté uloženie, ako posúvaním plátu štvorcovej rovinnej mriežky – stačí na to pohľad z boku.

V dôsledku Gaussovho tvrdenia je ale jasné, že keby sa dali gule usporiadať hustejšie, tak usporiadanie by nemohlo byť pravidelné. Lenže preskúmať a vylúčiť všetky nepravidelné usporiadania je mimoriadne náročné, takže Keplerova hypotéza sa stala najdlhšie nevyriešeným problémom kombinatorickej geometrie. László Fejes Tóth v [1]

[5] Keplerov spis vyšiel v českom preklade Petra Daniša pod názvom *O šestiúhelné sněhové vločce – poutavé čtení o „ničem“*. Pozri recenziu Jana Bednáře v PMFA 62 (2017), 75–77.

urobil podstatný krok k riešeniu, keď ukázal, že určenie maximálnej hustoty sa dá redukovať na skúmanie lokálnej hustoty, teda na konečný, aj keď veľmi veľký počet výpočtov. V tých rokoch (1. vydanie jeho slávnej knihy je z roku 1953) však neexistovali dostatočne výkonné počítače, ktoré by tieto výpočty urobili. Rogers v [14] stanovil, že hustota uloženia gulí nie je väčšia ako $\sqrt{18}(\arccos\frac{1}{3}-\frac{\pi}{3}) \doteq 0{,}78$. Je to síce o čosi slabšie ako predpokladaná najlepšia hustota 0,74, ale Rogersova metóda je geniálna, pretože spôsob jeho argumentácie funguje v každej dimenzii. Na druhej strane sa nezdá, že by Rogersov dôkaz bolo možné použiť pre dosiahnutie hypoteticky najlepšej hustoty $\pi/18$.

Wu-Yi Hsiang v [11] na základe myšlienok L. Fejes Tótha síce predviedol priamočiary geometrický dôkaz, ale Gábor Fejes Tóth (syn L. Fejes Tótha) vo svojej recenzii na Hsiangov článok napísal: *As far as details are concerned, my opinion is that many of the key statements have no acceptable proofs.* Keďže išlo o veľmi slávny problém, vznikol ostrý boj o prvenstvo. Thomas C. Hales v [5] uverejnil podrobnú kritiku a aj konkrétne kontrapríklady na niektoré tvrdenia Hsiangovho „dôkazu“ a na túto kritiku tvrdohlavo a rýchlo reagoval Hsiang v [12]. Všeobecne bol ale prijatý názor, že Hsiangove dôkazy nie sú úplné. Aj Hales sledoval hlavnú myšlienku L. Fejes Tótha a už v roku 1992 napísal v [4], že maximálna hustota by sa asi dala nájsť nájdením minima funkcie 150 premenných. V tlačenej verzii sa toto objavilo až v prácach [6], [7] a [8].[6] V tej dobe s Halesom na dôkaze už úzko spolupracoval Halesov študent Samuel P. Ferguson. V roku 1998 Hales ohlásil, že dôkaz je hotový a zaslal ho na publikovanie. Lenže dôkaz bol na 250 stranách a jeho súčasťou bol aj 3-gigabytový počítačový program, keďže bolo treba analyzovať vyše 5000 konfigurácií sfér. O recenziu bol požiadaný Gábor Fejes Tóth. Kvôli obrovskému rozsahu a neštandardnej forme sa v januári 1999 konal týždeň dlhý workshop na Institute for Advanced Study. O korektnosti jednotlivých častí dôkazu rozhodoval panel 12 recenzentov: András Bezdek, Michael Bleicher, Károly Böröczky, Károly Böröczky Jr., Aladár Heppes, Wlodek Kuperberg, Endre Makai, Attila Pór, Günter Rote, István Talata, Béla Uhrin, Zoltán Ujváry-Menyhárd. V roku 2003 vedúci panelu recenzentov Gábor Fejes Tóth oznámil, že skupina recenzentov si je na 99 % istá správnosťou dôkazu, ale prirodzene nemôže potvrdiť správnosť všetkých počítačových výpočtov. Vtedy sa do recenzného procesu zapojil aj Jeffrey C. Lagarias, ktorého úlohou bolo preusporiadať prácu tak, aby sa zjednodušil strom dôkazu a aby sa zjednodušili aj niektoré definície. Detailná verzia dôkazu v roku 2006 vyšla v špeciálnom čísle časopisu *Discrete & Computational Geometry* ako súhrn šiestich prác [10] a v roku 2011 aj knižne [2].

Poznamenajme, že členovia panelu síce ešte asi dva roky pokračovali v preverovaní chýbajúceho asi 1 % dôkazu metódou riadok za riadkom, ale potom to vzdali. Aby sme to pochopili, treba si uvedomiť dve veci:

1. Recenzovanie, teda dôkladné preverenie dôkazu, môže byť časovo mimoriadne náročné (a v prípade takého ohromne dlhého dôkazu to tak aj bolo).
2. Autor kvalitného článku získa vedeckú slávu, ale recenzenti nezískajú nič, len stratia čas (veľa času!), keďže tento druh práce sa v hodnotení kvality univerzít nehodnotí, lebo túto prácu univerzita nemôže vykázať.

[6] V *Pokrokoch* vyšiel tento článok v českom preklade T. C. Hales: *Dělové koule a včelí plásty*, PMFA 46 (2001), 101–118.

Článok teda vyšiel a súčasne s publikovaním vydali redaktori časopisu *Annals of Mathematics* zásady týkajúce sa počítačom podporovaných dôkazov, v ktorých sa uvádza, že „počítačová časť sa nesmie kontrolovať riadok po riadku, ale bude sa skúmať z hľadiska metód, ktorými autori eliminovali alebo minimalizovali možné zdroje chýb. . . “

Takýto spôsob kontroly je na zamyslenie; ak sa totiž možné zdroje chýb len minimalizujú, na koľko percent si môžeme byť istí, že dôkaz je naozaj v poriadku? Bude to viac ako 99 %? Dalo by sa pripomenúť Hilbertom navrhované hľadanie absolútnej pravdy v matematike na prelome 19. a 20. storočia, čo potom neskôr uzavrel Gödel. Hilberta sa dá chápať, lebo Gödelove vety o nedokázateľnosti v tej dobe neboli známe, ale v tomto svetle nie je ľahké pochopiť uverejnené zásady redaktorov časopisu *Annals of Mathematics*.

Lenže Thomas Callister Hales mal iné predstavy a bol frustrovaný. Dovolím si citovať z jeho článku [9]: *During those years in delay, growing out of my frustration, in an effort to bypass the referees, I launched a project to give a formal proof of the Kepler conjecture. Although the project was born out of frustration, in truth, it was also shaped by a broader vision of the central importance of computer-assisted mathematics and formalization in years to come.*

Čo k tomu dodať? Snaha o uznanie počítačom podporovaného dôkazu je určite zaujímavá, a dá sa očakávať nárast počtu takých dôkazov, ale vzniká tak trochu analógia s absolútnou pravdou, ktorej možnosť dosiahnutia vyvrátil Kurt Gödel. Na koľko percent stačí minimalizovať možné zdroje chýb? A dá sa akceptovať formulácia *v snahe obísť recenzentov*?

Ešte iná otázka: *Má autor právo na frustráciu, keď recenzia jeho článku trvá veľmi dlho?* Myslím, že odpoveď je vo všeobecnosti jasná: *Áno, má!* Asi nie jeden autor zažil aj ľudskú zlobu, prameniacu zo závisti. Ale v prípade veľmi dlhého dôkazu vzniká aj iná otázka. Po aký počet strán má autor právo na frustráciu? 500 strán? Alebo aj 5 000? A čo takto 10^{100} strán? Tu už ale nezaškodí si uvedomiť, že celkový počet molekúl vo vesmíre je len asi 10^{80}. . .

Záver

Podkladom tohto článku s výnimkou časti o Keplerovej hypotéze sú spomienky [17]. Občasné familiárne použitie len krstného mena Béla pramení z toho, že som sa s ním vyše štvrťstoročie poznal. Je mojou milou povinnosťou poďakovať šéfredaktorovi Antonínovi Slavíkovi za cenné rady pri písaní tohto príspevku.

Literatúra

[1] Fejes Tóth, L.: *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum.* Springer-Verlag, 1953.

[2] Ferguson, S. P., Hales, T. C.: *The Kepler conjecture: the Hales–Ferguson proof.* Springer, 2011.

[3] Gauss, C. F.: *Untersuchungen über die Eigenschaften der positiven ternären quadratischen Formen von Ludwig August Seber, Göttingische gelehrte Anzeigen 9. Juli 1831.*

Tiež v *Werke, Band 2*, 2. Aufl., Göttingen, 1876, 188–196. Tiež v J. Reine Angew. Math. 20 (1840), 312–320.

[4] Hales, T. C.: *The sphere packing problem*. J. Comput. Appl. Math. 44 (1992), 41–76.

[5] Hales, T. C.: *The status of the Kepler conjecture*. Math. Intelligencer 16 (1994), 47–58.

[6] Hales, T. C.: *Sphere packings, I*. Discrete Comput. Geom. 17 (1997), 1–51.

[7] Hales, T. C.: *Sphere packings, II*. Discrete Comput. Geom. 18 (1997), 135–149.

[8] Hales, T. C.: *Cannonballs and honeycombs*. Notices Amer. Math. Soc. 47 (4) (2000), 440–449.

[9] Hales, T.: *The formal proof of the Kepler conjecture: a critical retrospective* [online]. Dostupné z: `https://arxiv.org/abs/2402.08032`

[10] Hales, T. C., Ferguson, S. P.: *The Kepler conjecture*. Discrete Comput. Geom. 36 (2006), 1–269.

[11] Hsiang, W. -Y.: *On the sphere packing problem and the proof of Kepler's conjecture*. Internat. J. Math. 4 (1993), 739–831.

[12] Hsiang, W.-Y.: *A rejoinder to T.C. Hales' article: „The status of the Kepler conjecture"*. Math. Intelligencer 17 (1994), 35–42.

[13] Kepler, J.: *Strena seu de nive sexangula*. Tampach, 1611.

[14] Rogers, C. A.: *The packing of equal spheres*. Proc. Lond. Math. Soc. 8 (3) (1958), 609–620.

[15] Thue, A.: *On some geometric number-theoretic theorems*. Forhandlingerne ved de Skandinaviske Naturforskeres 14 (1892), 352–353. Tiež v: T. Nagell et al. (eds.): *Selected mathematical papers*. Universitetsforlaget, Oslo, 1977.

[16] Thue, A.: *On the densest packing of congruent circles in the plane*. Skr. Vidensk-Selsk, Christiania 1 (1910), 3–9. Tiež v: T. Nagell et al. (eds.): *Selected mathematical papers*. Universitetsforlaget, Oslo, 1977, 257–263.

[17] Uhrin, B.: *Szakmai életrajz* [online].
Dostupné z: `https://real.mtak.hu/201408/1/100030.pdf`