

# Versuch einer objectiven Begründung der Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte

---

## Vorwort

In: Bernard Bolzano (author): Versuch einer objectiven Begründung der Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte. (German). Prag: Kronberger and Řivnáč, 1843. pp. [428b]--430.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400259>

## Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

## V O R W O R T.

---

Angenehm überrascht wurde ich vor einigen Monaten, als mir auf meinem ländlichen Aufenthalte beim Empfange des jüngsten Actenbandes unserer Gesellschaft der S. 15 ff. zu lesende neue *Versuch über den Satz vom Kräfteparallelogramme* von unserm verehrten Mitgliede, dem Hrn. Prof. *Kulik*, unter die Augen trat; da ich aus dieser Arbeit, so wie auch aus dem Interesse, mit welchem dieselbe von den übrigen Mitgliedern aufgenommen wurde, ersah, wie nun einmal auch eines derjenigen Probleme auf dem Gebiete der Mathematik, welche mein stilles Nachdenken schon vor mehr als vierzig Jahren beschäftigt hatten, die Aufmerksamkeit der Gesellschaft auf sich gezogen habe. So sehr mich aber auch eine solche Erscheinung erfreute: so wird es mir der Urheber dieses Vergnügens, ein Mann, dem es zuversichtlich nicht um die Behauptung seiner Ansicht, sondern um die endliche Auffindung der Wahrheit selbst zu thun ist, doch nicht verargen, wenn ich unumwunden gestehe, dass weder sein Versuch, wie er vorliegt, noch irgend eine andere der mir bis jetzt bekannt gewordenen Darstellungen dieses Gegenstandes meinen Anforderungen völlig entsprochen habe.

Eine ziemlich vollständige Aufzählung der vorzüglichsten bis zum Jahre 1817 erschienenen Versuche über diesen Satz findet sich in der Schrift: *Demonstrationum compositionis virium expositio, de iisque judicium. Auctore Joh. Hen. Westphal. Gottingae, 1817.* Obzwar ich nun eben nicht an den hier angeführten Versuchen immer das Nämliche ausstellen möchte, was der Verfasser dieser Abhandlung bemängelt: so erachte ich doch, wie gesagt, dass auch kein einziger weder der dort besprochenen, noch sonst irgend ein anderer bis auf die neueste Zeit bekannt gewordene Beweis des Lehrsatzes vom Kräfteparallelogramm völlig befriedigend sey. Indessen muss ich, um Niemand zu verletzen, sogleich beifügen: nur insofern erachte ich keinen dieser Versuche für völlig befriedigend, als ich voraussetze, dass eine Darstellung geliefert werden soll, *welche den Namen einer streng wissenschaftlichen verdiene*; eine Darstellung also, die uns nicht bloss die *Gewissheit*, dass sich die Sache so, wie sie hier angegeben wird, verhalte, sondern die uns zugleich auch die *Einsicht in den objectiven Grund* derselben gewähret. Denn wo es sich nur um den blossen *Zweck der Gewissheit* handelt, da genüget wohl schon jener sehr einfache Beweis, den *Newton*

angegeben, und noch vollkommener der etwas zusammengesetztere, den Kästner u. A. aus der Lehre vom Hebel abgeleitet.

Ich selbst verfiel schon in meinen Studienjahren auf eine Beweisart, von der mir jetzt noch scheint, dass sie für eine blosser Gewissmachung genüge. Vielleicht ist es Einigen nicht unangenehm, hier einen kurzen Abriss derselben zu finden, den Andere überschlagen können.

Es seyen also an einem in  $a$  befindlichen Atome zwei Kräfte angebracht, welche denselben, wenn sie allein wirkten, in einer gewissen Zeit die eine nach  $m$ , die andere nach  $n$  brächten. Um zu finden, wohin sie ihn bringen, wenn sie zugleich wirken, stellte ich mir statt eines einzigen zwei völlig gleiche Atome in  $a$  vor. Indem ich nun voraussetzte, dass die eine den einen, die andere den andern allein ergriffen habe, und hierauf annahm, *erstlich* dass beide Atome durch keine Art von Cohäsion gehindert wären, sich von einander zu entfernen, musste ich behaupten, dass der eine nach  $m$ , der andere nach  $n$  gelangen werde. Nahm ich dagegen *zweitens* eine zwischen ihnen herrschende Cohäsionskraft an, die jede Trennung derselben verhindert: so war mir einleuchtend, dass die Atome in einem Orte  $o$  anlangen müssten, dessen Verschiedenheit von  $m$  und  $n$  eine blosser Wirkung der Cohäsion ist. Allein die Cohäsion der beiden Atome musste ich als eine gegenseitige und (ihrer vorausgesetzten Gleichheit wegen) auch beiderseits gleiche, somit als eine *gleiche und entgegengesetzte Anziehung* zwischen denselben betrachten. Mithin musste ich auch die Abstände  $om$  und  $on$ , als die Wirkungen zweier gleicher und entgegengesetzter Kräfte, einander gleich und entgegengesetzt annehmen. Kommt aber der doppelte Atom aus  $a$  in  $o$ , die Mitte von  $mn$ , an; so ist kein Zweifel, dass ein einfacher, der Einwirkung derselben Kräfte ausgesetzt, in der nämlichen Richtung den doppelten Weg zurücklegen, d. h. in dem Endpunkte der Diagonale des Parallelogramms  $man$  anlangen müsse.

Dieser Beweis, ich wiederhole es, mag für den Zweck der blossen *Gewissheit* hinreichen, also z. B. an seinem Orte seyn in einem Unterrichte, welchen man Anfängern ertheilt; wollen wir aber die Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte auf eine Weise bearbeiten, dass auch der *objective Grund* jeder Wahrheit, so weit das überhaupt möglich ist, deutlich werde: dann müssen wir uns in Betrachtungen einer ganz andern Art einlassen; und dürfen namentlich nie bloss darum, weil eine Wahrheit schon von selbst einleuchtet, glauben, wir wären nicht gehalten, sie noch mit einem eigenen *Beweise* (welcher nun freilich nicht eine *Gewissmachung*, sondern vielmehr nur eine *Begründung* seyn wird) zu versehen, wenn anders noch ein Grund, warum die Sache sich gerade so verhalte, angeblich ist.

Bei einer solchen Behandlung unsers Problems — um jetzt diess Eine nur zu berühren — dürfen wir auch den Satz, *dass Kräfte, die nach einerlei Richtung, oder solche, die in entgegengesetzten Richtungen wirken, einer einzigen gleichgelten, welche so gross als im ersten Falle die Summe, im zweiten die Differenz ist*, nicht schlechthin annehmen, ohne erst eine eigene *Begründung* desselben zu liefern. Dieses hat aber bisher noch Niemand versucht; im Gegentheile haben Viele, und unter ihnen selbst Kant (in den metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft) die Sache so darstellen wollen, als ob die nur erwähnte Wahrheit eine bloss *analytische* wäre, d. h. als ob es schon in dem Begriffe einer Kraft, einer *mechanischen*

nämlich oder *Bewegkraft* läge, dass Kräfte von einerlei Richtung addirt, von entgegengesetzter aber von einander abgezogen werden müssten. Sie geben es nämlich für die *Erklärung* einer solchen Kraft aus, dass sie nur eben dann eine *doppelte, dreifache* u. s. w. heisse, wenn wir uns vorstellen, dass sie zwei, drei u. s. w. gleichen und in derselben Richtung wirkenden Kräften gleichgilt. — Allein diese Erklärung gäbe uns ja so, wie sie vorliegt, durchaus noch nicht zu erkennen, was wir uns unter einer Kraft vorstellen sollen, deren Grösse durch einen *Bruch*, oder wohl gar durch eine *Irrationalzahl* ausgedrückt wird. Gesetzt aber, dass man, um dieser Unbestimmtheit abzuhelpen, die Erklärung erweitern und etwa sagen wollte: »man habe sich unter einer Kraft von der Grösse  $\frac{3}{4}$  eine Kraft zu denken, welche drei Kräften gleichgilt, deren je vier einer Kraft, welche  $= 1$  ist, gleichgelten; und unter einer Kraft von der Grösse  $\sqrt{5} = 2,236\dots$  habe man sich eine Kraft zu denken, welche der unendlichen Menge von Kräften gleichgilt, die durch die Grössen  $2, \frac{2}{10}, \frac{3}{100}, \frac{6}{1000}, \dots$  vorgestellt werden«; gesetzt, sage ich, dass man von einem so zusammengesetzten Begriffe ausgehen wollte und dürfte: auch so noch wäre man nicht berechtigt, es als eine schon in der Erklärung liegende, also bloss analytische Folgerung darzustellen, dass z. B. eine Kraft  $= 3$ , gleichgeltend sei mit *zweien*, deren die eine  $= 1$ , die andere  $= 2$  ist; denn in der Erklärung läge dann nur, dass die dreifache Kraft gleichgeltend sei mit *drei* einfachen Kräften, keineswegs aber mit *zweien*, deren die eine einfach, die andere zweifach ist. Noch viel weniger liesse sich auf eine bloss analytische Weise folgern, dass eine Kraft  $= 3$  gleichgeltend sei mit zweien, deren die eine  $= 5$ , die andere aber  $= 2$  in der *entgegengesetzten* Richtung wirket. Also weder der Satz von der Addition, noch jener von der Subtraction der Kräfte von einerlei und entgegengesetzter Richtung lässt sich schon in die Erklärung selbst hineinlegen; weil doch dasjenige, was man sich unter einer Kraft von *gegebener Grösse* bloss der Erklärung nach zu denken hat, gewiss nur *Ein Ding* seyn muss, während es der Verbindungen von Kräften, die theils in einerlei, theils in entgegengesetzter Richtung liegend, einander gleichgelten können, unendlich viele gibt.

Doch es sey möglich, die Erklärung so einzurichten, dass jener Satz aus ihr bloss analytisch folge: was wäre damit gewonnen? Nach dem Begriffe, der meinem Dafürhalten nach der einzige ganz mit dem Sprachgebrauche übereinstimmt, verstehen wir unter der *Grösse* einer Kraft oder einer Ursache überhaupt diejenige Beschaffenheit derselben, aus welcher die Grösse ihrer *Wirkung* objectiv abfolgt und erschlossen werden kann; woraus sich denn als eine bloss analytische Folge, oder jedenfalls doch ganz unmittelbar ergibt, dass wir eine Kraft eine doppelte, dreifache u. s. w. nennen dürfen, wenn die Wirkung, welche sie unter denselben Umständen, hier also in derselben Zeit und in demselben (oder einem gleichen) Atom hervorbringt, eine doppelte, dreifache u. s. w. ist. Dass aber eine Bewegkraft, welche die doppelte heisst, d. i. deren Grösse  $= 2$  ist, gleichgeltend sey mit zwei in derselben Richtung wirkenden von der Grösse 1, oder auch mit zweien, deren die eine  $= 3$ , die andere  $= 1$  in entgegengesetzten Richtungen wirken, das Alles liegt nicht schon im Begriffe, sondern es muss

als ein synthetischer Satz durch eine anderweitige Betrachtung abgeleitet werden. Bei der Erklärung dagegen, die jene Gelehrten uns geben oder zu geben beabsichtigen, verhält es sich umgekehrt. Sie wollen das Letzte ohne allen Beweis als liegend schon in ihrer Erklärung annehmen; aber eben darum liegt nun das Erste nicht mehr in ihrer Erklärung, und dieses also müssen sie eigens beweisen. Eigens beweisen also müssen sie uns, dass eine Kraft, welche die *doppelte* heisst, eine *doppelt* so grosse Wirkung in gleicher Zeit hervorbringe. Jedoch in dem besonderen Sinne, in welchem sie ihre Worte genommen wissen wollen, sagt dieser Satz genau dasselbe, was nach meiner Auslegung der Worte in jenem anderen Satze, dass nämlich eine doppelte Kraft gleichgeltend sei mit *zwei* einfachen, ausgesagt wird; denn beide Sätze sagen, wenn wir die zweideutigen Kunstworte vermeiden, wesentlich nur Folgendes aus: Die Raumveränderung, welche zwei gleiche Kräfte, zugleich angebracht, bewirken, ist so gross wie die Summe der Raumveränderungen, welche sie einzeln angebracht, bewirkt hätten; der Satz des Kräfteparallelogramms für den Fall, wobei der Conspirationswinkel  $= 0$  ist. Also ist offenbar durch jene Erklärung nichts zu gewinnen.

Uebrigens wäre man wohl auf eine so irrige Erklärung nie verfallen, hätte man bedacht, dass der Begriff einer *Bewegungskraft*, ingleichen auch der Begriff von dem, worin die *Grösse* einer solchen Kraft bestehe, abzuleiten sey von dem nächst höheren Begriffe einer *Kraft überhaupt* und dem Begriffe dessen, worin die *Grösse* dieser bestehe. Dann nämlich hätte sich deutlich genug zu erkennen gegeben, dass wir uns unter der Grösse einer Kraft im Allgemeinen (wie ich schon oben gesagt) immer nur dasjenige denken, was die Grösse ihrer (unmittelbaren) Wirkung auf eine objective Weise, so wie der Grund seine Folge bestimmt. Diess nun vorausgesetzt, wie hätte man auch nur sich können einfallen lassen, die Grösse einer *bewegenden* Kraft anders beurtheilen zu wollen, als aus der Grösse der unmittelbaren Wirkung, d. h. der Geschwindigkeit, die sie in einer gegebenen Zeit hervorbringt? Also wohl den Satz, dass eine Kraft  $= 2$  eine Geschwindigkeit  $= 2$  erzeugt, nimmermehr aber den Satz, dass eine solche Kraft zweien  $= 1$ , die in derselben Richtung angebracht sind, gleichgelte, würde man als eine schon im Begriffe selbst liegende Wahrheit angesehen haben. Wird doch nicht einmal des Umstandes, dass eine jede Bewegkraft auch eine *Richtung* haben müsse, in dem Begriffe derselben gedacht, sondern auch dieses muss sich erst durch eine fernere Betrachtung ergeben.

Doch dieses Alles dürfte sich bei Durchsicht des kleinen Aufsatzes, den ich der gütigen Beurtheilung der Gesellschaft hiemit vorgelegt haben will, noch deutlicher zeigen. Indem ich nämlich erwogen, dass ich zu einer vollständigeren Bearbeitung der reinen Mechanik die nöthige Musse und Kraft gewiss nicht mehr finden würde, beschloss ich, den gegenwärtigen, mir durch Hrn. Prof. Kulik dargebotenen Anlass zu benützen, um in Zukunft *nur einige der wichtigsten in diese Wissenschaft einschlagenden Begriffe und Lehren, welche mir einer abgcänderten Darstellung am meisten zu bedürfen scheinen, zu Papiere zu bringen*. Für diessmal liefere ich bloss einen Abriss der *Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte an einem einzigen Atom*, wobei ich jedoch gleich alle diejenigen Vorbegriffe, welche in einer wissenschaftlichen Bearbeitung dieser Lehre vorangestellt werden müssen, hinzugefügt habe.

Tëchobus, am 1. Nov. 1841.