Rozhledy matematicko-fyzikální

Ivan Turek

Niekoľko námetov na spestrenie a spresnenie vyučovania fyziky

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 101 (2026), No. 3, 46–64

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/153809

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2026

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

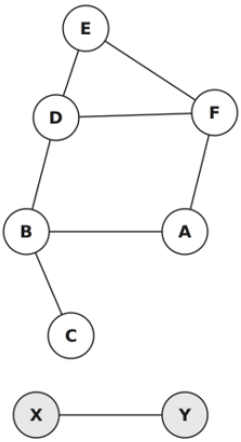


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Nikdy nevíte, k čemu vám bude matematika za dvacet let

Tomáš Jandík

Na obr. 1 je osm lidí. Čára mezi dvěma z nich znamená, že se znají.



uzel	stupeň	blízkost	mezilehlost	vlastní vektor
A	2	0,469	0,100	0,358
B	**3**	**0,536**	**0,450**	0,408
C	1	0,341	0,000	0,161
D	**3**	**0,536**	0,300	**0,516**
E	2	0,417	0,000	0,401
F	**3**	0,469	0,150	0,502
X	1	0,250	0,000	0,000
Y	1	0,250	0,000	0,000

Obr. 1: Síť osmi lidí. Čára znamená vzájemnou vazbu. „Důležitost“ v síti lze měřit různými způsoby: počtem přímých vazeb, průměrnou vzdáleností od ostatních, četností výskytu na nejkratších cestách nebo napojením na jiné dobře propojené osoby. Podle zvolené definice vychází jiný „nejdůležitější“ uzel. Dvojice X a Y je od zbytku sítě odříznutá. Příklad vychází z [1].

Zkuste si položit otázku, která zní jednoduše: kdo z nich je v této síti nejdůležitější?

Nejpřirozenější je spočítat přímé sousedy. Po třech je mají B, D a F, takže máme remízu. Můžeme se ale zeptat jinak. Kdo je v průměru nejblíž všem ostatním? Tam vedou B a D. Kdo nejčastěji leží na nejkratší cestě mezi dvěma jinými lidmi, a může tedy nejvíc ovlivňovat tok informací? Tam jednoznačně vede B. A kdo je napojen hlavně na lidi, kteří jsou sami dobře propojeni? Tam vychází nejvýš D.

Čtyři rozumné definice „důležitosti“ a tři různí vítězové. V síti tedy nestačí říct, že je někdo důležitý. Musíme říct, jakým způsobem.

Tenhle malý příklad pochází z výzkumu, do kterého jsme se pustili kolem roku 2010. Bylo mi čtyřicet, deset let jsem působil jako profesor financí na University of Arkansas a měl jsem už docela ustálenou představu o tom, co ze svého matematického vzdělání skutečně používám: statistiku, ekonometrii, programování, matematické modelování a schopnost rozložit složitý problém na menší části.

Teorie grafů v tom seznamu nebyla. Ne proto, že bych ji podceňoval. Měl jsem ji ve čtvrtém ročníku, někdy v roce 1991, na Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské Českého vysokého učení technického v Praze (FJFI), které studenti s láskou přezdívají „Jaderka“. Učila ji Edita Pelantová, dnes profesorka na katedře matematiky. Teorie grafů patřila k předmětům, které mě bavily nejvíc, a hodně na tom měla zásluhu právě profesorka Pelantová. Jen mě nikdy nenapadlo, že by zrovna tohle mohlo jednou nést kus mé kariéry. Byla to pro mě krásná matematika, u které je člověk rád, že ji zná.

A pak jsem s jednou ze svých doktorandek seděl nad sítí čtvrt milionu manažerů a lámal si hlavu, jak změřit, kdo je v ní vlivný.

Vždyť tohle znám. Tohle je teorie grafů.

Jak se člověk dostane od matematického inženýrství v Praze k tomu, že o dvacet let později pomocí grafů měří vliv generálních ředitelů amerických firem?

Začněme od začátku.

„Sbohem, pane Jandíku“

Vyrostl jsem ve Svitavách, ve městě s asi dvaceti tisíci obyvateli. Na místním gymnáziu jsem patřil k těm studentům, kterým škola šla snadno: matematické a chemické olympiády, šachy, samé jedničky. Byl jsem zvyklý být jedním z nejlepších.

Na Jaderce jsem rychle zjistil, že skoro každý kolem mě byl na své předchozí škole také jedním z nejlepších.

K tomu je dobré dodat, jak tvrdý byl tehdejší začátek studia. U řady předmětů měla zkouška písemnou a ústní část a projít bylo nutné oběma. Na každý předmět měl student tři pokusy, a kdo je vyčerpal, končil na fakultě. V mém ročníku nastupovalo na fakultu přibližně sto šedesát studentů, k promoci se jich dostalo něco přes šedesát a velká část těch ostatních odpadla během prvních dvou let.

V prvním semestru jsme měli matematickou analýzu a cvičení vedl profesor Alois Apfelbeck, jedna z legendárních postav matematiky na FJFI, pověstný mimořádnou náročností. Můj první semestr ho zjevně nepřesvědčil.

Před zkouškovým obdobím se loučil s jednotlivými studenty.

„Na shledanou."

„Na shledanou."

„Na shledanou."

Pak přišel ke mně.

„Sbohem, pane Jandíku."

Byl přesvědčený, že mě na jaře už neuvidí.

Analýzou jsem nakonec prošel s odřenýma ušima. Dostal jsem trojku, která mi tehdy připadala jako obrovské vítězství. Na jaře byl profesor Apfelbeck docela překvapený, když mě znovu viděl. Do konce prvního ročníku jsem se s novým prostředím srovnal a zase začal dostávat jedničky. Nakonec jsem Jaderku dokončil s červeným diplomem, i když k tomu bylo podle tehdejších pravidel potřeba onu zatracenou první trojku administrativně vyškrtnout.

Byla to užitečná lekce. Nezhloupl jsem přes léto. Jen jsem se poprvé ocitl mezi lidmi, kteří byli doma také „ti nejlepší". Talent a snadnost nejsou totéž. To, že vám první semestr na opravdu dobré škole dá pořádně zabrat, nemusí být důkaz, že jste si vybrali špatně.

Matematika s účelem

Matematika mě bavila vždycky, ale nikdy jsem ji nechtěl studovat jen kvůli ní samotné. Už jako středoškolák jsem měl silnou potřebu neuzavřít se příliš brzy do jedné úzké profesní cesty. Chvíli jsem uvažoval například o biochemii, protože mě lákala představa chemie využité v medicíně.

U matematiky jsem hledal totéž. Nakonec mě zaujal už samotný název oboru Matematické inženýrství. Přeložil jsem si ho pro sebe jako „matematiku s účelem": matematiku jako nástroj pro řešení skutečných problémů.

Během studia jsem proto hledal, kde se matematické modely dají opravdu použít. Nějakou dobu jsem se pohyboval kolem projektu matematického modelování činnosti lidského srdce a jeho možného využití v diagnostice. Jiné cesty vedly k energetice, letectví nebo fyzikálním modelům.

A pak přišel listopad 1989. Najednou se dramaticky rozšířila nejen společnost kolem nás, ale i množina problémů, na které se dala matematika použít.

Slovník, tabule a druhé místo

Začal jsem chodit na ekonomické přednášky na Fakultě sociálních věd Univerzity Karlovy a rychle zjistil, že analýza, algebra, optimalizace a statistika nejsou jen předměty, které bylo potřeba na Jaderce zvládnout. V ekonomii se z nich stávaly nástroje.

Krátce po revoluci se v Praze začal formovat doktorandský program ekonomie západního typu, dnešní CERGE-EI. Za jeho vznikem stáli mimo jiné Jan Švejnar, dnes profesor na Columbia University, a Josef Zieleniec, pozdější ministr zahraničních věcí České republiky. Do Prahy přijížděli učit špičkoví profesoři ze zahraničních univerzit. Pro studenta v Praze na začátku devadesátých let to byla mimořádná příležitost. Měl jsem jen jeden problém. Program byl kompletně v angličtině.

Když se mě Josef Zieleniec zeptal, jestli anglicky rozumím, odpověděl jsem bez sebemenšího zaváhání: „Ano, samozřejmě.“ Ve skutečnosti jsem rozuměl velmi málo.

Anglicky jsem se začal vážněji učit až během studentské stávky v listopadu 1989. Univerzity byly zavřené a já během těch týdnů prošel učebnici angličtiny pro samouky od první do poslední kapitoly. To ovšem člověka nepřipraví na přednášku amerického profesora z mikroekonomie.

V přípravném semestru jsem proto používal jednoduchou metodu. Co profesor napsal na tabuli, to jsem co nejpřesněji opsal. Doma jsem pak se slovníkem rekonstruoval, o čem přednáška vlastně byla. Učebnice jsem četl rychlostí asi pět nebo šest stran za hodinu a měl jsem upřímnou radost pokaždé, když se na stránce objevila rovnice nebo graf. Těm jsem rozuměl bez slovníku. Matematika mi tehdy fungovala jako společný jazyk. Angličtinu jsem musel rychle dohnat, ale rovnice, důkazy a logika platily stejně v Praze jako v Americe.

O místa v programu soutěžilo zhruba sedmdesát až osmdesát studentů a pokračovat jich mělo asi dvacet až pětadvacet. Spal jsem něco přes čtyři hodiny denně.

Skončil jsem druhý. Dodnes to považuji za jedno z největších vítězství svého studentského života. Ne kvůli samotnému pořadí, ale proto, že na začátku semestru jsem někdy sotva rozuměl otázce, kterou profesor položil.

Tohle vítězství mě ovšem trochu uvrtalo do složitější práce. Díky individuálnímu studijnímu plánu jsem nakonec v posledních dvou ročnících na Jaderce studoval dva programy současně: matematické inženýrství a doktorandský program ekonomie.

Rozhodnutí ve čtyřiadvaceti

A znovu se objevila stejná otázka jako na gymnáziu: co z toho všeho vlastně chci dělat?

Matematický základ mi otevíral mnoho dveří. Bavila mě mikroekonomie i teorie her, statistika ze mě udělala velmi silného studenta ekonometrie. Chvíli jsem vážně uvažoval i o čistě teoretických směrech.

Čistá ekonometrie mě ale nakonec nelákala, a to přesně z důvodu, který jsem znal už ze střední školy. Nechtěl jsem vytvářet nové metody odhadu. Chtěl jsem je používat na skutečné problémy a skutečná data.

„Matematika s účelem“ se tak po několika letech objevila znovu, jen na vyšší úrovni.

Postupně mi došlo, že mě nejvíc přitahují finance. Na CERGE se tehdy prakticky neučily a zároveň jsem si uvědomil, že jádrem doktorátu není absolvování skvělých kurzů. Je jím disertace a dlouhodobá práce s lidmi, kteří vás vedou.

Ve čtyřiadvaceti jsem proto udělal to, čemu jsem se do té doby dlouho vyhýbal: vybral jsem si jednu profesní cestu. Odjel jsem do Spojených států na doktorát z financí na University of Pittsburgh.

Matematická a ekonomická průprava z Prahy mi tam znovu výrazně pomohla. Ekonometrii jsem měl natolik silnou, že jsem ji nemusel opakovat, finanční teorie byla postavená na matematickém modelování a v teorii her jsem mohl stavět na tom, co jsem se naučil už dříve.

Jedním z mých profesorů teorie her byl Alvin Roth, který později získal Nobelovu cenu za ekonomii. V jedné jeho zkoušce jsem našel nejednoznačnost v zadání a vyřešil úlohu oběma možnými způsoby. Za zkoušku jsem nakonec jako jediný dostal více než sto procent bodů. S trochou nadsázky proto dodnes tvrdím, že jsem jednou našel chybu v testu budoucího nositele Nobelovy ceny.

Specializoval jsem se na podnikové finance a empirický výzkum, tedy na hledání odpovědí pomocí reálných dat. Po doktorátu jsem se stal

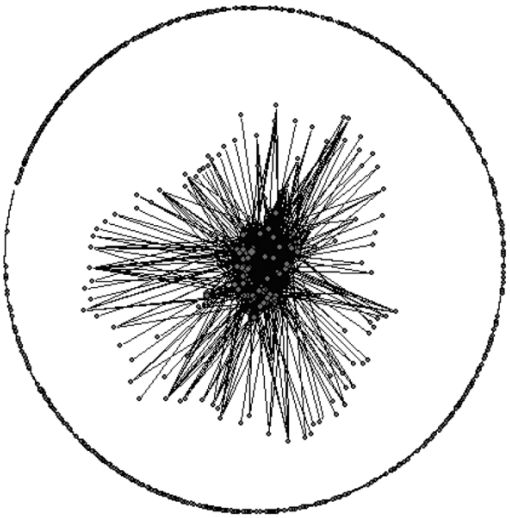
profesorem financí na University of Arkansas. Postupně jsem zkoumal kapitálovou strukturu firem, fúze a akvizice, corporate governance a další témata. Profesní cesta mě zavedla i k věcem, které bych jako středoškolák určitě nepředvídal, například ke konzultační práci spojené s bankrotem hokejového klubu Pittsburgh Penguins.

A tím se vracíme k síti z úvodu.

Čtvrt milionu lidí

Databáze BoardEx obsahuje životopisné informace o manažerech a členech správních rad: kde studovali, kde pracovali a v jakých radách působili. Z těchto údajů lze vytvořit síť profesních vazeb.

V našem výzkumu měla síť pro rok 2006 celkem 275 080 lidí propojených téměř 9,8 milionu vazeb. Přibližně 96 procent lidí patřilo do jediné obří propojené komponenty; zbytek tvořily malé skupiny bez napojení na hlavní síť, podobně jako dvojice X a Y na prvním obrázku.



Obr. 2: Síť 275 080 manažerů a členů správních rad v roce 2006, propojených téměř 9,8 milionu vazeb. Pro přehlednost jsou jednotlivci seskupeni do komunit. Vnější prstenec tvoří malé skupiny bez napojení na hlavní síť; hustá struktura uprostřed představuje hlavní propojenou komponentu. Zdroj: [1]

Do té doby se mnoho finančního výzkumu soustředilo na přímé vazby mezi dvěma lidmi. Nás zajímalo něco jiného: co když nezáleží jen na tom,

koho člověk zná, ale také na tom, jaké místo zaujímá v celé síti?

Právě tady se hodily různé druhy centrality z úvodního obrázku: počet přímých vazeb, vzdálenost k ostatním, četnost výskytu na nejkratších cestách a napojení na jiné dobře propojené lidi.

Ta poslední míra je matematicky asi nejhezčí. Chceme, aby důležitost člověka závisela na důležitosti lidí, na které je napojen. To zní kruhově: abych spočítal vaši důležitost, potřebuji znát důležitost vašich známých, k té ale potřebuji znát důležitost jejich známých.

V maticovém zápisu se problém elegantně uzavře. Označíme-li matici sousednosti sítě písmenem A, hledáme vektor x a číslo λ tak, aby

$$Ax = \lambda x.$$

Za míru centrality se bere vlastní vektor příslušný největšímu vlastnímu číslu matice A. U souvislé sítě je tento vlastní vektor jednoznačný až na násobek a lze ho zvolit tak, aby všechny jeho složky byly kladné, což je přesně to, co od míry důležitosti chceme. Vzorec je stejný pro osm uzlů i pro čtvrt milionu lidí. Mění se jen výpočetní náročnost: výpočet blízkosti pro jediný rok nám na počítači s 84 GB paměti běžel v roce 2011 zhruba týden.

Rozdíly v síťovém postavení mohou být obrovské. Steve Ballmer, tehdejší CEO Microsoftu, měl v roce 2006 v naší síti 792 přímých vazeb a k ostatním lidem se dostal v průměru na 3,2 kroku. Rodney Sacks, dlouholetý CEO Monster Beverage, měl přímých vazeb deset, k ostatním potřeboval v průměru 5,5 kroku a neležel na nejkratší cestě mezi žádnými dvěma jinými členy sítě.

Pak přišla finanční otázka.

Když firma kupuje jinou firmu, jde často o transakci v hodnotě miliard dolarů a hlavní rozhodnutí stojí na vedení kupující společnosti. Přirozeně jsme čekali, že velmi dobře propojený CEO bude mít lepší informace, a tedy bude dělat lepší akvizice.

Výsledek byl téměř opačný.

Vysoce centrální CEO skutečně dělali akvizice častěji. Posun centrality z 25. na 75. percentil souvisel s přibližně o 28 % vyšší pravděpodobností akvizice. Zároveň ale stejný posun souvisel s poklesem výnosu akcionářů kupující firmy o zhruba 3,4 procentního bodu.

Proč?

Protože síťové postavení nepřináší jen informace. Přináší také moc.

Velmi vlivného manažera je obtížnější kontrolovat. Má silnější pozici vůči správní radě, větší reputaci a více možností. Velké obchody mu

mohou přinést vyšší odměnu, větší firmu a publicitu, i když samotní akcionáři na obchodu nevydělají. V našem výzkumu vysoká centralita souvisela po akvizici také s přibližně o osm procent vyšší odměnou CEO.

Vraťme se k otázce z úvodu. Ptali jsme se, co znamená být v síti důležitý. Data odpověděla nepříjemně: znamená to obojí najednou, lepší informace i větší moc. A ukázalo se, že ta druhá složka je silnější.

Samozřejmě jsem si po dvaceti letech neotevřel starý sešit z teorie grafů a nenašel v něm hotový výzkumný projekt. Musel jsem se znovu učit a proniknout mnohem hlouběji do analýzy sociálních sítí. Ale základ z Jaderky mi dal něco podstatného: poznal jsem, jaký typ problému mám před sebou, a věděl jsem, kde začít hledat.

Výzkum sociálních sítí se nakonec stal jednou z nejviditelnějších a nejcitovanějších částí mé vědecké práce.

V roce 2015 jsem po mnoha letech napsal profesorce Pelantové a poděkoval jí za to, co mě kdysi naučila. Přidal jsem radu, kterou jsem tehdy formuloval trochu jako vtip: až se vás studenti zeptají, k čemu ta teorie grafů vlastně je, řekněte jim, že nikdy nevědí, co budou dělat za dvacet let, a ať si schovají všechny poznámky.

Své poznámky mám po několika stěhováních dodnes.

Když jsem si v osmnácti vybíral vysokou školu, netušil jsem, že skončím jako profesor financí v Americe.

Když jsem kolem jednadvaceti studoval teorii grafů, bavila mě, ale nenapadlo mě, že právě ona o dvě desetiletí později otevře jednu z nejúspěšnějších oblastí mého výzkumu.

A ještě těsně před čtyřicítkou jsem si myslel, že už přesně vím, které části svého matematického vzdělání profesně používám.

Ve všech třech případech jsem se mýlil.

Nešlo přitom o to, že bych některý předmět podcenil. Šlo o to, že jsem nedokázal odhadnout, který z mnoha dobrých nástrojů se jednou ukáže jako mimořádně důležitý.

Nechci z toho dělat univerzální radu. Někteří lidé přesně vědí už v sedmnácti, čemu se chtějí věnovat, a udělají dobře, když se do toho pustí naplno.

Já jsem takový nebyl.

Věděl jsem dvě věci: že mě baví matematika a že ji chci používat k řešení skutečných problémů. A současně jsem si nechtěl příliš brzy zavřít dveře.

Matematické inženýrství mi dalo vzdělání dost široké na to, abych mohl přejít od matematiky k ekonomii, od ekonomie k financím a nakonec k oblasti, která v době mého studia ještě prakticky neexistovala.

Dnes se zabývám zase jinými otázkami, například strukturou dodavatelských řetězců, propojenými finančními skupinami nebo dopady sankcí na firmy. A ani teď nevím, kterou část matematiky, kterou jsem se učil před třiceti či pětatřiceti lety, budu ještě potřebovat.

Dobré vzdělání vám nemusí říct, čím máte být.

Někdy je jeho největší hodnotou právě to, že vám dovolí tu odpověď ještě dlouho nehledat.



Tomáš Jandík, profesor financí na University of Arkansas

Literatura

[1] El-Khatib, R., Fogel, K., Jandik, T.: CEO Network Centrality and Merger Performance. *Journal of Financial Economics*, roč. 116 (2015), s. 349–382.