Rozhledy matematicko-fyzikální

Jan Veselý

Hustota černé díry

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 101 (2026), No. 3, 70–72

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/153813

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2026

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Hustota černé díry

Jan Veselý, Planetárium Praha

Černá díra je objekt s velkou hmotností, tudíž gravitací, která je koncentrovaná do malého poloměru. Plyne z toho, že černá díra má také extrémní hustotu! Nebo je to jinak? Pojďme se na problém podívat prostředky středoškolské fyziky.

Vyjdeme ze vztahu pro „poloměr černé díry“. Známe jej jako Schwarzschildův poloměr, nebo také poloměr horizontu událostí. Je to hranice, z níž je úniková rychlost rovna rychlosti světla ve vakuu. Odvození vztahu z výše uvedené podmínky a z Newtonova zákona ponecháme na čtenáři, je poměrně jednoduché.

Schwarzschildův poloměr R_S:

$$R_\mathrm{S} = \frac{2GM}{c^2}.$$

Hustotu spočítáme (s využitím vzorce pro objem koule):

$$\varrho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}.$$

M je v obou vztazích hmotnost tělesa (černé díry). Pro vytvoření základní představy stačí počítat se zaokrouhlenými hodnotami gravitační konstanty $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}}$ a rychlosti světla $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Začněme klasickou otázkou: Jaký je poloměr černé díry o hmotnosti Země?

Hmotnost Země je $M_\mathrm{Z} = 6 \cdot 10^{24}$ kg. Schwarzschildův poloměr pro černou díru o této hmotnosti je:

$$R_\mathrm{SZ} = \frac{2 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 10^8)^2} \doteq 9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 9\ \mathrm{mm}.$$

Hustota takové černé díry pak vychází:

$$\varrho_\mathrm{RSZ} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi \cdot 729 \cdot 10^{-9}} \doteq 2 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

To je opravdu extrémně vysoká hodnota. A co teprve černá díra o hmotnosti Slunce, tedy $M_\mathrm{S} = 2 \cdot 10^{30}$ kg, což je třistatisíckrát větší hmotnost, než má Země.

Schwarzschildův poloměr:

$$R_\mathrm{SS} = \frac{2 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \doteq 3 \cdot 10^3 \text{ m} = 3 \text{ km}.$$

Hustota:

$$\varrho_\mathrm{RSS} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4\pi \cdot 27 \cdot 10^9} \doteq 1{,}8 \cdot 10^{19} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

To je o jedenáct řádů méně! Zdá se tedy, že hustota černé díry s rostoucí hmotností klesá. Mnozí jistě již řešení této „záhady“ vidíte na první pohled.

Vraťme se teď zpět na začátek a dosaďme vztah pro Schwarzschildův poloměr do vzorce pro hustotu. Nejprve vyjádříme R_S^3 a převrácenou hodnotu:

$$R_\mathrm{S}^3 = \frac{8G^3M^3}{c^6} \Rightarrow \frac{1}{R_\mathrm{S}^3} = \frac{c^6}{8G^3M^3}$$

a dosadíme:

$$\varrho = \frac{3M}{4\pi R_\mathrm{S}^3} = \frac{3Mc^6}{32\pi G^3M^3} = \frac{3c^6}{32\pi G^3} \cdot \frac{1}{M^2}.$$

Vidíme, že hustota černé díry klesá s druhou mocninou její hmotnosti:

$$\varrho \approx \frac{1}{M^2}.$$

Pojďme ale pro zajímavost ještě spočítat hustoty černých děr v centrech galaxií. Využijeme toho, že v rovnici pro hustotu černé díry rozepsané do dvou zlomků se v prvním zlomku vyskytují pouze konstanty, a tudíž stačí hodnotu hustoty černé díry o hmotnosti Slunce vynásobit faktorem $1/M^2$, pokud hmotnost galaktické černé díry vyjádříme jako násobek hmotnosti Slunce (M_S), což je obvyklá praxe. Tedy

$$\varrho_\mathrm{SG} = \varrho_\mathrm{RSS} \cdot \frac{1}{M^2}.$$

Hmotnost černé díry v jádru naší Galaxie je $M_\mathrm{G} = 4{,}2 \cdot 10^6 M_\mathrm{S}$. (4,2 milionů hmotností Slunce). Dosazujeme tedy tak, že výše vypočítanou hustotu černé díry o hmotnosti Slunce ($1{,}8 \cdot 10^{19}$ kg$\cdot$m^{-3}) násobíme

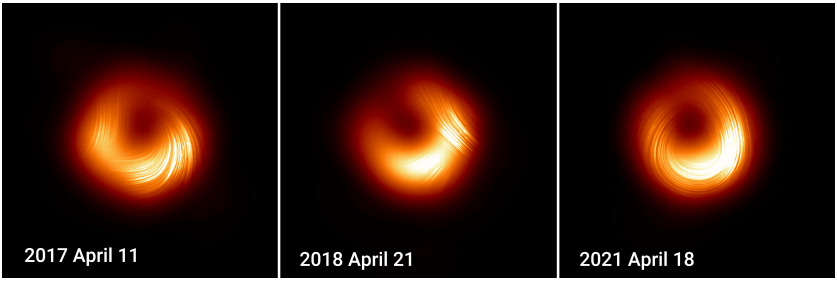
převrácenou hodnotou druhé mocniny hmotnosti galaktické černé díry vyjádřenou jako násobek hmotnosti Slunce (což je bezrozměrný faktor), a tím se výpočet zjednoduší:

$$\varrho_{\mathrm{RSG}} = 1{,}8 \cdot 10^{19} \cdot \frac{1}{(4{,}2 \cdot 10^6)^2} \doteq 1{,}0 \cdot 10^6 \ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

To je stále ještě velmi vysoká hodnota, tisícinásobek hustoty vody. Ale pozor! V jádrech galaxií nacházíme i opravdové veledíry. Např. hmotnost černé díry M87* v galaxii Messier 87 – první, u níž se podařilo pomocí radioteleskopů „vyfotografovat“ akreční disk, který ji obklopuje – činí 6,5 miliardy hmotností Slunce, tedy $M_{87} = 6{,}5 \cdot 10^9 M_{\mathrm{S}}$. Její hustota je

$$\varrho_{\mathrm{RS87}} = 1{,}8 \cdot 10^{19} \cdot \frac{1}{(6{,}5 \cdot 10^9)^2} \doteq 0{,}43 \ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

To je přibližně třetina hustoty vzduchu za normálních podmínek!!



Obr. 1: Změny v akrečním disku v okolí černé díry M87*, který pozorujeme pomocí sítě radioteleskopů zapojených do projektu Event Horizon Telescope. Jde o pozorování v polarizovaném rádiovém záření na frekvenci 230 GHz. (zdroj: eventhorizontelescope.org)

Závěr

Atribut extrémní hustoty je černé díře často připisován. Vede k tomu i představa vzniku černých děr gravitačním zhroucením jader velmi hmotných hvězd do malého objemu. Ukázali jsme ale, že je to poněkud zavádějící pohled na věc. Podstatné je hlavně to, že jsme počítali průměrnou hustotu oblasti ohraničené horizontem událostí. Nicméně tato hodnota ve skutečnosti nemá valný fyzikální smysl. Schwarzschildův poloměr není rozměrem tělesa v klasickém smyslu. Určuje horizont událostí, tedy hranici, zpoza níž neunikne ani světlo. Prostoročas uvnitř horizontu je navíc silně zakřivený, a proto v tomto případě nelze jednoduše uplatnit archimédovskou koncepci hustoty jako podílu hmotnosti a objemu.