

Matematika v proměnách věků. V

Jiří Mikulčák

Jak se vyvíjela pedagogika matematiky ve druhé polovině 20. století

In: Martina Bečvářová (editor); Jindřich Bečvář (editor): Matematika v proměnách věků. V. (Czech). Praha: Matfyzpress, 2007. pp. 249–315.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400897>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

JAK SE VYVÍJELA PEDAGOGIKA MATEMATIKY

ve druhé polovině 20. století

JIŘÍ MIKULČÁK¹

Obsah

- 1 Stav na počátku padesátých let 20. století
- 2 Desetiletí reforem
 - Odborné a vědecké práce
- 3 Desetileté období úprav
 - Příprava učitelů matematiky
- 4 Modernizace vyučování matematice
 - 4.1 Zahraniční podněty
 - 4.2 Výzkum modernizace vyučování matematice u nás
 - 4.3 Aplikovaný výzkum
- 5 Sedmdesátá a osmdesátá léta 20. století
 - 5.1 Modernizace vyučování matematice na školách
 - Hodnocení a klasifikace
 - 5.2 Učební pomůcky
 - 5.3 Péče o nadané žáky
 - 5.4 Příprava učitelů
 - 5.5 Didaktika matematiky a mezinárodní styky

¹ J. Mikulčák (1923) maturoval roku 1942 na reformním reálném gymnáziu v Ostravě, v letech 1942 až 1945 byl totálně nasazen, v letech 1945 až 1948 studoval učitelství matematiky a deskriptivní geometrie na přírodovědecké fakultě UK v Praze, v letech 1948 až 1956 byl středoškolským profesorem, v letech 1956 až 1961 odborným asistentem Výzkumného ústavu pedagogického v Praze (oddělení metodiky matematiky), od roku 1961 odborným asistentem matematicko-fyzikální fakulty UK. V letech 1969 až 1980 byl současně na část úvazku odborným pracovníkem Pedagogického ústavu JAK ČSAV, v letech 1975 až 1990 spolupracovníkem Oborového informačního střediska při pedagogické fakultě UK.

První práce publikoval již jako středoškolský učitel. V dalších letech připravoval a vyhodnocoval didaktické experimenty, podílel se na přípravě učitelů matematiky a deskriptivní geometrie, na tvorbě učebnic matematiky, matematických tabulek, metodických příruček, vysokoškolských skript z didaktiky, relací Československé televize, na bibliografických pracích, na řešení státních úkolů atd.

RNDr. (1974), CSc. (1975).

Byl funkcionářem (i předsedou) Matematické pedagogické sekce Jednoty československých matematiků a fyziků, pořadatelem seminářů a konferencí týkajících se vyučování matematice.

5.6 Jednota československých matematiků a fyziků

6 Výzkumné vědecké a odborné práce z pedagogiky matematiky

6.1 Práce jednotlivců

6.2 Práce v Kabinetě MÚ ČSAV

6.3 Práce v Pedagogickém ústavu J. A. Komenského ČSAV

Prostředky vzdělávání a výchovy

6.4 Informační systémy v didaktice matematiky

7 Devadesátá léta 20. století

Školský systém

Učebnice

Učební pomůcky

Učitelské studium

Vědecká a odborná práce

Jednota českých matematiků a fyziků

Literatura

V naší literatuře zatím chybí práce, které by se systematicky zabývaly dějinami vyučování matematice v českých zemích, a stejně tak práce, které by se věnovaly vývoji názorů na postavení matematiky ve vyučování, názorů na cíle, prostředky a podmínky vyučování matematice.

Tyto otázky se zahrnovaly pod pojem didaktika matematiky, která spadala pod pedagogiku. Sem patřila především tvorba osnov a učebnic. Této činnosti se říkalo *normotvorná didaktika matematiky*, protože vytvářela normy, jimiž se řídilo vyučování matematice. Autoři přitom vycházeli z historického vývoje vyučování, z vlastních názorů a zkušeností, z pedagogických názorů (např. z *herbartismu*), z teorií o formativním a materiálním vzdělání z 19. století. K těmto teoriím se na počátku 20. století (r. 1905) vyjádřili přírodovědci v tzv. *Meranském programu* a ovlivnili cíle vyučování matematice i jeho obsah na středních školách. Na základních školách zejména od dvacátých let 20. století se prosazoval zřetel k pedagogice orientované na žáka, na vývoj jeho schopností, potřeb a zájmů v tzv. *pedagogickém reformismu*.

Doporučením, jak vyučovat jednotlivým tématům učiva přímo při práci se žáky ve vyučování, se říkalo *metodika vyučování matematice*: byla považována za umění, které učitel získá teprve vlastní prací. Na bývalých učitelských ústavech bylo do poloviny 20. století zařazeno do čtvrtého ročníku výuky matematiky poučení o metodách výuky matematice na obecných školách (v 1. až 8. postupném ročníku).

Na Karlově univerzitě v Praze ve dvacátých letech 20. století přednášel několik semestrů didaktiku matematiky docent Quido Vetter (1881–1960) v rámci přípravy budoucích středoškolských profesorů matematiky.

Těžiště didaktické a metodické přípravy učitelů mělo spočívat ve dvouletém „uvádění v úřad učitelský“. Při něm nastupující učitelé navštěvovali vyučování

starších zkušených kolegů, ti navštěvovali hodiny kandidátů, o hodinách spolu diskutovali; kandidáti tak získávali podněty pro svou další práci a pro její zlepšení. Uvádění končilo písemnou zkouškou – vypracováním příprav na stanovené vyučovací hodiny a předvedením vyučovacích hodin kandidáta za přítomnosti zkušební komise. Teprve po úspěšném splnění požadavků se kandidát stal aprobovaným učitelem nebo zatímním profesorem.

Ve druhé polovině 20. století se názory na didaktiku a metodiku matematiky postupně měnily a vyvíjely. Předložený příspěvek si nečiní nárok na to být studií, která by s úplností, hodnocením a citacemi vyčerpala dění v pedagogice matematiky ve druhé polovině 20. století v naší republice. Je jen svědectvím o tom, co autor sám osobně zažil, čeho se zúčastnil a na čem se podílel. Nemohl sledovat přímo práci na jednotlivých fakultách připravujících učitele ani práce publikované ve sbornících fakult, nemohl popsat podíl krajských metodiků matematiky na školení učitelů v jejich krajích, ani přínos příspěvků učitelů pro časopis *Matematika a fyzika ve škole*. Je na pracovištích, jejichž práce nebyla ve studii uvedena, aby vhodnou formou publikovali svůj podíl na vývoji pedagogiky matematiky, např. v těchto sbornících. Řada problémů vývoje může být i náplní seminárních, diplomových, disertačních a dalších prací mladých adeptů práce v našem oboru. Ze souhrnu takových prací by se měli poučit o vývoji pedagogiky matematiky jak současní a budoucí učitelé matematiky, tak odborní a vědečtí pracovníci, na nichž bude záviset, jak se bude vyvíjet vyučování matematice, její pedagogika a především jakých výsledků v úrovni žáků dosáhne. Ono totiž podle G. W. Leibnize (1646–1716) platí:

Kdo chce poznat současnost bez znalosti minulosti, ten současnost nikdy nepochopí.

1 Stav na počátku padesátých let 20. století

V první polovině 20. století u nás neexistovalo pracoviště, které by se systematicky zabývalo otázkami didaktiky a pedagogiky matematiky.

V oblasti metodiky vyučování na obecné a měšťanské škole jen jednotlivci z vlastního zájmu a iniciativy publikovali své zkušenosti a názory v pedagogických časopisech nebo i v knihách; mezi významné pracovníky tohoto období patřil např. Jan Zlámal alias H. Solitude (1886– ?).

Metodické otázky promýšleli také četní autoři učebnic počtů, např. Karel Rakušan. Ve třicátých letech se rozvinul čilý metodický ruch pod vlivem prací Václava Příhody (1889–1979). Při reformní komisi pokusných škol vznikla *Počtení sekce* vedená M. Dismanem, v níž aktivně pracovali Josef Trajer (1903–1983), Václav Tvrdek (1882– ?) a další učitelé. Ve snaze zlepšit výsledky vyučování počtům na národní škole začala Počtení sekce provádět po roce 1932 první pokusy a později pod vedením Josefa Váni (1899–1966) rozsáhlý výzkum obtížnosti tzv. početních spojů. Jeho výsledky neztratily dodnes svou průkaznou hodnotu. Podle nich byly připraveny učební materiály a postupy, které měly vést žáky od pochopení učiva co nejrychleji k jeho automatizaci. V praxi se však bohužel stávalo, že se učitelé zaměřili jen na mechanický nácvik spojů, což je ovšem pro vyučování matematice nežádoucí.

Na výběrových středních školách se metodická práce soustřeďovala na půdě *Jednoty československých matematiků a fyziků* již od konce třetí čtvrtiny 19. století. Již roku 1870 byly na prvním sjezdu tehdejší *Jednoty českých matematiků* vedle odborných přednášek i diskuse o terminologii, o didaktických, metodických a organizačních otázkách vyučování matematice a fyzice na středních školách. Již první *Zprávy Jednoty* z let 1869 a 1870 obsahovaly úlohy pro čtenáře a středoškolské studenty. Od roku 1872 vycházel *Časopis pro pěstování matematiky a fyziky* (dále jen *Časopis*), první vědecký matematický časopis v Rakousku-Uhersku. Od roku 1892 byla součástí *Časopisu Příloha* určená hlavně pro středoškolské žáky; obsahovala odborné články a úlohy z matematiky, fyziky a deskriptivní geometrie, jejichž úspěšní řešitelé byli odměňováni. Od roku 1926 obsahoval *Časopis Přílohu didakticko-metodickou* věnovanou zejména zprávám o vyučování matematice v zahraničí. Od roku 1923 vydávala Jednota pro středoškolské studenty časopis *Matematicko-přírodovědecké rozhledy*.

Brzy po mém vzniku začala Jednota budovat svou knihovnu matematických a fyzikálních publikací. V roce 1951 měla již více než 30 000 svazků včetně učebnic a 150 odborných časopisů, které knihovna získávala výměnou za své časopisy. Z této bohaté knihovny si za okupace Němci vynutili vydání 380 svazků (z původně požadovaných 960) pro své knihovny; po válce se podařilo získat je zpět.

Od roku 1873 začala Jednota vydávat středoškolské učebnice. K autorům matematických učebnic působícím mimo Jednotu (Václav Šimerka (1819–1887) – algebra, Václav Janděčka (1820–1898) – geometrie) přibyli nejprve Vincenc (Čeněk) Jarolímek (1846–1921) – deskriptivní geometrie, František Hromádka (1831–1911) a Alois Strnad (1852–1911) – sbírka úloh z algebry, Emanuel Taftl (1842–1920) – algebra.

Do hnutí za reformu vyučování matematice na počátku 20. století se u nás zapojili Ladislav Červenka (1874–1947) a Bohumil Bydžovský (1880–1969). Tito tehdy mladí středoškolští profesori byli Jednotou vyzváni, aby napsali nové učebnice aritmetiky (včetně algebry). Učebnice geometrie psali Miloslav Valouch (1878–1952) a Jan Vojtěch (1879–1953), učebnice deskriptivní geometrie Josef Pithardt (1874–1955) a Ladislav Seifert (1883–1956). V komisích Jednoty byly učebnice podrobeny přísnému posouzení ještě před úředním schvalovacím řízením; používaly jednotnou terminologii, odpovídaly požadavkům, které na učebnice kladla tehdejší pedagogická věda. Učebnice Jednoty z let 1910 až 1912 vycházely pak s menšími úpravami až do roku 1949. Zisky z prodeje učebnic umožňovaly Jednotě vydávání vědeckých spisů.

Za první světové války utvořila Jednota komisi pro reformu českých středních škol, která publikovala své návrhy roku 1921; nepodařilo se je však prosadit. Členové Jednoty L. Červenka, B. Bydžovský a Mikuláš Šmok (1880–1949) byli ve dvacátých a na počátku třicátých let členy všech úředních komisí, které připravovaly reformy středních škol. B. Bydžovský např. prosazoval, aby učební plány a osnovy měšťanských a výběrových nižších středních škol byly jednotné, aby se usnadnil přechod žáků mezi oběma typy škol. [B. Bydžovský, 1937].

Terminologická komise Jednoty připravila první *Názvy a značky elementární matematiky*, které ministerstvo školství roku 1939 schválilo jako normu závaznou pro střední školy. Jednota vlastnila i společnost Fyzma, která vyráběla učební pomůcky pro matematiku a fyziku. V roce 1941 zřídila Jednota i komisi pro metodiku matematiky. [F. Veselý, 1962]

Když po roce 1948 převzalo vydávání učebnic Státní pedagogické nakladatelství, ztratila Jednota hlavní zdroj svých příjmů a z příspěvků svých členů již nemohla vydržovat svou budovu a knihovnu; předala je roku 1951 státu ve prospěch Matematického ústavu ČSAV s podmínkou, že bude i nadále přístupná členům Jednoty.

Praxe na středních školách byla výsledkem dlouholetých zkušeností mnoha generací učitelů. Výklad nového učiva byl předáváním hotových poznatků bez přihlídnutí k tomu, jak probíhá proces učení se žáků. Následovalo procvičení a opakování učiva, zadávaly se domácí úkoly, formou ústních a písemných zkoušek se prověřovaly znalosti žáků, hodnocení výsledků mělo formu klasifikace, do roku 1936 čtyřstupňovou, pak pětistupňovou. Velmi používanou pomůckou byla *Sbírka úloh* (Bydžovský-Teplý-Vyčichlo-Vojtěch), z níž se zadávaly domácí úkoly, s učebnicí se ve vyučování nepracovalo.

Ve dvacátých letech zařazoval Q. Vetter po několika let didaktiku matematiky do přípravy středoškolských profesorů matematiky, publikoval články o tom, jak by měla vypadat didaktická příprava budoucích učitelů, o vyučování matematice v Československu uveřejňoval články v zahraničních časopisech.

Ve třicátých letech a pak i za války se do prací s vyučováním matematice zapojil profesor Eduard Čech (1893–1960) jednak články o vyučování různým tématům matematiky, jednak sérií učebnic matematiky pro 1. až 4. ročník středních škol, které vydávala Jednota. E. Čech vedl v Brně didaktický seminář a kurzy pro učitele. [J. Mikulčák, 2000]

Metodické názory E. Čecha se nejvýrazněji projevy ve vyučování geometrii. E. Čech chtěl v první řadě vzbudit zájem žáků. Cestou k tomu měly být zajímavé práce a úkoly, opření výuky o vlastní aktivní činnost, rýsování útvarů, pozorování jejich vlastností. K činnosti patřilo např. modelování přímek, rovnoběžek a kolmic překládáním papíru. Řada úloh sloužila k nácviku přesnosti rýsování. Při probírání kváдру pozorovali žáci na názorném obrázku kváдру ve 20 úlohách vzájemnou polohu hran a stěn. Formulace úloh a textů měla zpočátku postupovat po takových krocích, aby již po přečtení části textu mohl žák něco narýsovat nebo vypočítat.

Počínaje 2. ročníkem střední školy, když už žáci v propedeutice geometrie získali dostatek geometrických výrazů, bylo možno přistoupit k definicím a začínat s deduktivními úvahami. Definice a poučky nepovažoval E. Čech za vhodné vyslovovat ve formě ekvivalence, dával přednost vyslovení věty a věty obrácené s připojenými důkazy. Za velmi vhodná cvičení v dokazování považoval E. Čech důkazy speciálních důsledků obecně platných vět. Když se např. dokáže, že spojnice středů dvou sousedních stran obecného čtyřúhelníku tvoří rovnoběžník, dokazují žáci v sedmi cvičeních, jaký je tento vepsaný rovnoběžník, je-li daný čtyřúhelník obdélníkem, čtvercem, kosodélníkem, kosočtvercem,

v kterém případě bude čtvercem atd. Podle vzoru anglických škol užíval poprvé u nás označení *sss*, *sus*, *usu*, *Ssu* pro shodnost trojúhelníků, rozlišoval shodnost a určenost trojúhelníků a uváděl potřebné podmínky.

Velmi kriticky se E. Čech stavěl k tomu, že se ve škole probírají poměry a procenta odděleně od zlomků. Přimlouval se za to, aby místo *poměru* a *procent* se probírala *změna* v daném poměru, a chtěl na základě toho řešit všechny úlohy na trojčlenku a procenta. Zařazení obdobných přístupů do pozdějších učebnic však ukázalo, že toto pojetí je obtížné i pro učitele. Sám E. Čech nakonec připustil, že výpočet počtu procent je asi vhodnější přechodem přes jedno procento.

Jako přípravu k algebře považoval za potřebné užívat neznámou x již v aritmetice. E. Čech výrazně ovlivnil výuku řešení rovnic tím, že začal požadovat, aby se zkouška prováděla dosazením vypočteného čísla za neznámou do každé strany rovnice zvlášť. Před zavedením Čechových učebnic byla zkouška ryze formální záležitostí, obvykle se neprováděla; rovnice, v nichž by vypočtené číslo nebylo kořenem, se snad v učebnicích ani nevyskytovaly.

Osvobození republiky roku 1945 umožnilo uskutečnění snah, které se nepodařilo realizovat před válkou. Tak již 25. května 1945 byl založen *Výzkumný ústav pedagogický* (VÚP). V jeho oddělení didaktiky pracovali i didaktikové matematiky Josef Trajer, Václav Tvrdek a Gustav Kníže (1909– ?), v brněnské pobočce Josef Kurfürst (1907–1978). Když později vzniklo samostatné oddělení didaktiky matematiky pod vedením Vítězslava Jozífka (1905–1983) pracovali v něm K. Rakušan a A. Horáková; z jejich pera vznikla řada článků a překladů v *Matematice ve škole*. Více než dvacet let vedl oddělení Jiří Kabele (1906–1983). Při častých reformách naší školy připadal VÚP závažný úkol sestavovat osnovy a podklady pro tvorbu učebnic. Nejprve bylo nutno změnit osnovy předmětů vnucených okupanty. Tak vznikla příležitost ke sjednocení osnov škol měšťanských a nižších středních; vytvořily základ pro jednotnou školu druhého stupně (6. až 9. postupný ročník).

V roce 1945 bylo zavedeno vysokoškolské vzdělání učitelů všech stupňů škol na pedagogických fakultách. Na univerzitě se Q. Vetter pokusil přednášet didaktiku matematiky, ale nebyla moc navštěvována, nebyla z ní zkouška, byla tedy nepovinná.

Didaktické zkušenosti měli začínající učitelé získávat již zmíněným *uváděním v úřad učitelský*; to však bylo roku 1949 zrušeno. Cenným opatřením pro začínající učitele bylo bezplatné získání všech učebnic matematiky již začátkem školního roku. Na potvrzení ze školy zaslala různá nakladatelství začínajícím učitelům všechny své učebnice matematiky; např. Jednota věnovala učebnice B. Bydžovského, J. Vojtěcha, L. Červenky, *Profesorské nakladatelství* Algebru Jindřicha Muka (1871– ?), *Česká grafická unie* učebnice Josefa Vinše (1872–1956) a Bohumila Matase (1880– ?). Získané učebnice dávaly možnost studia různých metod výkladu. Jednota začala v roce 1948 místo Přílohy didakticko-metodické (příloha Časopisu) vydávat samostatný časopis *Matematika a fyzika ve škole*, dále vycházely kromě toho *Rozhledy matematicko-přírodovědecké*.

Centralizace života společnosti po roce 1949 vedla k dočasnému utlumení činnosti Jednoty. Bylo jí znemožněno vydávat učebnice, produkci učebnic i obou časopisů pro učitele a žáky převzalo nakonec *Státní pedagogické nakladatelství* (SPN).

2 Desetiletí reforem

Krátké období poválečných dílčích úprav bylo ukončeno přijetím školského zákona v dubnu 1948; bývá spojován se jménem ministra školství Zdeňka Nejedlého (1878–1962). Na pětitřídní *školu národní* navazovala jednotná čtyřletá *škola střední*. Vyšší stupeň všeobecného vzdělání poskytovala čtyřletá gymnázia, odborné vzdělání různé typy čtyřletých *škol odborných* (s maturitou), vzdělání učňů prohlubovala *odborná učiliště*.

V srpnu 1949 se v Brně konala konference Jednoty o nové koncepci vyučování matematice. Na ní E. Čech seznamoval účastníky s uplatňováním zásady vědeckosti ve vyučování matematice. Matematika měla být vybudována na vědním systému, nové pojmy se měly přesně definovat, věty (i obrácené) dokazovat, žáci se měli přesně vyjadřovat, při řešení úloh měli provádět rozbor, důkazy a diskuse. Další vysokoškolští učitelé rozváděli jednotlivá témata školské matematiky, např. Emil Mastný (1907–1960) z Brna hovořil o výkladu komplexních čísel a o definici goniometrických funkcí pomocí komplexních čísel. (Je-li $a = [a_1, a_2]$ komplexní číslo a $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, pak $\cos \alpha = \frac{a_1}{|a|}$ a $\sin \alpha = \frac{a_2}{|a|}$).

Z tohoto pojetí vyučování matematice vycházely nové učebnice matematiky pro čtyřleté střední školy (6. až 9. postupný ročník) a pro 1. až 4. ročník navazujících čtyřletých gymnázií s větví humanitní a technickou. (V humanitní větvi bylo celkem 11 hodin latiny a ve větví technické místo ní 11 hodin deskriptivní geometrie.) V práci na učebnicích vychoval E. Čech řadu spolupracovníků, kteří v dalších letech a reformách pokračovali v jeho intencích. Patřili k nim Jan Vyšín (1908–1983), Karel Hruša (1905–1971), Emil Kraemer (1910–2001), Rudolf Zelinka (1907–1965), František Vyčichlo (1905–1958) a učitelé z praxe. Učebnice představují první pokus o modernizaci vyučování matematice ve světě; řada myšlenek, které E. Čech a jeho spolupracovníci uplatnili v nových učebnicích, se začala ve světě prosazovat až v šedesátých letech.

V aritmetice *na střední škole* se uváděly jen dva základní početní výkony: sčítání a násobení. Odčítání se vykládalo jako výkon, kterým se ze známého součtu a jednoho sčítance počítá druhý sčítanec, obdobně se postupovalo při dělení. Desetinné zlomky se vykládaly až po probrání základních poznatků o zlomcích obecných (včetně součtu zlomků).

Geometrie pro 1. ročník střední školy byla vzornou propedeutikou, učitelé podle ní úspěšně vyučovali základním pojům, cvičili prostorovou představivost i přesné rýsování.

V učebnici pro 2. ročník začínal systematický kurs geometrie. Zavedly se pojmy polopřímka, polorovina, jako průnik dvou polopřímek se definovala úsečka, úhel a trojúhelník jako průnik dvou, resp. tří polorovin. V učebnici

se rozlišovaly axiomy od pouček, které je nutné dokazovat. Zkoumala se i platnost obrácených vět. Tímto svým zpracováním předběhla geometrie pro 2. ročník středních škol (7. postupný ročník) svou dobu a je dodnes ukázkou moderní učebnice. Metodické zpracování se však ukázalo jako nepřiměřené věku žáků; poučky byly označovány symboly tvaru P_6^4 a důkazy se na potřebné předpoklady odvolávaly pomocí těchto symbolů. Ani učitelé nebyli na takový způsob výkladu připraveni a vyučování nebylo proto úspěšné.

Zpracování učebnic geometrie pro 3. a 4. ročník bylo přiměřenější. Pozornost zasluhuje zejména učebnice pro 4. ročník, v níž se probírala stereometrie opřená o systém základních vět.

Polytechnické zaměření školy podporovaly učebnice množstvím cvičení, která ukazovala mnohostranné využití matematiky v praxi. Další příklady z praxe byly obsaženy i v později vydaných doplňcích k učebnicím.

Povinné vyučování matematice bylo možné doplnit i dalšími formami práce. Pro žáky, kteří měli ve svých vědomostech mezery, se zřizovaly doučovací skupiny; žáci, kteří chtěli své znalosti prohloubit, mohli navštěvovat zájmové kroužky z matematiky. V jejich námětech se vyskytovalo jak prohlubování a rozšiřování znalostí z matematiky, tak jejich praktické aplikace, historické náměty i matematické hříčky a zábavy. Tato práce se započítávala učitelům do úvazku.

Zpracování učiva v navazujících čtyřletých *gymnáziích* představuje jeden z prvních modernizačních pokusů ve světě a není dosud po této stránce plně doceněn.

V prvním ročníku byl systematicky zopakován a prohlouben pojem čísla. Při výkladu přirozených čísel se vycházelo z množinových úvah, i když se místo termínu množina čísel užívalo termínu soubor a místo kardinálního čísla konečné množiny početnost konečného souboru. Výklad o součtu dvou přirozených čísel a jeho vlastnostech se opíral o spojení dvou disjunktních souborů (sjednocení dvou disjunktních množin), výklad součinu o kartézský součin dvou množin (i když uvedený termín nebyl nikde vysloven). Komplexní čísla ve 2. ročníku gymnázia byla zaváděna jako uspořádané dvojice reálných čísel, pro které je definována rovnost, součet a součin.

Goniometrické funkce se definovaly pomocí komplexní míry úhlu. Ve třetím ročníku se začaly rozlišovat posloupnosti a řady, podrobně se probíraly nerovnosti i s absolutními hodnotami. Pojem limity posloupnosti umožnil chápat reálné číslo jako limitu posloupnosti desetinných čísel. V kombinatorice se uplatnilo množinové pojetí a řada důkazů se prováděla kombinatoricky a ne formálními úpravami jako v dřívějších učebnicích.

Ve 4. ročníku se poprvé hovoří o definičním oboru funkce. Matematicky přesně je definována limita funkce, které je pak užito k definici derivace funkce.

V geometrii se shodná zobrazení probírala skládáním osových souměrností. Velikost geometrického útvaru byla definována jako nezáporné reálné číslo, splňující jisté vlastnosti. Výklad stereometrie byl pokusem o ukázkou axiomatického výkladu matematické disciplíny. Objemy se vykládaly pomocí Cavalieriho

principu. Ve třetím ročníku se v analytické geometrii objevily parametrické rovnice přímky, zatím však bez pojmu vektoru.

Významnou pomocí našim didaktikům a učitelům matematiky bylo v té době vydávání překladů ruské knižní didaktické literatury. Uveďme *Metodiku aritmetiky* od J. S. Berezinské v překladu E. Čecha, *Metodiku vyučování matematice* od V. M. Bradise, *Metodiku řešení slovních úloh* od N. N. Nikotiny, *Aritmetiku přirozených čísel* od I. K. Andronova, *Metodiku vyučování aritmetice* od J. F. Čekmarjeva a V. I. Snigirjeva. Další práce byly dostupné v ruských originálech a zvláště cenné byly pro nás ruské překlady didaktických prací z francouzštiny, angličtiny a němčiny. Originály prací západních didaktiků byly pro nás jinak téměř nedostupné. Další materiály vycházely v časopise *Sovětská věda. Matematika-fyzika-astronomie* a v časopise *Jednoty Matematika a fyzika ve škole* (dva ročníky); pak vycházela dvacet let *Matematika ve škole* vydávaná *Státním pedagogickým nakladatelstvím*.

Současně se však začaly projevovat i některé nedostatky v systému školy. Střední škola byla jednotná pro všechnu mládež. Jednotným požadavkům však nestačili všichni žáci, chyběla diferenciace, která by umožňovala připravovat žáky rozdílně podle jejich schopností a podle potřeb dalšího vzdělávání. Učiteli středních škol se stali v naprosté většině učitelé bývalých měšťanských škol, kteří neměli přípravu odpovídající potřebám nově koncipované matematiky a neměli s takovou výukou žádné zkušenosti. Proto pořádalo ministerstvo školství od 1. října do 22. prosince 1951 dlouhodobé školení učitelů matematiky středních škol v Letovicích. Na školeních se detailně probíraly otázky vyučování podle současných učebnic. Celkově se však nepodařilo všechny učitele matematiky připravit na plnění nových požadavků ve vyučování.

Také na škole třetího stupně, tj. na gymnáziu, se ukazovala nedostatečná diferenciace v přípravě žáků pro různé obory vysokých škol a praxe. Diferenciace pouze volbou mezi latinou a deskriptivní geometrií nevyhovovala univerzitám na jedné straně a technikám na straně druhé. Ve VÚP byly proto započaty práce na hlubší diferenciaci gymnázií.

V období 1948 až 1953 vzniklo u nové vědecké instituce, *Badatelského ústavu matematického*, oddělení pro elementární matematiku, které vedl Rudolf Zelinka. Významně ovlivnil dvě oblasti didaktiky matematiky.

Byl autorem koncepce, osnov a učebnic matematiky pro státní kurzy pro přípravu pracujících na vysoké školy a obdobné školy důstojnického dorostu připravujících pracující k vojenské dráze. Intenzivní práci žáků a učitelů v celoročních internátech získali žáci možnost složit za rok maturitní zkoušku a studovat na vysokých školách. Didaktika matematiky musela přitom řešit otázky intenzivního doplnění matematického vzdělání. Řada vynikajících učitelů i didaktiků – Josef Holubář (1895–1970), František Dušek (1906–1992), Miloš Neubauer (1895–1959) – přímo v praxi hledala, jak přístupně vyložit nové učivo, jak je ve cvičeních procvičit, rozvinuli formy individuálních konzultací. [J. Kabele, 1960/61]

Rudolf Zelinka byl i duší prvních 13 ročníků *Matematické olympiády* (MO). Vznikla z podnětu E. Čecha a slovenského matematika Jura Hronce (1881–

1959); předsedou Ústředního výboru MO byl F. Vyčichlo a po něm akademik Josef Novák (1905–1999). Samostatným studiem doma i v zájmových kroužcích ve školách žáci dodnes prohlubují a rozšiřují své školské vědomosti a po úspěšném řešení soutěžních úloh postupují do krajského nebo i celostátního kola MO a nejlepší nakonec i do Mezinárodní matematické olympiády.

Když podle koncepce Zdeňka Nejedlého proběhly první čtyři ročníky školského systému, byla podle vůle politického vedení státu (proti vůli Z. Nejedlého) podle sovětského vzoru zavedena *Jedenáctiletá střední škola* (JSS) a její neúplná povinná část *Osmiletá střední škola* (OSS). Návrh zákona nebyl dán do veřejné diskuse. Pedagogičtí pracovníci, kteří s novou koncepcí nesouhlasili, museli ze školství odejít. Odešel i Zdeněk Nejedlý.

Zkrácení výuky o dva roky si vynutilo nahrazení předchozích cyklických osnov osnovami postupnými, v nichž systematické kurzy učiva začínaly v 7. ročníku a končily až v 11. ročníku a v nichž se učivo neopakovalo. Pak ovšem po povinné osmileté školní docházce opouštěli žáci školu s vědomostmi, které nebyly ucelené, neznali řadu poznatků důležitých pro praxi a probíraných až v 9. až 11. ročníku (např. podobnost, stereometrie, početní geometrie).

V autorských kolektivech učebnic se jako pokračovatelé Eduarda Čecha uplatnili František Vyčichlo, Karel Hruša, Jan Vyšín, Emil Kraemer a jiní, kteří byli v té době vedoucími pracovníky v oblasti didaktiky matematiky.

Ve vyučování se objevily další prvky modernizace obsahu jednak zařazením některých nových pojmů nebo zpřesněním chápáním pojmů dříve probíraných, jednak zvýšením požadavků na přesnost matematických úvah.

Např. nauka o dělitelnosti v 6. ročníku se měla stát podkladem pro seznámení žáků s matematickou větou, s obracením vět a s dokazováním vět; v dalších tématech se vysvětloval pojem definice aj.

Po propedeutice geometrie v 6. ročníku následoval systematický kurz v 7. ročníku. V něm se začínalo absolutní geometrií budovanou na několika základních větách bez axiomu o rovnoběžkách.

V 11. ročníku se probíraly obsahy a objemy. Znalost pojmu limita posloupnosti (z algebry) umožňovala dokázat, že vzorec pro obsah obdélníku $P = a \cdot b$ platí i pro případ, kdy a a b jsou čísla iracionální. Délka kružnice a povrch rotačních těles se počítal pomocí *Minkowského metody* opírající se opět o pojem limity posloupnosti.

Důkladné probrání komplexních čísel umožňovalo i vhodné definice goniometrických funkcí, snadné odvozování jejich vlastností a trigonometrických vět.

Uvedené rysy pojetí vyučování matematice byly pokrokové. Požadavky autorů se však dostaly do rozporu se zákony psychického vývoje dětí a s připraveností učitelů. Systematické kurzy od 7. ročníku způsobovaly, že se žákům předkládaly poznatky způsobem nepřiměřeným jejich duševnímu vývoji; žáci si je pak osvojovali v nejlepším případě jen formálně, pamětně, bez porozumění. Taková výuka neprosplávala žákům, kteří po OSS odcházeli do učňovských škol, ale ani žákům, kteří pokračovali ve studiu na JSS nebo odborných školách;

měli totiž nové vědomosti budovat na nezvládnutých základech. Ukázalo se, že metody, které jsou úsporné a elegantní z hlediska matematické teorie nemusí být nejvhodnější z hlediska psychologického; ukázalo se rovněž, že není možné naplnit osnovy učivem tak, že neposkytují čas na opakování, ani na nácvik dovedností úprav výrazů apod. Omezení aplikací zaviněné nedostatkem času způsobovalo i suchopárnost výuky. [J. Mikulčák, 1968]

Na řadu nedostatků poukazovala i *Československá akademie věd* (ČSAV). Presidium ČSAV zřídilo komisi pro otázky vyučování matematice na JSS, v jejímž čele stál akademik Vladimír Kořínek (1899–1981) a jejíž práce se zúčastnili i akademici Vojtěch Jarník (1897–1970) a Josef Novák, Vladimír Knichal (1908–1974) a další pracovníci. Komise posuzovala nejprve osnovy JSS a doporučovala v nich některé změny, které měly učinit původní návrh pro žáky přiměřenější. Mělo se tak stát např. obnovením propedeutiky geometrie v 6. ročníku, aby žáci lépe chápali systematický kurz učiva v 7. ročníku, přesunem stereometrie v matematice před výklad zobrazovacích metod v rýsování, redukci učiva apod. Komise dále recenzovala vznikající učebnice matematiky. U řady z nich poukázala na nepřiměřenost zpracování některých oddílů matematiky, a když pro krátkost lhůt nebylo možné kritizované části přepracovat, odmítla nést za ně odpovědnost. Došla celkově k názoru, že učiva je v osnovách a v učebnicích příliš mnoho a že je na mnoha místech zpracováno příliš učeně. Jednotliví posuzovatelé pomáhali pak obětavě ze soukromého zájmu autorům učebnic v úpravách méně vhodných částí.

Přípravu učitelů na změněné požadavky převzala nová pedagogická pracoviště, Krajské ústavy pro další vzdělávání učitelů přejmenované později na *Krajské pedagogické ústavy*. V nich působili krajští metodikové jednotlivých předmětů a stupňů škol; byli to zkušení učitelé připravovaní v celostátních seminářích nejprve v roce 1953 v Opavě a v roce 1954 na Richterových boudách v Krkonoších. (Již tehdy se mezi nimi výrazně projevoval František Běloun (1912–1991).) Jako první poznali na seminářích nové, ještě nesvázané učebnice, jejich autoři objasňovali pojetí učiva, navrhovali metodické zpracování výkladu. Krajští metodikové školili pak v tomto duchu učitele škol v krajích. Návštěvy metodiků v hodinách matematiky měly za úkol poznat problémy s výukou podle nových učebnic, metodikové radili učitelům, jak využít získaných poznatků na dalších seminářích k návrhům změn apod. (Krajští metodici nebyli inspektory škol, neměli ani inspektorům sloužit při hodnocení učitelů.)

Rozpory mezi pojetím osnov a učebnic a možnostmi výuky se přímo v praxi projevovaly již od roku 1954 a měly být odstraněny pomocí metodických statí z roku 1955. Učivo se v nich omezovalo např. vypouštěním obrácených vět; to byl ovšem krok zpět. Když se ukázalo, že ani tyto úpravy nestačí zajistit, aby všichni žáci mohli v budoucnosti absolvovat JSS, byly roku 1957 vydány nové pokusné učebnice opírající se o ideu akademika Otakara Chlupa (1875–1965) o základním učivu. Mělo jím být učivo, které měli, byť v rozdílné kvalitě, zvládnout všichni žáci. To vedlo k nutné minimalizaci požadavků a k nedostatečné přípravě na vysoké školy, které začaly požadovat jednoleté až dvouleté přípravné kurzy pro vstup na vysoké školy. [V. Kořínek, 1956]

Významnou úlohu ve vyučování matematice na konci padesátých let měl Miloš Jelínek (1910–1993), ústřední školní inspektor pro matematiku na gymnáziích. Byl jím od roku 1951 a z titulu této funkce publikoval řady příspěvků o všech změnách ve školských soustavách jednak v denním tisku, jednak speciálně o vyučování matematice, např. o nových osnovách v *Matematice ve škole* a v *Pokrocích matematiky, fyziky a astronomie*. Byl také autorem *Metodických statí pro všeobecně vzdělávací školy* (6. až 11. postupný ročník) [M. Jelínek, 1955]. Kritizoval formalismus ve vyžadovaných písemných přípravách, věnoval se problematice zadávání domácích úkolů, opakování učiva na počátku šestého a desátého ročníku (s Rudolfem Zelinkou) a výchovným úkolům.

Měl možnost sledovat i vyučování matematice v zahraničí a v letech 1956 až 1958 publikoval o tomto tématu deset článků v *Matematice ve škole*; objevovaly se v nich i prvé zmínky o připravovaných změnách ve vyučování matematice na Západě i v SSSR. Seznamoval čtenáře se čtyřmi knihami, které o metodách vyučování matematice napsal G. Polya (1887–1985).

Pro reformu školy se vyslovovala také Jednota. Na konferenci matematiků ve Smolenicích v září 1958 přivítala přípravu prodloužení JSŠ na dvanáctiletou školu. Navrhla zřízení *Ústřední komise pro vyučování matematice*; v jejím čele byl zpočátku profesor Josef Metelka (1912–1979) z Olomouce a později docent Jan Vyšín. Jedním z prvních výsledků práce této komise byla petice *Postavení matematiky, fyziky, astronomie a deskriptivní geometrie v učebním plánu střední všeobecně vzdělávací a polytechnické školy* z roku 1960 podepsaná za Jednotu akademikem V. Kořínkem. Požadovala se v ní hlubší diferenciacie školy vzhledem k rozdílným potřebám vysokých škol a prodloužení střední školy na čtyři roky. [M. Jelínek, 1960]

Odborné a vědecké práce

Tolik kritizované období bylo však začátkem odborné a vědecké práce v didaktice matematiky. Vědecká práce v didaktice matematiky měla být náplní *Výzkumného ústavu pedagogického*. Ten však jako rezortní výzkumný ústav byl povinen připravovat pojetí vyučování matematice a osnovy, vypracovávat podklady pro učebnice a napsané hodnotit. Protože reforem školy bylo v padesátých letech mnoho, převládaly ve VÚP práce normotvorného charakteru. Přece však v mezidobích začal Jiří Kabele provádět experimenty, jimiž zkoumal výuku sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do 100 ve druhé třídě.

Z doby první republiky se na 1. stupni školy udržela globální metoda sčítání přirozených čísel s přechodem přes desítku. Spočívala v tom, že se drilem nacvičily spoje s přechodem první desítky ($8 + 5 = 13$) a pak analogicky $18 + 5 = 23$, $28 + 5 = 33$ atd.

Jiří Kabele výzkumem prokázal možnost uvědomělého sčítání přechodem přes desítky pomocí rozkladu druhého sčítance:

$$8 + 5 = 8 + (2 + 3) = 10 + 3 = 13 .$$

Žáci pak snadno pochopili, že

$$68 + 5 = 68 + (2 + 3) = 70 + 3 = 73$$

a obdobně u odčítání. J. Kabele obhájil tuto svou výzkumnou práci jako práci kandidátskou, první u nás z oboru didaktiky matematiky.

Na tomto výzkumu se pracovníci v oddělení didaktiky matematiky učili stanovit výzkumnou hypotézu, připravit potřebné texty pro žáky a učitele, sledovat vyučování učitelů vyučujících podle pokusu i ve třídách kontrolních, připravovat písemné zkoušky všech žáků i vybraného vzorku žáků pro ústní pohovory řízené připravenými dotazníky, vyhodnocení zkoušek i dotazníků, které odevzdávali učitelé, vyslovení závěru o hypotéze. S Jaroslavem Hájkem (1926–1974) z MÚ ČSAV konzultovali výběr pokusných a kontrolních tříd i výběr vyučujících; naučili se, jak provádět náhodný stratifikovaný výběr pětiny žáků k ústním pohovorům, jak statisticky vyhodnocovat výsledky atd.

V řešení jednoduchých slovních úloh do 5. ročníku základní školy rozeznávala didaktika první republiky 22 typů vázaných na slovní vyjádření vztahů mezi údaji úlohy. Např. u sčítání se rozeznávaly dva typy přímých úloh: *kolik dohromady* a *o n jednotek více*. Obdobně následovalo 9 typů úloh na odčítání, násobení a dělení. K tomu přistupovalo 11 typů nepřímých úloh, např. *Karel měl 10 kuliček, to bylo o 3 více než měl Jan; kolik kuliček měl Jan*. Formulaci „o tři více“ znali žáci ze sčítání, ale v tomto případě vedla úloha na odčítání, což ovšem často vedlo k chybám. Metodika výkladu řešení slovních úloh měla seznamovat žáky postupně v souvislosti s probíráním početních výkonů s přirozenými čísly s různými typy jednoduchých slovních úloh, řešit je jako typové v závislosti na formulaci úlohy a v dostatečném počtu a variabilitě úloh získat zručnost v jejich intuitivním řešení. Volba početního výkonu byla tedy získána jen na slovní formulaci úloh. Rozbor učebnic z let 1933 až 1957 přitom ukázal, že řada z 22 typů úloh se v učebnicích vůbec nevyskytovala. Např. při výkladu dělení se zmenšení n -krát a porovnávání podílem objevilo až roku 1948.

Ve výzkumu, jehož se v roce 1957 zúčastnilo 3 806 žáků ze 107 tříd, se projevilo nevhodné pojetí výuky jednoduchých slovních úloh v úloze: *V sadě je 90 jabloní a 30 hrušní. Kolikrát méně je hrušní než jabloní?* Z 3 806 žáků řešilo tuto úlohu 1 310 žáků odčítáním; zaměnili otázku „kolikrát méně“ s otázkou „o kolik méně“, popř. je k omylu vedlo slovo „méně“ v zadání. Rozbor platných učebnic 1. až 5. ročníku ukázal, že otázka „o kolik více“ se při výkladu odčítání objevovala velmi často; před výkladem dělení bylo už probráno tolik dalších typů úloh na násobení a dělení, že se otázka „kolikrát více“ či „kolikrát méně“ objevovala méně často. Vůbec se neobjevila otázka „o kolik méně“ v téže úloze, aby si žáci uvědomili rozdíl v otázce. Současně se ve výzkumu ukázala důležitost slovní odpovědi, která teprve ukáže, rozumí-li žák tomu, co vypočítal. Po výpočtu $90 : 30 = 3$ odpovídali žáci nejen že hrušní je třikrát méně, ale také, že je jich třikrát více, „o tři méně“, „o tři více“, popř. i v rozporu se zadáním, že „v sadě jsou 3 hrušně“ a obdobné formulace o jabloních. Stejná byla i variabilita odpovědi na výpočet $90 - 30 = 60$: o 60 méně, 60 krát méně, 60 hrušní atd. Za zmínku stojí, že část žáků řešila úlohu i sčítáním nebo násobením. To už není jen záměna v otázce, ale nepochopení problému; přitom k volbě násobení mohlo vést slovo „kolikrát“ v zadání úlohy. [J. Kabele, J. Mikulčák, 1957/58]

Jako reakci na zjištěné nedostatky a ve snaze zdůvodnit žákům volbu početního výkonu, zpracovali pracovníci VÚP (J. Kabele, J. Mikulčák, J. Horálek (1925–1985)) výklad jednoduchých slovních úloh jako vztah celku a jeho částí v údajích úlohy. To bylo v padesátých letech ještě před pronikáním množin do školního vyučování, ale z množinového pojetí výklad samozřejmě vycházel. Tak se počítáním řešily úlohy, v nichž se celek skládal ze dvou částí, odčítáním, byli-li znám celek a jedna část, násobením, byli-li znám počet stejně velkých částí atd. Po úspěšném výzkumu znělo doporučení výkladu v tomto duchu autorům učebnic 1. stupně.

Řešení složených slovních úloh bylo vypracováno v ruské metodice matematiky; VÚP z ní převzal analyticko-syntetickou metodu. Spočívá v tom, že řešení vychází z otázky; určuje se, jaké údaje jsou nutné k zodpovězení otázky, jsou-li známy, kde je možné získat neznámé údaje, popř. z jakých dalších údajů je možné je vypočítat. Rozbor měl být zaznamenán do jakéhosi vývojového diagramu a z něho vyplýval postupný výpočet od známých údajů k hledanému (syntetická fáze řešení).

Řešení konstrukčních úloh se v období první republiky omezovalo na sestrojování trojúhelníků, čtyřúhelníků a kružnic ze základních prvků a bylo opakováním řešení předvedeného vyučujícím. Když se koncem čtyřicátých let minulého století prosazovalo vědecké vyučování v matematice a v konstrukčních úlohách se zadávaly i další prvky (těžnice, výšky, poloměry kružnic aj.), propracovali metodici na Pedagogické fakultě UK v Praze vedení docentem Janem Vyšíněm metodiku řešení takových úloh s rozбором, konstrukcí, důkazem, diskusí a narysováním zvoleného případu. Postup řešení je opět analyticko-syntetický. V rozboru se vychází z výsledného útvaru, který má být sestrojen, určuje se v něm, které prvky jsou dány a které jsou neznámé, hledají se podmínky, kterým musí vyhovovat obvykle neznámý bod, a odtud vyplývá syntetické řešení.

Konstrukční úlohy se dělily na polohové a nepolohové. V polohových úlohách byly v rovině dány prvky (body, přímky, kružnice) a úkolem bylo sestrojit všechny útvary, které splňovaly dané podmínky. Jsou např. dány kružnice a přímka, úkolem je sestrojit všechny kružnice daného poloměru, které se dotýkají dané přímky a dané kružnice. V takto formulované úloze s parametricky zadanými prvky byla ovšem nutná diskuse o počtu řešení vzhledem k poloměru dané kružnice a vzdálenosti dané přímky od středu dané kružnice na jedné straně a vzhledem k poloměru hledané kružnice. Při určitém zadání všech prvků bylo součástí důkazu rozhodnutí o počtu řešení.

Úlohy nepolohové vyžadovaly sestrojit útvar, který má dané vlastnosti. Takových útvarů může být ovšem nekonečně mnoho, umístěním jednoho daného prvku se však z úlohy nepolohové stala úloha polohová.

V těchto úlohách se využívaly množiny všech bodů dané vlastnosti (v učebnicích se tento termín poprvé objevil v roce 1953) a vznikaly proto rozpaky nad počtem řešení, když např. vyšly útvary nepřímo shodné, nebo se řešení omezovalo jen na jednu polovinu, když např. množina středů všech kružnic, které se dotýkají dané přímky a mají daný poloměr, jsou dvě rovnoběžky a uvažovala se jen jedna z nich. Nakonec bylo doporučeno uvažovat obě poloviny

a konstatovat, že konstrukcí vyšlo n řešení, a popř. doplnit, které útvary jsou přímo a které nepřímo shodné.

Při řešení konstrukčních úloh pomocí shodných zobrazení se využila indukativní metoda řešení, ale důkaz byl pak deduktivní.

Vyučování *aritmetice* pracoval Karel Hruša. Např. poměr dvou čísel byl důsledně chápán jako podíl či zlomek se všemi důsledky pro rovnost, krácení, rozšiřování. Také procenta se chápala jako poměry, to však vedlo k řadě metodických potíží a k těžkopádným řešením v úlohách z praxe. Jako typové se musely řešit úlohy o změně v daném poměru, v postupném poměru nesměl být žádný prvek roven nule, dělení veličiny v daném poměru byla rovněž typová úloha řešená podle daného vzoru. (Návrh na změnu pojetí poměrů od J. Mikulčáka nebyl dosud vyzkoušen v praxi.)

Při připravované změně jedenáctiletky na dvanáctiletku měl být k základní škole přidán 9. ročník. Problém nastal v tom, že na tříleté *Střední všeobecně vzdělávací škole* (SVVŠ) měla být fyzika od prvního ročníku a pro mechaniku v něm nepřipravila matematika předem trigonometrii. J. Mikulčák dostal ve VÚP za úkol vyzkoumat, zda by trigonometrie alespoň v pravoúhlém trojúhelníku nemohla být zařazena již do 9. ročníku základních škol. Výzkum vyžadoval výběr škol (v Praze, v krajském i okresním městě a na vesnicích), napsání a rozmnožení textu pro žáky, instruování učitelů, přípravu, provedení a nakonec vyhodnocení písemných i ústních zkoušek žáků i zkušeností učitelů.

Závěr byl jednoznačný: trigonometrie v pravoúhlém trojúhelníku může být zařazena již do 9. ročníku základní školy; výsledky zkoušek z trigonometrie byly lepší než výsledky zkoušek s úpravami algebraických výrazů, učitelé hlásili, že trigonometrii mají žáci raději než algebru, že zlepšuje prospěch žáků v matematice. Od té doby (1960) se trigonometrie v pravoúhlém trojúhelníku pravidelně zařazuje do osnov a učebnic již v 9. ročníku základní školy.

3 Desetileté období úprav

Celý vývoj školy po roce 1960 je možno charakterizovat jako napravování nedostatků a omylů reformy z roku 1953 a jejích důsledků. V prvé řadě se změnilo nazírání na jednotnou školu. Jednotnost se už nespatořovala v tom, že všichni žáci budou co nejdéle chodit do společné školy, ale v tom, že všichni žáci budou mít možnost navštěvovat školu, která nejlépe vyhovuje jejich sklonům, zájmům a schopnostem, a v tom, že žádná škola nebude slepou uličkou, na kterou by žák nemohl navázat vyšším stupněm studia až po školy vysoké.

Proto vznikla povinná *Základní devítiletá škola* (ZDŠ, I. cyklus) a diferencované školy II. cyklu: *Střední všeobecně vzdělávací škola* (SVVŠ), *školy odborné*, *školy učňovské* a *střední školy pro pracující*. Přitom i SVVŠ se dále diferencovala na dvě (původně na tři) větve, přírodovědnou a humanitní. Jako důsledek požadavku všestranného vzdělání proti převážně intelektuálnímu vzdělání na předchozí JSŠ byly do SVVŠ zařazeny dny pracovního vyučování. Měly posílit polytechnickou výchovu žáků i spojení školy se životem a umožnit těm žákům,

kterí nepůjdou na vysoké školy, zapojení do pracovního poměru v dělnických povoláních. Ukázalo se však, že SVVŠ nemůže splnit všechny požadavky, že organizace výrobní práce je obtížná, že výchovné působení výrobní práce při nasazování žáků na podřadné práce je negativní. Postupně se proto výrobní práce odbourávala. Smysluplné se však ukázaly třídy, v nichž se praxe realizovala výukou programování na počítačích.

Proti osnovám a učebnicím z roku 1953 byla v nové školské soustavě z roku 1960 obnovena cykličnost vyučování; ZDŠ měla poskytovat ucelené vzdělání. To vedlo k tomu, že učivo na prvním cyklu se nemuselo podávat v celé šíři a úplnosti jako na předchozí OSŠ a že na druhé straně nebylo ani možné řadu pojmů a pouček vyložit s potřebnou matematickou přesností. Autoři osnov a učebnic se snažili uvést v soulad požadavky dosažené vědeckosti vyučování a psychické možnosti žáků.

Osnova SVVŠ na přírodovědné větvi svým obsahem odpovídá (až na pořadí hesel) osnově čtyřletých gymnázií z roku 1948. Osnova humanitní větve neobsahuje proti ní zejména úvod do infinitesimálního počtu a úvod do počtu pravděpodobnosti. Podrobnější porovnání učebnic ukazuje, jak se dále udržely požadavky na matematickou přesnost úvah v některých tématech učiva, např. o funkcích, o limitě a spojitosti funkcí, o počtu pravděpodobnosti.

Vyučování matematice na *odborných učilištích* zapadalo do základní zásady učňovského školství: připravit učně pro povolání dělníka. Rostoucí mechanizace a automatizace výrobních procesů si však vynucovala stále vyšší nároky na úroveň odborného vzdělání; to vyžadovalo posílit úroveň všeobecného vzdělání i v matematice, avšak v souladu s potřebami odborné výchovy učňů.

Pro učňovské školy vydávalo Státní pedagogické nakladatelství vedle jednotné učebnice učební texty „Applikovaná matematika“. Vyšlo více než deset publikací, které mají charakter sbírek úloh pro jednotlivé učební obory; obsahují i ukázky vzorově řešených úloh.

Novou kvalitu ve vzdělávání představovaly *střední školy pro pracující*. Navazovaly na dvouletá a tříletá odborná učiliště a měly jejich absolventům doplnit vzdělání tak, aby získali úplné střední vzdělání. Všeobecná větev střední školy pro pracující měla po maturitě umožnit studium na vysoké škole. Odborné větve prohlubovaly odborné vzdělání z odborného učiliště na úroveň technického vzdělání na středních odborných školách s maturitou; i jejich absolventi mohli studovat na vysokých školách, především technických. Vyučování matematice na středních školách pro pracující navazovalo na matematické vzdělání na odborném učilišti a mělo být po absolvování školy rovnocenné se vzděláním na střední všeobecně vzdělávací škole.

Metody práce ve vyučování matematice se vyvinuly tradicí z potřeb a názorů dřívějších období. Charakteristickým rysem tradičního vyučování bylo, že učitel soustřeďoval svou pozornost na plnění učební osnovy, na obsah vyučování a ne na žáka a jeho způsob zvládání učiva. Učitel ve snaze vyčerpat předepsané učební osnovy užíval obvykle výkladové podání učiva, snažil se podávat poznatky a dovednosti v hotové podobě a žáci si měli tyto informace zapamatovat.

Tradiční vyučování nemělo možnost přizpůsobit se tempu učení jednotlivých žáků. Učitel přizpůsoboval své tempo jedné skupině žáků – buď nejlepších nebo častěji průměrných a slabších. To mělo ovšem v každém případě řadu nedostatků. Učitel neměl možnost zkontrolovat všechny výsledky všech žáků a tím neměl možnost odhalit nedostatky a mezery v jejich vědomostech. Někteří učitelé ve snaze odstranit tento nedostatek rozšiřovali ve svých hodinách zkoušení žáků často tak, že zkoušení jednotlivců zabíralo podstatnou část hodiny vyučování a méně času zbývalo na výklad a procvičování nového učiva. V tomto pojetí zůstávali žáci naprosto ve stínu učitele; učitel byl aktivním činitelem, žák byl poměrně pasivní a nesamostatný. Měl pouze udržet v paměti to, co mu bylo předkládáno v definitivní podobě, hotové. Přitom z prací psychologů je známo, že nejméně rozvinutá a nejméně efektivní forma učení je ta, která se opírá pouze o pamětní procesy. Jde tu zpravidla o formalistický způsob učení a myšlení, který má minimální formativní účinky.

Uvedených nedostatků si byli pedagogové a metodikové vědomi, a proto různými formami usilovali o *aktivizaci žáků*. Sem patří např. reformní snahy dvacátých a třicátých let volající po činné, pracovní škole. I v poválečných metodikách se vždy zdůrazňovala zásada aktivity žáka, ale konkretizace byla málo rozpracována. Žáci byli ve vyučování aktivní, když učitel používal metodu rozhovoru, když kladl žákům otázky, na které žáci co nejčastěji odpovídali. Tato metoda byla lepší než pasivní naslouchání výkladů učitele, ale i za velmi živé spolupráce s učitelem nemuseli se žáci příliš mnoho naučit, když učitel volil otázky tak návodné, že neponechával žákům nutnost o odpovědích přemýšlet a mohl-li přitom volat jen některé žáky.

Otázka *samostatné práce* se zužovala na řešení úloh bez současného počítání úloh na tabuli. Taková samostatná práce je vhodná při procvičování učiva, ale nevede žáky k samostatnému objevování nových poznatků a postupů, protože vyžaduje jen opakování postupů předem vysvětlených. Jinou formou samostatné práce byla práce s učebnicí. Je důležitým úkolem vyučování matematice naučit žáky učit se z učebnice, pracovat s odbornou a nakonec i vědeckou knihou, je však nutné vidět, že i zde získávají žáci poznatky hotové, jinými objevené a navíc sepsané v uhlazené formě bez všech zákrutů myšlení, které provází objevování poznatků. Systém věta – důkaz, kterým jsou psány učebnice matematiky, není vhodnou formou výcviku samostatného myšlení.

Vydávané učebnice pro ZDŠ a SVVŠ doprovázely *Metodické příručky* k učebnicím. Osvětovaly nejen změny ve výkladu pojmů, navrhovaly rozplánování učiva v průběhu školního roku, ale doporučovaly také vhodnější metody práce. Mělo být dosaženo nových kvalit ve znalostech a dovednostech žáků, žáci měli uvědoměle chápat matematické poznatky, měli je umět tvořivě aplikovat na řešení problémů praxe; toho mělo být dosaženo na základní škole skupinovým a problémovým vyučováním a na středních školách i samostatnou prací a studiem žáků. Časopis *Matematika ve škole* uveřejňoval články na uvedená témata i o programovaném učení, ale v praxi se metody příliš neprosadily.

V učebnicích 1. až 9. ročníku nalezneme příklady snahy autorů zaměřit se na nové požadavky na výuku a učení. Např. všechny učebnice se snaží zařazovat

řešení úloh z praxe. Na nižším stupni ZDŠ jsou to úlohy z běžného života žáků, z nákupů, z her, ze zemědělství. Cenné jsou úlohy, z jejichž situací mají žáci sami tvořit otázky; to je náběh k formulování problémů. Jindy se sestavují úlohy z uvedených údajů, nebo se vyhledávají nutné údaje a pak se úlohy řeší.

V učebnicích pro 6. až 9. ročník jsou úlohy z praxe četnější u témat o procentech, o diagramech, poměrech a úměrách, u početní geometrie, trigonometrie a rovnic. Obtížněji se vyhledávají vhodné úlohy u učiva jako jsou zlomky, planimetrie, mnohočleny, lomené výrazy.

Se stoupajícími znalostmi žáků z jiných vědních oborů se zařazují náročnější aplikace zejména z fyziky (tlak páry, obvodová rychlost, volný pád, Ohmův zákon, rovnováha na páce, tepelná roztažnost aj.). Účelně se zařazují i úlohy ze zeměpisu. Bezprostřední aplikací planimetrie v praxi jsou topografické práce v terénu.

Naprostá většina úloh z praxe jsou přímé aplikace probraného učiva, které se řeší podle předvedeného vzoru. Jen menšina úloh vede žáky k samostatnému řešení problému. V 1. až 5. ročníku jsou takové úlohy zařazeny mezi „zajímavými úlohami“; ve vyšších ročnících jsou jen sporadické výzvy k počítání různými způsoby, k sestavení vlastních úloh z předložených údajů, k vyhledávání údajů potřebných k řešení úloh. Při řešení úloh z praxe se však neobjasňují postupy matematizace reálných situací. I když třeba učebnice aritmetiky pro 6. ročník vysvětluje postup při řešení úloh o pohybu a o společné práci, řeší žáci další úkoly jen podle předvedeného vzoru.

Jen učebnice pro 6. ročník věnuje systematickou pozornost odhadu, kontrole a zaokrouhlování výsledků úloh z praxe.

Jako stálý problém se ukazovaly numerické výpočty zejména s desetinnými čísly probrané v 6. ročníku. V dalších ročnících se v úlohách volí malá celá čísla, aby výpočet s vícečíslicími čísly neprodužoval a neodsunoval do pozadí podstatu řešení nového problému. Při výkladu je takový názor opodstatněný, při procvičování by však měly být úlohy formulovány tak, jak jsou běžné v praxi, to je s vícečíslicími, ale i vhodně zaokrouhlenými údaji. (Na konci 20. století se však tento problém projevil v jiném světle; běžné používání počítačů téměř zcela odbouralo potřebu numerických výpočtů, vede však k potřebě odstranit nekritické přebírání mnohacíficerných výsledků z počítačky. Odhad a zaokrouhlování výsledků získalo tak nové opodstatnění.)

Důležitým úkolem matematického vzdělání je *rozvoj myšlení žáků*. Učebnice plnily tento úkol více méně implicitně, pod vlivem názoru, že vyučování matematice samo sebou rozvíjí myšlení žáků. Jediné myšlenkové úvahy, které učebnice výslovně uvádějí, jsou důkazy vět. Rozbor učebnic ukázal, že didaktické zařazení důkazů je v nich v pořádku. Začíná se s důkazy jednoduššími, jejich náročnost postupně vzrůstá a žáci sami se vhodnými úlohami v provádění důkazů cvičí: zpočátku opakují důkaz jednoho dílčího tvrzení podle předchozího důkazu jiného dílčího tvrzení, postupně dostávají za úkol dokázat důsledek plynoucí z obecné věty i jednodušší důkazy nových poznatků. Přitom se nic nedozví o zobecňování, abstrahování, konkretizaci, induktivním a deduktivním postupu a nemohou jich proto využívat při vlastních úvahách.

Na druhém cyklu škol se zvyšují požadavky na myšlenkovou činnost žáků při důkazech pouček a rozborech úloh, při konstrukcích a sestavování plánu řešení; to vyžaduje i vyšší úroveň zobecnění a abstrakce než na základní škole. Matematické myšlení se pak využívá při osvojování matematických poznatků v logickém systému, v deduktivním odvozování poznatků.

Jedním z důležitých předpokladů uvědomělého řešení úloh praxe je *funkční myšlení*. Jenže funkce se v učebnicích probírají popisně, uvedou se jednotlivé funkce a jejich vlastnosti, známé fyzikální vztahy se uvádějí jako příklady funkcí. Jen zřídka se zařazují úlohy rozvíjející funkční myšlení, např. zkoumání objemu válce nebo krychle při změně jejich rozměrů; chybí úlohy, v nichž by se hledaly funkční závislosti ze známých údajů praxe.

Prostorovou představivost necvičí učebnice vůbec; žáci ji mají zřejmě získat jako neuvědomělý produkt učení se geometrii, zvláště stereometrii.

Dílčím dokladem nového přístupu k metodám vyučování matematice jsou *Matematické* (fyzikální a chemické) *tabulky* jak pro základní školy (F. Běloun), tak pro střední školy (J. Mikulčák, L. Krkavec (1908– ?)). Ve snaze omezit mechanické, pamětné biflování vzorců a nahradit je cílevědomým vyhledáváním potřebného poučení v literatuře, zařadili autoři do tabulek všechny vzorce probírané na příslušném cyklu školy. Zdůrazňovali, že pouhé zapamatování vzorce nebo jeho opsání z tabulek nesplňuje cíle vyučování matematice, že je nutné se vzorcem dále pracovat, změnit označení ve vzorci podle zadání v úloze, správně do vzorce dosazovat, vypočítávat neznámý údaj, řešit soustavu rovnic při použití dvou vzorců, uvědoměle interpretovat získaný výsledek aj. Autoři zdůrazňovali, že vzorce, které se ve vyučování mnohokrát využijí, si žáci osvojí pamětně častým opakováním. Požadovali, aby žáci směli používat vzorce z tabulek při všech zkouškách včetně maturitních a přijímacích. (Trvalo však několik let, než vyučující přestali při zkouškách předkládat žákům staré tabulky bez vzorců, či nové tabulky se zalepenými nebo dokonce vytrhanými listy.) [J. Mikulčák, F. Běloun, 1967/68]

Jedním z problémů, které didaktika matematiky nevyřešila, je *hodnocení a klasifikace* výsledků vyučování. Klasifikační řád formulovaný na obecně pedagogické úrovni pro všechny vyučovací předměty poskytuje možnost příliš volného výkladu jednotlivých klasifikačních stupňů podle individuálních názorů učitelů. Důsledkem jsou nejednotná hlediska a rozdíly v klasifikaci od školy ke škole a často i mezi učiteli téže školy. Žák, který je „dostatečný“ a může postoupit do vyššího ročníku, má podle klasifikačního řádu „ve znalostech probraného učiva předepsaného osnovami mezery a nemůže bez větších obtíží být úspěšný při osvojování nového učiva, není samostatný v myšlení a při řešení úloh se dopouští podstatných chyb, které napравuje jen se značnou pomocí učitele; vyjadřuje se nepřesně. Jeho písemné, grafické a praktické práce mají po stránce obsahové i vnějšího projevu větší závady“; každý vyučující může zcela právem s čistým svědomím prohlásit, že s jeho velkou pomocí každý žák požadavky na dostatečnou splňuje. Takové hodnocení nevyhovuje však ani školní praxi ani společenským potřebám. [J. Mikulčák,

1961/62] Didaktika zůstává dlužna konkrétní pokyny, vysvětlivky a ukázky, jak klasifikovat v matematice.

Jistou změnou v hodnocení žáků měly být standardizované testy pro 6. až 9. ročník připravené didaktikem Františkem Bělounem a psychologem Bohumilem Hrabalem. Jedním ze základních kritérií pro tvorbu testů je validita obsahová, tj. souhlas obsahu testu s cíli vzdělávacími; uvedené testy však byly konstruovány tak, aby rozlišily žáky navzájem. V testech volili autoři tak vysoký počet testových položek, aby všechny nemohl splnit žádný žák; už toto hledisko nevedlo tedy k rozlišení žáků podle toho, zda dosáhli nebo nedosáhli cílů vzdělání, ale podle toho, kolik položek stačili vyřešit. Hodnocení žáků i kolektivů se pak provádělo porovnáním s normou vypočtenou z výsledků testu u celé populace. Žák byl tedy zařazen např. v testu M 7 do skupiny žáků „vysoce nadprůměrných“, která zahrnovala jen 10% populace; k tomuto zařazení však stačilo vyřešit jen 68% položek testu. Takový výsledek přitom nic neříkal o tom, kterých cílů vzdělávání žák dosáhl a kterých nikoliv.

Takové testy mají své opodstatnění např. při zkouškách, v nichž se má ze 200 uchazečů o přijetí na vysokou školu vybrat 100 nejlepších. Ale i v tom případě by měl být test jen jedním z kritérií, protože výkon v testu nemusí korelovat s žádoucími schopnostmi.

Izolované testy připravili Jozef Smida (* 1937) pro 9. ročník ZDŠ, V. Hališka a V. Smékal pro 5. ročník ZDŠ.

Kritický pohled na uvedené testy vede ke zdůraznění požadavků konstruovat pro potřeby diagnostiky metody, zkoušky a popř. i testy zjišťující dosažení předem stanovených cílů vzdělání. Takový úkol pedagogika matematiky dosud nevyřešila. Náznak možných přístupů obsahuje práce J. Mikulčáka uvedená v kapitole 6.3.

Vyučujícím měly pomáhat také *učební pomůcky*. Ty nebylo potřeba vyrábět v tak masových nákladech, aby byly vhodnou náplní výroby velkých podniků. Proto národní podnik *Komenium* (dříve Učební pomůcky) jen obtížně hledal výrobu malých sérií pomůcek u různých družstev. Velmi úspěšnou akcí byl dovoz esteticky i funkčně vynikajících modelů geometrických těles z bývalé Německé demokratické republiky. Z naší původní tvorby zasluhuje pozornost seriál školních filmů k vyučování funkcím od Františka Duška i slovenské filmy Karola Dubeckého (1918–1965). Školní film *Přímka v praxi* navrhl Josef Horálek.

Potřeba seznámit učitele s novým pojetím výkladu matematiky vedla k organizování různých *školení učitelů*, např. v Letovicích, v Ledči nad Sázavou, v Trenčianských Teplicích. Nejrůznější kurzy pořádala školská správa prostřednictvím *Krajských pedagogických ústavů*. Tam, kde byly jejich kabinety matematiky po dlouhou dobu obsazeny týměž pracovníkem, dosáhly v pomoci učitelům významných úspěchů. Za dlouholeté služby naší škole jmenujme alespoň Františka Bělouna, Aloise Terše (1910–1987), Miloše Thoře, Rudolfa Horáčka (1910– ?) a Jaromíra Maláče (1910–1987). Další kurzy a semináře pořádala také Jednota; osvědčila se spolupráce obou institucí.

Pro absolventy povinné devítileté školní docházky, kteří však nedokončili všech devět ročníků ZDŠ, zřídila Československá televize na počátku šedesátých let *doučovací kurz matematiky* z učiva ZDŠ. Texty připravovali didaktici matematiky pod vedením M. Jelínka. Prvé dvě lekce byly vysílány ještě živě; v dalších předtočených se jako moderátor osvědčil ředitel ZDŠ Karel Tesař (1905–1968); ten pak moderoval i další televizní kurzy matematiky. Pro tento kurz matematiky napsal Miloš Jelínek s Vlastimilem Macháčkem (1925–2005) učebnici matematiky (1951, 1958).

S R. Zelinkou napsal M. Jelínek *Matematiku pro odborná učiliště*, sám pak učebnici *Algebra pro střední školy pro pracující*, s F. Bělounem a F. Duškem napsali učebnici *Algebra pro 8. ročník ZDŠ* (1963). Ještě v roce 1981 vyšlo její 18. vydání; stejní autoři vydali k učebnici i *Metodickou příručku*.

V péči o nadané žáky plnila úkoly i nadále Matematická olympiáda (MO) vedená docentem J. Vyšínem. Vedle zájmových kroužků ve školách pořádala Jednota prázdninové kurzy a Ústřední výbor Matematické olympiády vydával každoročně brožury o jednotlivých ročnících MO se zněním soutěžních úloh, s jejich vzorovým řešením (často podle řešení úspěšného řešitele MO) i se jmény úspěšných řešitelů; obdobný obsah měla i závěrečná kapitola brožury o Mezinárodní matematické olympiádě. Vyšla i řada titulů *Školy mladých matematiků*. To jsou malé monografie o dílčích problémech matematiky, na nichž se žáci učí studovat matematickou literaturu a řešit matematické problémy zejména hledáním samostatných cest a postupů. Pro žáky se zájmem o matematiku a fyziku vycházely i nadále *Rozhledy matematicko-fyzikální*.

Novou formou péče o talenty se stalo zřízení speciálních tříd pro žáky nadané v matematice, kteří v nich dosahovali hlubších znalostí než žáci přírodovědných větví SVVŠ; žáci se speciálně připravovali pro matematickou olympiádu.

Příprava učitelů matematiky

Koncem padesátých let byla změněna koncepce přípravy učitelů matematiky. Vysoké školy pedagogické byly postupně rušeny; přípravu učitelů škol I. a II. stupně převzaly pedagogické instituty, změněné později na pedagogické fakulty univerzit nebo na samostatné pedagogické fakulty v místech, kde nebyla univerzita. Přípravu učitelů škol III. stupně převzaly Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze a přírodovědecké fakulty univerzit mimo Prahu.

Na MFF UK byla do té doby zavedena jen příprava budoucích matematiků-specialistů. Spočívala v tom, že dva roky studovali posluchači společné přednášky a cvičení a po dvou letech si katedry vybíraly studenty podle prospěchu, popř. podle jejich zájmu ke studiu specializace. (Jen z vlastního zájmu mohli někteří posluchači navíc složit i zkoušky z pedagogiky a z metodiky matematiky a získat tak i aprobaci k vyučování matematice. Metodiku matematiky vedl docent J. Holubář z VŠP.)

Když MFF UK převzala z VŠP úkol připravovat i budoucí učitele matematiky, ponechala pro jejich přípravu zavedený systém společného dvouletého základu. Pak ovšem výuka v prvních dvou ročnících vůbec nepřihlížela k tomu,

je-li vhodná i pro budoucí učitele, a od 3. ročníku získala výuka zcela rozdílné zaměření; převažovaly v něm přednášky a cvičení z pedagogiky, psychologie, didaktiky matematiky, školní praxe a z odborných přednášek zůstaly jen trosky.

Když na Katedru algebry a geometrie (vedl ji V. Kořínek) přišli didaktici matematiky především z dobíhající VŠP, začali tento systém kritizovat. I studenti, kteří přišli s úmyslem studovat učitelství, o něm dva roky nic neslyšeli; ty nejlepší si třeba po dvou letech přetáhla nějaká odborná katedra. Naopak studentům, o které žádná odborná katedra neměla zájem, nezbylo nic jiného, než přejít na učitelství. Ukázalo se však, že po dvou letech odborného studia neznali studenti ze středoškolské matematiky už ani to, s čím uspěli při přijímací zkoušce na fakultu, a že společné dvouleté odborné studium je pro budoucí učitele nevhodné. Po soustavném úsilí didaktiků byla v roce 1965 zřízena samostatná *Katedra metodiky matematiky*. (V tom ji předešla Katedra elementární matematiky na Přírodovědecké fakultě Palackého univerzity v Olomouci vedená docentem Miloslavem Zedkem (1908–2001)).

Ve změněném učebním plánu učitelského studia byly pedagogické a psychologické předměty zavedeny již od prvního ročníku, didaktika matematiky na ně od třetího ročníku navazovala a probíhaly školní praxe na gymnáziích a středních odborných školách. Odborné přednášky z matematiky měly přihlížet k tomu, jak a co bude z učiva přednášeno ve škole, cvičení k přednáškám často vedli členové katedry didaktiky matematiky. Velmi úspěšné byly v Praze přednášky z psychologie, které vedl docent František Hyhlík (1905–1981), původně středoškolský profesor matematiky a fyziky, který v přednášce využil své zkušenosti a problematiku posluchačům velmi přiblížil. Méně úspěšní byli ti pedagogové, kteří i ve cvičeních užívali příklady z výuky jazyků, dějepisu a zeměpisu.

Pro potřebu přípravy učitelů vznikly i první metodiky vyučování matematice. Nejprve Anton Dubec (1906–1975) v roce 1960 napsal *Metodiku vyučování matematiky*, pak K. Hruša a J. Vyšín vydali *Vybrané kapitoly z metodiky vyučování matematice na ZDŠ* a kolektiv vedený K. Hrušou připravil pro přípravu učitelů 1. až 5. ročníku *Metodiku počtů*. Pro přípravu učitelů středních škol vyšlo dvoudílné skriptum Jiřího Mikulčáka, Františka Hradeckého (1906–1979), M. Zedka *Metodika vyučování matematice na školách II. cyklu*. Současné vycházely obdobné publikace i pro vyučování deskriptivní geometrii. Na slovenských zněních skript spolupracoval také Štefan Malina (1919– ?).

Pro vzdělávání učitelů aktivně působících na školách mělo velký význam *postgraduální studium* učitelů. Opíralo se o předpis, že podmínkou platového postupu učitele po deseti letech praxe je absolvování postgraduálního kurzu. Konal se na fakultách připravujících učitele; trval z každého předmětu aprobace jeden rok; posluchači se scházeli jedenkrát za měsíc obvykle v sobotu a o prázdninách na dva týdny k závěrečnému soustředění. Náplní kurzu bylo jednak prohloubení znalostí z odborné matematiky v těch oborech, které se vztahovaly ke školské matematice, jednak seznámení s modernizací obsahu a metod vyučování matematice. Jako zvláště cenná se ukázala konfrontace zkušeností učitelů a nových názorů přinášných didaktiky matematiky. Absolventi kurzu odevzdali

na závěr práci podle své volby z jednoho z předmětů aprobace. Postgraduální studium skončilo v sedmdesátých letech, kdy ho nahradilo školení všech učitelů matematiky pořádané Krajskými pedagogickými ústavy a zaměřené na modernizaci školské matematiky.

Učitelé odborných učilišť měli často aprobaci jen pro II. stupeň škol. Podle předpisů si museli své vzdělání doplnit na aprobaci pro III. stupeň *dálkovým studiem* na fakultě připravující učitele III. stupně. Toto studium navazovalo na jejich předchozí vzdělání, prohlubovalo odborné, pedagogické i metodické znalosti a mělo končit diplomovou prací. Po posouzení diplomové práce z předchozího studia byla někdy uznána dřívější diplomka i za diplomovou práci dálkového studia.

K formování učitelů matematiky přispívali i profesionální matematici z řad vysokoškolských učitelů jako spoluautoři učebnic a v přednáškách pro různá školení učitelů. S cennými podněty pro práci a se svými zkušenostmi přicházeli i učitelé škol, zejména ti, kteří publikovali své názory a podněty v časopisech a v pedagogických čteních, kteří navrhovali učební pomůcky nebo pracovali jako okresní metodikové a ve výborech Matematické olympiády. V učitelské veřejnosti byli méně známí redaktori odborných časopisů a redaktori SPN, kteří se podíleli na vydávání učebnic.

Didaktika matematiky neměla přitom u nás vědecké středisko, které by řídilo nebo alespoň koordinovalo práce v našem oboru; každé z pracovišť řešilo úkoly podle svého zájmu a potřeb a jen čas od času se pracovníci setkávali při řešení konkrétního úkolu ministerstva školství, např. při psaní učebnic nebo v ústředním výboru MO.

Práci na úseku didaktiky matematiky se snažila koordinovat Jednota, která přicházela s různými podněty. V tomto smyslu byla aktivní zejména její *Ústřední komise pro vyučování matematice*. Jednu dobu pracovala i *Subkomise pro spolupráci metodiků matematiky*, která začala vydávat cyklostylovaný *Oběžník* k informaci a spojení svých členů; při reorganizaci struktury Jednoty však zanikla. Po roce 1970 se začala rozvíjet činnost Matematické pedagogické sekce Jednoty.

4 Modernizace vyučování matematice

4.1 Zahraniční podněty

Od konce padesátých let 20. století hýbaly světem didaktiky matematiky otázky modernizace vyučování matematice. *Modernizace obsahu* přinesla do školské matematiky poznatky a systém matematiky-vědy, jak je ve svých knihách o teorii množin, matematické logice a algebraických strukturách zavedli a v dalších knihách (i školských učebnicích) rozvíjeli bourbakisté. [J. Mikulčák, 1971/72] V tomto směru přinesla modernizace obsahu do školské matematiky řadu pozitivních momentů, přiblížila školskou matematiku současné vědě. Často však vedla k překotné modernizaci, od níž si mnozí slibovali zázraky. Během krátké doby bylo pod rouškou modernizace napsáno ve světě mnoho učebnic pro žáky, pro učitele, ba i pro rodiče, často z čistě komerčních důvodů;

mnohé učebnice obsahovaly chyby a nebyly prověřeny praxí. Modernizace obsahu se často zúžila na formální probírání matematických teorií, zanedbány byly aplikace matematiky v praxi, studenti nebyli vedeni k cílevědomému osvojování dovedností a k využívání matematických poznatků k řešení problémů praxe. To bylo příčinou pozdější kritiky.

Současně s modernizací obsahu se začaly prosazovat nové metody vyučování matematice, zdůrazňovalo se, že nový obsah vyučování není možné si osvojovat starými metodami. Proti dřívějšímu pamětnému osvojování předkládaných hotových poznatků matematiky se zdůrazňoval aktivní přístup žáků k objevování a osvojování poznatků. Cestou k tomu mělo být odvozování nových pojmů a postupů induktivní metodou a jejich shrnutí v teorii deduktivní cestou. Induktivní metody začínaly vzbuzováním zájmu žáků hrou, matematickou hádankou, vtipem; pokračovaly prováděním experimentů, pozorováním výsledků a vyslovováním hypotéz. Důkaz hypotézy byl již deduktivní; vyučující shrnoval poznatky, formuloval přesné znění definic a pouček, předkládal úlohy k řešení nově nabytými poznatky.

Induktivní přístup k odvozování nových poznatků mohl být realizován programovaným učením. [J. Mikulčák, 1964/65] V tištěných pokynech (převedených případně do učicích strojů) dostával žák úkoly, které byl schopen plnit svým myšlenkovým pochodem, dozvídal se ihned o správnosti své odpovědi, dostával další náročnější úkoly, dokud nedospěl k takovému souhrnu dílčích poznatků, které umožňovaly pochopení závěru o nově získaném poznatku. Složitější, tzv. větvené programy, reagovaly i na nesprávné odpovědi žáka, vysvětlovaly příčinu nesprávné odpovědi, zadávaly dodatečné úkoly a vedly tak učícího se žáka k plánovanému závěru.

Programované učení zvyšovalo aktivitu žáka při učení, umožňovalo jeho vlastní rychlost v procesu učení, informace o správnosti postupu posilovalo učení, zbavovalo strachu ze špatné známky. Ukázalo se však, že práce jen podle programů po celou vyučovací hodinu je pro žáky příliš jednotvárná, jednoslovné odpovědi v jednotlivých krocích programu nevedou k rozvoji vyjadřovacích schopností žáků, v záplavě dílčích kroků nejsou žáci schopni poznat, k čemu postup směřuje. Shrnutí je už úkolem učitele. [J. Mikulčák, 1964/65]

Programované učení je tedy vhodné v počáteční fázi učení při zkoumání jednotlivých dílčích poznatků a v závěru učení k nácviku dovedností a jejich utvrzení opakováním na několika úlohách. V našich školách se však programované učení objevilo jen v izolovaných pokusech zapálených učitelů v nauce o posloupnostech a v rýsování.

Nové metody se však ukazovaly jako žádoucí pro každé vyučování matematice, zdůrazňovalo se, že uplatňování nových metod třeba i v tradičním obsahu je pro poznání matematiky důležitější než modernizace obsahu.

4.2 Výzkum modernizace vyučování matematice u nás

Na počátku šedesátých let přivezl Miloš Jelínek, ústřední školní inspektor pro matematiku, z mezinárodních porad zprávy o nových proudech ve vyučování

matematice v zahraničí a publikoval je ve třech člancích seznamujících učitelskou veřejnost s množinově-logickým základem obsahu školské matematiky, s novými metodami učení a vyučování a o změnách ve vyučování matematice v SSSR, v NDR i u nás. [M. Jelínek, 1962/63] Inspirován těmito zprávami rozjel se roku 1962 Jan Vyšín na budapeštské symposium UNESCO a pod dojmem získaných poznatků rozvinul modernizační ruch i u nás.

V Ústřední komisi pro vyučování matematice Jednoty založil s profesorem Karlem Hrušou modernizační kroužek, v němž se nejprve studovaly zahraniční prameny a učebnice. Referáty o nich byly publikovány v odborném tisku. Kroužek začal uvažovat o možnosti zkoušet nové myšlenky i na našich školách. Byl to opět M. Jelínek, který využil svého postavení na Ministerstvu školství, a pod záštitou ministra školství a předsedy Jednoty Františka Kahudy (1911–1987) se mu podařilo prosadit zřízení experimentálních tříd. Pro ně vypracoval J. Vyšín první osnovu a učební texty, které byly rovněž v modernizačním kroužku posuzovány. Brzy se ukázalo, že rozsáhlá výzkumná práce nemůže být úspěšně vedena dobrovolnými pracovníky; proto byl v ČSAV zřízen *Kabinet pro modernizaci vyučování matematice a fyzice*, později rozdělený na kabinetů dva, samostatně pro každý z obou vyučovacích předmětů. Autoři textů a vedoucí výzkumu, učitelé vysokých škol se stali na část úvazku externími spolupracovníky obou kabinetů.

Výzkum v experimentálních třídách měl sloužit základnímu výzkumu, který měl prověřit model perspektivního systému školské matematiky a řešení s tím souvisejících problémů didaktiky a metodiky matematiky: zcela *nový obsah* výuky matematiky (úvodní poznatky z matematické logiky, teorie množin, algebraických struktur i jejich užití při změně pojetí výkladu klasických témat školské matematiky) i *nové metody* učení a vyučování založené na „objevování“ nových poznatků samotnými žáky s využitím problémového a skupinového vyučování. Tvůrci osnov a učebnic se nebáli proklamací, že je učiva možná více než mohou všichni žáci zvládnout, museli však zajistit, aby žáci experimentálních tříd nezaostali za žáky normálních tříd v ovládnutí učiva podle platných osnov. Proto žáci experimentálních tříd byli vybíráni z dobrých žáků školy, aby byli schopni zvládnout zvýšené nároky.

Experimentální vyučování začalo od školního roku 1963/64 současně v prvním a šestém ročníku základní školy a v 1. ročníku SVVŠ. Prvé návrhy musely seznamovat žáky úvodních ročníků s tím učivem, které měli ovládnout v předchozím stupni školy. Když pak do těchto ročníků dospěli žáci, kteří již prošli experimentem, bylo nutné výuku přizpůsobit. Kabinet MÚ ČSAV vydal v edičním středisku Jednoty postupně řadu experimentálních textů pokrývajících učivo matematiky všech dvanácti ročníků všeobecně vzdělávací školy.

Souběžně s výzkumem probíhaly na seminářích a konferencích Kabinetu a Jednoty porady o modernizaci, které měly za úkol koordinovat práci na různých stupních škol (pracovníků na různých pracovištích), získávat další spolupracovníky zejména z řad učitelů a zveřejňovat výsledky práce. Tyto aktivity vedly k seznamování učitelů s novým obsahem a metodami práce

a připravovaly je tak pro příští zavádění nového pojetí vyučování matematice do všech škol.

Na tvorbě osnov, experimentálních textů, na vedení výzkumu a vyhodnocování výsledků se podíleli externí spolupracovníci Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice.

Učitele experimentálních škol bylo nutné školit. Této práci se věnoval Jaroslav Šedivý (1934–1988); na základě svých zkušeností napsal pro školení učitelů nejprve skriptum, které roku 1969 vyšlo knižně: *O modernizaci školské matematiky*. Seznamuje čtenáře se základními pojmy matematické logiky a teorie množin a s jejich uplatněním v dalších matematických teoriích. Množinově logické hledisko se zde uplatňuje při řešení rovnic a nerovnic, při výrokové analýze slovního textu, v kombinatorických a pravděpodobnostních úvahách. Výklad o binárních relacích vyústí do analytické geometrie, do algebraických struktur i do abstraktní Booleovy algebry. Za teoretickými výklady vždy následují cvičení, na konci knihy jsou podrobné poznámky k jejich řešení; látku, která byla pro mnohé učitele nová, bylo totiž třeba podrobně objasnit. Tato kniha byla v sedmdesátých letech studijní literaturou při povinném školení všech učitelů souvisejícím se zaváděním nových osnov a učebnic.

4.3 Aplikovaný výzkum

O dílčí výsledky a zkušenosti uvedeného experimentu se opíral další výzkum prováděný ve Výzkumném ústavu pedagogickém. Měl za úkol

- a) odstranit izolovanost různých složek matematiky pojetím učiva na základě poznatků o množinách a přípravou žáků k chápání matematických struktur;
- b) upravit didaktický systém školské matematiky v souladu s dnešním stavem matematických disciplín; seznámit s nejjednoduššími prvky logiky;
- c) prohloubit výchovu k tvořivému myšlení, požadovat vyšší úroveň abstrakce;
- d) zvýraznit užívání odborného matematického jazyka (zavedením matematické terminologie, frazeologie a matematické symboliky);
- e) koordinovat učivo matematiky, fyziky a dalších předmětů;
- f) modernizovat vyučovací metody. [J. Kabele, 1968]

Na konci šedesátých let se nové osnovy a učebnice 1. stupně zkoušely v poloprovozu, v každém okrese pracovala podle nich již jedna škola. Tyto školy se stávaly středisky, o které se opíralo pozdější masové zavedení nových programů, jejich učitelé se v okresech stali šířiteli nových myšlenek v další etapě zavádění modernizace do škol.

Do roku 1977 dospěl aplikovaný výzkum do 9. ročníku ZDŠ, byl zakončen obhajobou a vedl k napsání série nových učebnic pro 1. až 9. ročník ZDŠ.

5 Sedmdesátá a osmdesátá léta 20. století

5.1 Modernizace vyučování matematice na školách

V roce 1969 bylo zrušeno sobotní vyučování. Snížení počtu týdenních vyučovacích hodin vedlo ke zrušení tříletých SVVŠ a k *obnovení čtyřletých gymnázií*. Tato změna se stala příležitostí k modernizaci vyučování matematice na gymnáziích; využily se přitom zkušenosti získané v experimentech šedesátých let v Kabinetu, využilo se i různých forem seznamování učitelů s novými požadavky.

Na gymnáziích dostali učitelé postupně *Komentáře*, které uváděly, jak využít učebnice předchozích tříletých SVVŠ ve čtyřletých gymnáziích a jak přitom zavést a využívat množinově logický jazyk matematiky. [Komentář, 1969] Až po několika letech dostali žáci *Sbírky úloh*, které vedle úloh a cvičení obsahovaly i znění definic a vět (bez důkazů) a vzorově řešené úlohy; sbírky zbavovaly žáky nutnosti zapisovat si věty a definice do sešitů.

V průběhu sedmdesátých let pokračovaly *Výzkumné ústavy pedagogické* (Praha – I. cyklus škol, Bratislava – II. cyklus škol) a *Výzkumný ústav odborného školství* v Praze v rozsáhlých výzkumech výuky podle pokusných osnov a učebnic na experimentálních školách. Experimentální práce ve třídách byla pro učitele velmi náročná. Procházeli školením, zpracovávali nově koncipované přípravy na hodiny, připravovali vlastní pomůcky, zadávali a vyhodnocovali zkoušky, zpracovávali své zkušenosti, věnovali se mnoha návštěvám a hospitacím.

Nové množinové pojetí výuky v 1. až 4. ročníku ZŠ vzbudilo nebyvalý zájem žáků o matematiku; lze jej přičíst i novým metodám práce, zajímavějším formám blízkým herním činnostem, motivačním přiblížením, aktivní učební činnosti žáků.

Učebnice 1. až 4. ročníku byly doprovázeny pracovními listy, v nichž žáci přímo plnili zadané úkoly, a cvičebnicemi obsahujícími řadu dalších úloh k procvičení učiva.

Žáci si však zvykli v 1. až 4. ročníku psát výpočty do předtištěných okének pracovních listů; v 5. ročníku pak měli problém s psaním do normálních sešitů, nevěděli si rady s tím, kam který výpočet napsat.

Cvičebnice pro první čtyři ročníky přinášely nejen dostatek materiálu vhodného k procvičení a aplikacím učiva, ale i náročnější úlohy vhodné pro podchycení a získání zájmu schopných a nadaných žáků.

Od 5. ročníku měli žáci navíc možnost volit si *cvičení z matematiky* nebo *matematicko-fyzikální praktikum*. V tom prvním si procvičováním utvrzovali žádoucí dovednosti, v tom druhém rozšiřovali své vědomosti např. sestavováním jednoduchých vývojových diagramů. Oba předměty měly samostatné učebnice. Žáci, kteří se připravovali ke zkouškám na střední školy, využívali velmi oblíbenou *Sbírku úloh* Františka Bělouna.

Po vyhodnocení zkušeností z pokusné výuky byly napsány nové prozatímní učebnice, které se zaváděly postupně počínaje 1. ročníkem ZŠ od roku 1976.

Když nová koncepce výuky na 1. stupni ZŠ dospěla do 4. ročníku, zaváděla se počínaje 5. ročníkem od 1. září 1980.

V obsahu se již v 6. a 7. ročníku objevila témata ze statistiky a počtu pravděpodobnosti. Goniometrické funkce se probíraly pro hodnoty argumentu α z intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$. Žáci se seznamovali s kapesními počítačky a s jejich využitím.

Kladl se důraz na rozvoj logického myšlení. Objasňovala se struktura matematické věty, žáci poznávali přímý i nepřímý důkaz, na základě pokusů vyslovovali domněnky a dokazovali je, byli vedeni k tomu, aby dovedli formulovat problémy, analyzovat je z matematického hlediska a volit vhodné prostředky k jejich řešení. Základní metodou se stala samostatná práce žáků řízená učitelem, skupinové práce žáků, práce ve dvojicích, problémové vyučování, řízené experimenty k uplatnění badatelsko-objevitelské činnosti žáků. K tomu sloužila speciální učebnice a speciální učební pomůcky.

Prozatímní učebnice prověřovala sama praxe, zkušenosti učitelů se promítaly do tvorby definitivních učebnic; od školního roku 1984/85 byly postupně zaváděny do 1. ročníku základní školy.

Pro *gymnázia*, která byla na modernizaci vyučování matematice připravována již od počátku sedmdesátých let, byly v letech 1977 až 1981 vydány nové učebnice v osmi samostatných sešitech. Současně s vydáním těchto učebnic pro žáky byly vydány odpovídající metodické příručky pro učitele. V nich mohli autoři učebnic prezentovat cíle vyučování jednotlivých témat a nakonec i jednotlivých hodin, cílům přizpůsobit a doporučit vhodné motivace, výklad učitele i možnosti samostatné práce žáků při osvojování učiva, vhodné pomůcky i vhodné úlohy k vzorovému řešení i k procvičování. Tyto učebnice dovršily umírněnou variantu modernizace vyučování matematice na našich gymnáziích.

V *metodách práce* se preferovaly vyučovací postupy, které vedou k aktivnímu osvojení poznatků: samostatná práce žáků při osvojování a upevňování poznatků, užití problémového učení a skupinová práce. Individuální práci žáků podporovaly sbírky úloh. Žáci se učili využívat i různé přehledy vzorců, tabulky, encyklopedie a dostupnou odbornou literaturu. Aktivita neměla být zaměřena pouze na úsilí naučit se, ale měla být spojena s hledáním podstaty věcí samostatným myšlením a činností. Kdykoliv to bylo možné, předkládalo se učivo ve formě otázek a problémů, jejichž řešení je úkolem žáků.

Řešení problémů má několik úrovní. V první úrovni vytyčuje a formuluje problémy sám učitel, žáci mají samostatně najít jen způsob řešení problému. (*Dokažte, že součet velikostí vnitřních úhlů v každém trojúhelníku je 180°.*) Na druhé úrovni žák neví, k jakému výsledku má dojít. (*Zkoumejte součet velikostí vnitřních úhlů v trojúhelníku.*) Taková práce může probíhat např. ve skupinách a vede k řešení úkolu v kolektivech. Jedna skupina může zkoumat úhly v pravoúhlém trojúhelníku, jiná v rovnostranném, další v obecném. Žáci pracují induktivními postupy, měří velikosti úhlů úhloměrem, sestavují součet úhlů graficky. Výsledky své práce předvedou skupiny ostatním. Hypotézu vyplývající z práce je pak nutné deduktivně dokázat. Možná, že důkaz bude muset provést učitel, ale zjištění, že při přesné práci musel všem skupinám

vyjít součet 180° , má i emotivní význam. Na třetí úrovni musí žáci problém sami vyhledat a pak formulovat. V úloze „zkoumejte vlastnosti vnitřních úhlů v trojúhelníku“ mohou žáci dospět k různým vztahům; pak je na učiteli, aby zaměřil pozornost na problém, který chce řešit.

Tento typ problémů byl jednou z metod učení v experimentálním vyučování. Než žáci přistoupili k novému učivu, dostali přípravné úkoly. V situacích, které jsou jim známé, řešili různé úkoly, prováděli různé činnosti a „objevili“ novou vlastnost zkoumaných útvarů, množin apod. Učitel výsledek shrnul, správně formuloval, dokázal, zavedl nový termín a pak nový poznatek utvrzoval dalšími úlohami.

Takto ovšem není možné učit celou matematiku; žáci nemohou vlastní prací objevit vše, co lidstvo získalo mnohatisíciletým vývojem. Je tedy na učiteli, aby vzhledem ke zkušenostem a úrovni svých žáků sám rozhodl, ve kterých částech učiva je účelné navodit u žáků proces objevování, který vyvolá zájem o řešení problémů. Práci učitele by napomohly sbírky vhodných problémů, které by k uvedené práci podněcovaly.

Čas potřebný k problémovému vyučování je možné získat např. omezením pamětného učení, využitím tabulek a vzorců a uplatňováním programovaného učení ke snížení času potřebného k nácviku dovedností a algoritmů.

Nedílnou součástí vyučování matematice je *užití matematiky k řešení úloh a problémů praxe*. Řešení takových problémů vyžaduje

- najít v reálné situaci kvantitativní vztahy, prostorové formy, matematické struktury apod.,
- formulovat nalezené vztahy matematickými prostředky (tj. přeložit situace popsané hovorovým jazykem nebo jazykem některé vědy či techniky do matematické řeči),
- formulovat matematické znění problému,
- řešit matematický problém matematickými prostředky,
- výsledky řešení matematického problému interpretovat zpět do reálné situace,
- zjistit, zda nalezené řešení je i řešením daného reálného problému.

Soubor těchto činností nazýváme *matematizací reálných problémů* a je to jeden z úkolů výuky matematice. Zásadní problém je však v tom, že žáci potřebují znát obory, do nichž matematizované situace zasahují. Na národní škole je proto snadné matematizovat situace o nákupech v obchodě, jejichž mechanismy žáci znají z denní praxe. Obtížně mohou později řešit např. úlohy o směsích pomocí procent, když ve fyzice nebo v chemii význam směsí nepoznali. Proto v matematice zdůrazňujeme, že matematizace reálných situací z různých vědních oborů a techniky je prvořadým úkolem dalších vyučovacích předmětů. Matematika pro ně musí předem připravit potřebný matematický aparát, ale nemůže v matematice např. rozebírat kvantitativní vztahy z chemické rovnice, formulovat a řešit matematickou úlohu v době, kdy žáci ještě ani chemii neměli. Neprovede-li však chemik podrobně matematizaci

uvedeného problému, nemůže si pak stěžovat, že žáci neznali třeba trojčlenku; oni ji patrně nedovedli sestavit z chemické úlohy, řešit by ji už dovedli. Úlohy z praxe mohou však být později vhodné při opakování a shrnování učiva matematiky ve vyšších ročnících.

K plnění uvedených úkolů se doporučovalo předem

- cílevědomě stanovit cíle vyučování v tématu a vyučovací hodině,
- uvědomit si klíčové body, poznatky a činnosti postupů, kterými bude cíle dosaženo,
- předem prověřovat, ovládají-li žáci potřebné poznatky a činnosti, popř. předem nedostatky odstraňovat,
- co nejčastěji zařazovat samostatnou práci žáků k bezpečnému ovládnutí nových poznatků a činností a ke zjišťování úrovně ovládnutí učiva.

To jsou rysy programovaného učení a vyučování i bez učících programů a učících strojů.

Zvláštní pozornost se věnovala otázkám *užití symbolů* ve výuce matematiky. Na jedné straně se zdůrazňovala zásada, že symboly se mají užívat všude, kde mohou nahradit slova, na druhé straně se zdůrazňovalo, že modernizace vyučování matematice není závislá na množství užívaných symbolů. Závěr našich didaktiků je kompromisem mezi oběma stanovisky. Tam, kde by slovní vyjádření bylo těžkopádné, je možné zavést a užívat příslušný symbol. Přemíra symbolů by na druhé straně vedla k formalismu a zdlouhavým překladům symbolů do běžné řeči; pak je vhodnější užít rovnou slovní vyjádření vztahů místo symbolů. Řešení problému je dáno stupněm a typem školy i úrovní žáků. Zcela jinak se budou využívat symboly na základní škole a na středních odborných učilištích a jinak ve třídách pro žáky talentované v matematice.

V roce 1981 byla koncepce projektu matematického vzdělání z roku 1976 podrobena kritice. Ke koncepci projektu nebyly připomínky, velmi kritické však byly hlasy ke konkretizaci projektu v osnovách, v učebnicích a v experimentálním ověřování. Nejzávažnější připomínka se týkala nepřiměřeného množství učiva na všech stupních a typech škol; učitelé stačili učivo nejvýše vyložit, nezbyl již čas na jeho procvičování a na řešení problémů. Za takové situace se samostatná práce žáků stala spíše módním hitem hodnocení učebnic a práce učitele než realitou ve vyučování.

Kladně se hodnotilo dělení třídy na gymnáziu v jedné hodině matematiky týdně. To umožnilo aktivnější zapojení žáků do vyučování a individuální péči. Je jen škoda, že dělení třídy bylo často dáno potřebou dělit žáky do skupin podle jazyků aj.; dělení podle potřeb matematiky by umožnilo mít v jedné skupině žáky, kteří potřebují spíše procvičování učiva a ve druhé skupině žáky schopné samostatné práce.

Když dospělo experimentální vyučování podle projektů VÚP k prvnímu ročníku gymnázia, navázalo na ně vydávání nové série gymnaziálních učebnic (po roce 1984). Matematika měla v 1. až 4. ročníku 4 + 5 + 4 + 5 hodin týdně a ve

čtvrtém ročníku 3 hodiny týdně pro volitelný předmět zaměřený buď jako matematický seminář nebo na praktická cvičení z matematiky. Od 1. do 4. ročníku si mohli žáci volit nepovinný předmět *Cvičení z matematiky* (2 hodiny týdně) se zvláštními učebnicemi pro I. a II. ročník a pro III. a IV. ročník.

V souladu se zahraničím byl v učivu patrný odklon od převážně abstraktního pojetí, výrazně se uplatňovaly aplikace matematiky a v souvislosti se stále větším použitím výpočetní techniky i trend k algoritmizaci.

Didaktický systém byl spirálovitý. Umožňoval vedení žáka od experimentální etapy přes etapu řešení úloh napodobováním až k lokální dedukci a uspořádání poznatků. Proces vrcholil příklady izomorfismu struktur a vytvářením modelů. Důsledně se užíval množinově-logický jazyk matematiky.

Mezipředmětové vztahy se výrazně projevovaly v tom, že pojmy, s nimiž se žáci setkávají v matematice a v dalších předmětech, se budovaly tak, aby vyhovovaly potřebám všech vyučovacích předmětů. Sem patří např. pojem vektor, funkce aj.

Série učebnic z r. 1977 a z r. 1984 psaly kolektivy autorů. Kapitoly zpracovávající množinově logický jazyk matematiky připravoval J. Šedivý, který si ponechal i závěrečné shrnutí učiva v maturitním ročníku. Učebnice 4. ročníku gymnázia měla poskytnout ucelenou představu o matematice jako vědě a o matematice jako nástroji k řešení úloh. Proto v učebnici výstižně popsal vývoj matematiky, zrod a vývoj matematických teorií, vytváření modelů teorií a situací a ukázal je na řadě příkladů. Pak v šesti kapitolách rekapituloval závažná témata 1. až 3. ročníku gymnázia; spojováním poznatků, vystižením metod, zdůrazněním vztahů vynikla struktura teorií umožňující i prohloubení poznatků.

Všechny uváděné série učebnic pro gymnázia ovlivnily i současně vznikající učebnice pro odborné a učňovské školy. Sedmé a osmé desetiletí 20. století bylo tedy mimořádně bohaté na tvorbu učebnic, do níž byly zapojeny desítky autorů, mezi nimi velký počet učitelů. Rovněž v recenzním řízení uplatnily desítky učitelů své didaktické zkušenosti. Tvorba téměř stovky titulů učebnic matematiky a metodických příruček vyžadovala také mnoho usilovné práce od redaktorů *Státního pedagogického nakladatelství* v Praze a *Slovenského pedagogického nakladatelstva* v Bratislavě.

V letech 1977 až 1982 byla nová koncepce vyučování matematice ověřována také na 26 *středních odborných školách*. Po ukončení experimentu se k návrhům osnov vyjadřovali učitelé škol i různých institucí. Obdobně probíhal výzkum i na *středních odborných učilištích*. Osnovy takových škol měly několik variant podle náročnosti různých oborů na matematické vzdělání; na SOŠ měla matematika 10 až 13 hodin v průběhu 4 let studia.

Varianty učebních osnov měly společnou koncepci výkladu matematického učiva a srovnatelný obsah učiva s gymnázii. To vycházelo z požadavku integrace vyučování matematice na středních školách. Bylo ovšem nutné zohlednit specifické postavení matematiky na SOŠ, kde má matematika plnit jak funkce všeobecně vzdělávací, tak funkci průpravnou pro potřeby odborného vzdělání.

Proto se osnovy lišily částečnou diferenciací v posloupnosti probíraného učiva a v zařazení určitého počtu hodin na tzv. specifické učivo v prvních dvou ročnících podle potřeb odborných předmětů. Velký důraz se kladl na uplatňování vědomostí a dovedností na řešení problémů praxe.

Na SOŠ i SOU byl ve všech ročnících nebo ve třech vyšších ročnících zařazen i dvouhodinový předmět *Cvičení z matematiky*. Předmět měl výrazně rozvíjet matematické schopnosti žáků, byl určen především pro ty žáky, kteří chtěli po maturitě studovat na vysokých školách převážně technického zaměření.

Hodnocení a klasifikace

Milan Čížek a Karel Šindelář (1923– ?) v roce 1984 zdůraznili, že hodnocení učebních výsledků je složitým a zároveň velmi závažným problémem, neboť kvalita hodnocení výrazně ovlivňuje efektivnost vyučování. Museli však konstatovat, že ani v roce 1984 neznáme úplný systém kritérií efektivnosti vyučování, ani způsob, jak jej zjistit. Podstatně rozvádějí funkce hodnocení, kritizují současný stav a nakonec i správně nastiňují, jak by mělo hodnocení vypadat, jaké požadavky má splňovat, ale ponechávají na učiteli, aby si podle uvedených kritérií sám připravoval např. vhodné písemné zkoušky.

František Běloun a Květa Sovíková (1937–1989) připravili pro tříletá SOU kontrolní práce z matematiky pro tříleté nově koncipované obory. Obsahují návrhy čtvrtletních prověrek, náměty na vstupní analýzu znalostí žáků přicházejících na učňovské školy z různých základních škol i hodnocení závěrečného opakování. K. Sovíková připravila obdobné sady zkoušek pro 5. až 8. ročník ZDŠ. [K. Sovíková, 1980/81 až 1985/86]

Otázce hodnocení se od roku 1962 věnoval Jiří Mikulčák. V závěrečné výzkumné zprávě z roku 1975 k řešení státního úkolu vytyčil cestu k zefektivnění vyučování matematice v rozlišení učiva základního, rozšiřujícího a prohlubujícího. Přitom za základní učivo považoval to učivo, jehož bezpečné ovládnutí všemi žáky příslušného stupně a typu školy zaručuje splnění výchovně-vzdělávacího cíle výuky. Orientaci učitelů i žáků na základní učivo spatřoval v jednoznačném slovním formulování cílů, jichž má být dosaženo, a uvedením úloh, jejichž řešením prokáže žák dosažení cíle. Prosazoval tento názor na nejrizičnějších konferencích Jednoty a nakonec na konferenci o efektivitě vyučování matematice v Pardubicích. Podnětů se chopili učitelé matematiky východočeského kraje a za vedení Josefem Kubátem (* 1942) vypracovali roku 1988 soubor 26 materiálů, které uvedeným způsobem pro jednotlivá témata osnov formulují základní učivo středních škol. [J. Kubát, 1992] V úvodu každé části uvádějí i dřívější učivo, jehož znalost je předpokladem k úspěšnému zvládnutí nového učiva, a na závěr zařadili i návrh písemných zkoušek k prověření výsledků a jejich hodnocení. Sama pedagogika s určitým zpožděním ve stejném duchu začala propracovávat a prosazovat tzv. *standardy* ve všech předmětech. Standardy z matematiky pro 6. až 9. ročník však neobsahují úlohy, ale podrobné znění toho, „co by měl žák umět“. Prosazení ideje do každodenní praxe by mohlo vést k vyšší efektivitě vyučování. [E. Fuchs a kol., 2004]

5.2 Učební pomůcky

Jedním z prostředků, které mohly přispět k přiblížení učiva matematiky žákům, bylo využití učebních pomůcek. Národní podnik *Komenium* v Praze a *Učebné pomůcky* v Banské Bystrici vykonaly v tomto směru v sedmdesátých a osmdesátých letech mnoho užitečné práce. V její pražské odborné komisi (vedl ji F. Běloun) se posuzovaly a k výrobě doporučovaly návrhy nových pomůcek, které předkládali učitelé z praxe, autoři učebnic a didaktici.

Z šedesátých let byly k dispozici filmy F. Duška k vyučování funkcím. Trikové záběry umožňovaly názorně předvádět transformace základních funkcí posunutím ($y = f(x + a)$, $y = a + f(x)$), využitím souměrnosti podle osy x i y ($y = -f(x)$, $y = f(-x)$), i grafů $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$, grafy inverzních funkcí v téže soustavě souřadnic aj. Náplň filmů byla tedy velmi vhodná, avšak její využití ve vyučování bylo obtížné. Filmy se musely vypůjčovat a dovážet z krajské půjčovny školních filmů, a protože je v tutéž dobu potřebovaly všechny školy, nebyly vždy k dispozici. Promítání filmů vyžadovalo instalaci promítacího přístroje v učebně a její zatemnění; to bylo snadno splnitelné tam, kde byla pro výuku matematiky trvale vybavena speciální učebna. Film shrnoval vše, co jsme uvedli shora, v důsledku toho byl dlouhý; mohl sloužit k motivaci výkladu ukázkou toho, co se bude probírat, a ještě vhodněji ke shrnutí učiva, které bylo o funkcích probráno. Promítané krátké úseky filmů mohly ovšem pomoci při výkladu dílčích jevů, bylo to však možné opravdu jen ve specializované učebně.

Vhodným doplňkem nebo i náhradou filmů se ukázaly transparenty pro zpětné projektory, když n.p. Meopta začal do škol dodávat projektor *Meotar*; umožňoval promítat předem připravené nebo i na místě kreslené transparenty na zeď nad tabuli bez zatemnění. Ještě v době, kdy byl u nás k dostání jen těžký maloformátový projektor *Belsazar* z NDR, prozkoumal jeho možné užití ve vyučování matematice J. Mikulčák [J. Mikulčák, 1967/68]. Jeho návrhy transparentů vzbudily pozornost i v samotné NDR. Pro náš projektor Meotar navrhl pak dvě série transparentů k funkcím. Na základním transparentu byl v kartézské soustavě souřadnic např. graf funkce $y = x^2$; na přidané volné folii již bez soustavy souřadnic byl jinobarevný graf téže funkce a transformace funkcí bylo možné demonstrovat posuny a překlápěním volného transparentu. Součástí dodávky byly i volné transparenty s grafy funkcí $y = 2x^2$, což umožňovalo další ilustrace k výkladu.

Transparenty k výkladu goniometrických funkcí připravovaly např. užití goniometrických funkcí k řešení trojúhelníků. Na promítaném pevném transparentu bylo několik pravoúhlých a na jiném obecných trojúhelníků v různé poloze, s různým označením stran a úhlů. Žáci v jednotlivých pravoúhlých trojúhelnících stanovovali goniometrické funkce určených úhlů, v obecných trojúhelnících využívali goniometrické věty. Na přiklopitelné folii byly v jednotlivých trojúhelnících barevně vyznačeny zadané prvky a žáci určovali, kterou funkci nebo větu použijí k výpočtu dalších prvků.

J. Mikulčák navrhoval pak sám nebo ve spolupráci s autory nových učebnic řadu dalších souborů transparentů s návodem k použití pro jednotlivé ročníky od šestého do třináctého.

Významnou změnu v užití filmů mohlo znamenat zavedení *kazetových projektorů KP 8 Super*. Umožňovaly projekci třiminutových smyček němých filmů na vhodnou plochu, a to bez zatemňování, třeba jen na stěnu učebny. Projektory byly lehké, kazety s filmem do nich malé, měla je každá škola v kabinetě, učitel mohl vše snadno přinést do učebny v ruce; obraz se dal zastavit na kterémkoliv místě, filmová smyčka se mohla promítnout i několikrát za sebou, vyučující doplňoval promítané vlastním výkladem. J. Mikulčák navrhl vhodné úseky již existujících filmů F. Duška a J. Horálka k převedení na filmové smyčky. Navrhoval pak nové smyčky k nově vydávaným učebnicím a psal k nim metodické průvodce.

Nevýhodou transparentů i filmových smyček bylo, že žáci jen sledovali a popisovali promítané; v sešitech mohli jen v rychlosti neuměle načrtnout předváděný graf. J. Mikulčák proto navrhl výrobu šablony (která se vyrábí dodnes), na níž je ve výřezích 14 grafů základních funkcí s vyznačením jejich umístění v systému souřadnic. Obtažením výřezů získali žáci přesné a esteticky vyhlížející grafy nejen základních funkcí, ale i řady dalších funkcí vzniklých jednoduchými transformacemi, např. $y = 2^x$, $y = (\frac{1}{2})^x$, $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Je nutné zdůraznit, že o zefektivnění vyučování matematice nerozhodovala kvantita a kvalita používaných pomůcek, ale účelnost a účinnost jejich využití metodickou prací učitele.

V počátcích počítaček se ve školství uvažovalo o tom, jaké *počítačky* objednat pro celé třídy, jak je přenášet ze třídy do třídy, jak jednotně dobíjet v kabinetě přes noc apod. Život však byl rychlejší než školská správa. Žáci si zakoupili počítačky sami a začali je užívat. Vyučování může proto jen seznámit žáky s možnostmi počítaček a musí přenechat jim samým, aby se s obsluhou vlastní počítačky seznámili podle jejího manuálu. Vyučování má práci s počítačkami usměrňovat, má vést žáky k odhadům výsledků výpočtem s jednocifernými čísly zpaměti, k zaokrouhlování výsledků podle potřeb praxe, má varovat před nekritickým opisováním mnohaciferných výsledků a vést k využívání možností počítaček při různých výpočtech. Ukazuje se, že užívání počítaček vede k rozdělení žáků do dvou skupin; nezná-li žák postup řešení úlohy, počítačka mu nepomůže; žáci, kteří znají postup řešení, provedou výpočet rychle bez numerických chyb. [J. Mikulčák, 1978/79]

Učební pomůcky dostávaly školy formou ústřední rozesílky z prostředků MŠ ČSR a ústřední dodávkou na základě objednávek ONV; část pomůcek, zejména duplikáty a náhrady nefunkčních pomůcek si školy objednávaly ze svého rozpočtu. Velké množství pomůcek je možné efektivně využít jen v odborných učebnách, které mají přilehlý kabinet; na přenášení potřebných pomůcek nestačí přestávka mezi hodinami.

Nové možnosti zpestření výuky i zkvalitnění výkladu poskytovala *Česká televize*. V dopoledních hodinách pravidelně uváděla krátké pořady se vzorovým výkladem vhodných úseků učiva matematiky. Při vhodně sestaveném rozvrhu hodin mohly být relace zařazeny přímo do vyučování. To vždy nevyhovovalo probírání učiva, a proto bylo vhodnější natočit vysílané pořady na kazety a zařazovat je do výuky v potřebný čas pomocí uzavřeného televizního okruhu.

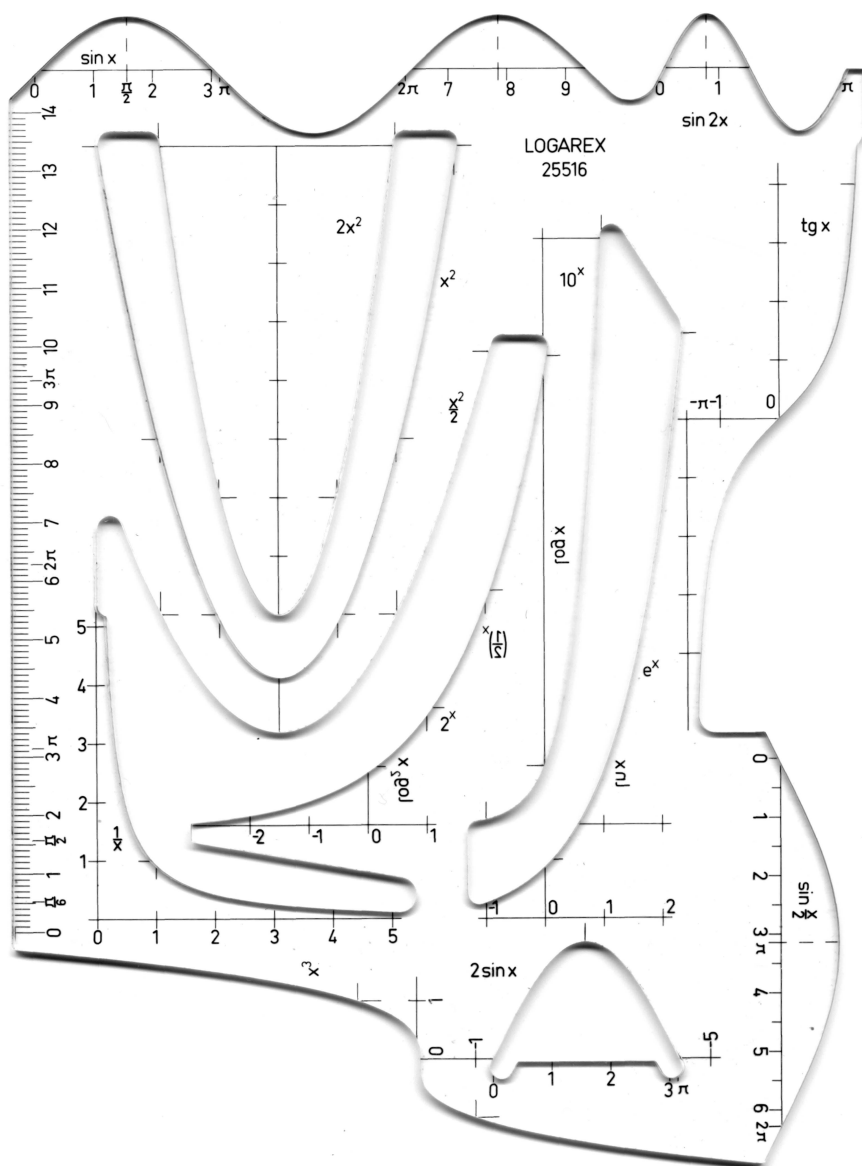
PŘÍKLADY POUŽITÍ
ŠABLONY GRAFŮ FUNKCÍ

LOGAREX 25516

KOH-I-NOOR HARDTMUTH, o. p.

závod 05 – LOGAREX

ČESKÉ BUDĚJOVICE



Nečekaně kladný ohlas měl čtyřletý televizní cyklus *Matematika převážně vážně* v letech 1979 až 1982. Studia Praha, Ostrava, Brno a Bratislava připravila každý školní rok po deseti lekcích (40 lekcí za rok, 160 lekcí za celý cyklus), v nichž se podle předem vypracované osnovy probíralo modernizované učivo matematiky středních škol.

Osvěžením výkladu bylo zapojování diváků, role inteligentně reagujícího redaktora, vystoupení známých umělců apod. Učitelé škol byli v Učitelských novinách předem informováni o jednotlivých lekcích, aby mohli na pořad upozorňovat své žáky. Texty lekcí otiskoval časopis *Československá televize*.

Ohlas diváků dokládalo velké množství řešitelů úloh zadávaných k domácímu cvičení; řešení se zasílala do televize, tam se odpovědi hodnotily a vylosování řešitelé dostávali odměny.

V pražském studiu měl při tvorbě lekcí hlavní slovo J. Šedivý, na obrazovce vystupoval Jindřich Vocelka. Jako autoři lekcí a současně i jako učitelé vystupovali na obrazovce v ostravském studiu Oldřich Odvárko (40 lekcí), Jiří Mikulčák a Emil Calda (po 20 lekcích).

5.3 Péče o nadané žáky

Ve sledovaných letech u nás vzrostla péče o žáky, kteří měli zájem o matematiku. Na základních školách existovalo více než 100 tříd s prohloubeným vyučováním matematice. K tradičním gymnáziím s rozšířenou výukou matematiky (Praha, Bílovec, Bratislava, Žilina, Košice) přibyla další gymnázia v každém kraji republiky. Pro ně bylo vydáno více než 20 speciálních učebních textů.

Zvýšila se péče o talentované žáky v rámci matematické olympiády. Podnětem k tomu byly trvale slabé výsledky československých účastníků na Mezinárodní matematické olympiádě na konci šedesátých a na počátku sedmdesátých let. Příčinou neúspěchů nebyla menší schopnost našich soutěžících ve srovnání se soutěžícími ze států s tradičně dobrými výsledky, jako byly např. SSSR, MLR apod.; příčinou byla nedostatečná příprava a malá soutěžní zkušenost. Proto zřídil *Ústřední výbor Matematické olympiády* od školního roku 1974/75 pro nejtalentovanější řešitele celostátní korespondenční seminář. Nastoupená cesta brzy přinesla zlepšení našich výsledků v MMO. Úspěšným obdobím byla např. léta 1979 až 1983, kdy z 21 československých soutěžících v MMO získalo některou z udělených cen 19 žáků, z nichž tři získali dokonce první cenu.

Ústřední výbor MO pokračoval ve vydávání brožur o jednotlivých ročnících MO a knihovnice *Škola mladých matematiků* (více než 60 svazků). Vydal i několik brožur s vybranými úlohami různých kategorií MO.

Od školního roku 1984/85 byla MO postupně zaváděna i do tříd základní školy. Pro zájemce o MO pořádaly pobočky Jednoty ve spolupráci s Krajskými pedagogickými ústavy přednášky a letní školy, zájem širších mas žáků 5. až 8. ročníku o řešení úloh z matematiky povzbuzovala Jednota od roku 1978 pořádáním soutěže *Pythagoriáda*.

5.4 Příprava učitelů

Didaktika matematiky byla obsahem přednášek a cvičení při přípravě učitelů na fakultách. Při nich se využívala vydaná skripta; praktické zkušenosti získávaly skupiny posluchačů ve školních praxích v délce 5 týdnů na gymnáziích a středních odborných školách. Na svá vystoupení psali posluchači přípravy, výstupů se zúčastňovala celá skupina, po hodinách se konal pohovor o kladech a nedostatcích shlednutých hodin. Na konci praxe hodnotili fakultní učitelé schopnost posluchačů k vyučování, jejich přípravu, vedení hodiny, schopnost poučit se z vlastních chyb, schopnost improvizace. V 5. a 8. semestru získávali posluchači za praxi zápočet, v 9. semestru byli již i klasifikováni.

Do učebních plánů učitelského studia byla zařazena i čtyřtýdenní odborná mimoškolní praxe posluchačů. Někteří posluchači získávali zkušenosti pro práci s mládeží jako skupinový nebo oddílový vedoucí kolektivů např. v letních matematických táborech, jako cvičitelé ČSTV, vedli zájmové kroužky, byli členy kulturních souborů. Jiní ve Státním pedagogickém nakladatelství kontrolovali výsledky cvičení v učebnicích, někteří zpracovávali výzkumné materiály ve Výzkumném ústavu pedagogickém, v Kabinetě MÚ ČSAV nebo přímo na katedře didaktiky matematiky.

Prohloubení odborného vzdělání budoucích učitelů matematiky měl představovat předmět o *metodách řešení matematických úloh*. Byl do učebního plánu zařazen, když se zjistilo, že posluchači učitelství nedovedou řešit úlohy matematické olympiády. Pro tento předmět připravili Oldřich Odvárko (* 1938), Emil Calda (* 1935), Jaroslav Šedivý a Stanislav Židek (1934–2001) dvoudílné skriptum a pak i celostátní vysokoškolskou učebnici. Cílem předmětu bylo „příspět ke kvalitní didaktické přípravě učitelů, poskytnout jim užitečný nadhled na problematiku řešení úloh, podat klasifikaci metod a jejich srovnání z hlediska odborného a didaktického, zejména však předvést a procvičit uplatňování jednotlivých metod.“ Skripta i kniha obsahují texty několika set úloh.

Metody objevování a dokazování matematických poznatků vycházejí z induktivních přístupů k řešení problémů, které vedou k formulaci hypotézy a k jejímu následnému deduktivnímu dokázání. Postupy se ilustrují na příkladech vycházejících nejprve z učiva základní školy, pak na příkladech z učiva středních škol a vrcholí náročnějšími úlohami na úrovni matematických olympiád. Tím se ukazuje, že obecné metody řešení úloh se uplatňují již při řešení elementárních úloh.

Matematické úřovací úlohy zahrnují jak úlohy algebraického charakteru (řešení rovnic, nerovnic), tak úlohy geometrické s řešením konstrukčních úloh pomocí množin bodů. Vyrcholením této části je řešení úloh s parametry.

Vedle řešení ryze matematických úloh a problémů je ve vyučování matematice neméně důležité i řešení úloh z reálných situací, tedy aplikace matematiky na řešení úloh praxe. I těmto problémům skriptum a kniha věnují pozornost.

Od školního roku 1977/78 bylo učitelské studium zreformováno. Pedagogické fakulty i nadále připravovaly učitele 1. až 4. ročníku základní školy, ale také – spolu s přírodovědeckými fakultami a Matematicko-fyzikální fakultou UK

v Praze – učitele 5. až 12. ročníku. Oproti předchozímu období se nyní musí didaktici matematiky na pedagogických fakultách zabývat i problematikou vyučování matematice na středních školách; naopak novou oblastí pro didaktiky na přírodovědeckých fakultách se stala didaktika II. stupně základní školy. Všichni didaktici byli postaveni před úkol koordinovat přednášky a cvičení z didaktiky matematiky s přednáškami a cvičeními z pedagogiky, z psychologie a se školními praxemi.

Od konce 70. let byl do učitelského studia matematiky nově zařazen předmět *Světónázorové problémy matematiky*. Ideologickým záměrem bylo posilování dialekticko-materialistického chápání světa a matematiky učiteli matematiky. Zasluhou J. Šedivého a Jaroslava Foltý se pod touto hlavičkou skryly práce o dějinách a filozofii matematiky v širším rámci než bylo dáno jednostranným ideologickým pojetím. Na podporu práce v těchto oborech i na dalších fakultách iniciovali zmínění pracovníci zřízení letních škol Jednoty *Světónázorová výchova v matematice*. Příspěvky pracovníků z různých fakult se publikovaly ve sbornících z těchto letních škol i v časopisech a patřily ve své době k základním pracím z oblasti filozofie a dějin matematiky u nás. Pro posluchače vzniklo z této práce čtyřdílné skriptum, které bylo a i dnes může být podkladem pro seminární a diplomové práce. [J. Šedivý a kol., 1983–1986, E. Fuchs a kol., 1987]

V rámci studia dějin matematiky nemohl J. Šedivý opomenout historické didaktické texty jako jsou učebnice, osnovy, metodické pokyny. Shrnuje je do dvoudílného skriptu, v němž mají studenti a zájemci nalézt materiály a podklady pro pochopení vývoje vyučování matematice v českých zemích, podněty pro srovnávání se současným stavem i pro vypracování diplomových, popř. disertačních prací. Ze skript je možné vysledovat vývojové trendy ve výuce aritmetiky, algebry, geometrie, ale i vybraných částí těchto disciplín. K dosažení uvedených cílů slouží vedle přetisků materiálů zejména otázky a úkoly vedoucí čtenáře k analytické práci s uvedenými materiály, z nichž mnohé jsou česky publikovány poprvé. (V menší míře se na práci podíleli J. Mikulčák a S. Židek.) [J. Šedivý a kol., 1987]

Souběžně s pracemi o dějinách a filozofii matematiky a antologiemi didaktických textů inicioval J. Šedivý s J. Foltou v Jednotě vydávání *Dějin matematiky a fyziky v obrazech*. Na volných listech jsou v nich zařazeny portréty významných matematiků a fyziků, ukázky z jejich prací a matematické a fyzikální přístroje. Na rubech listů je stručné zhodnocení práce zobrazených vědců, popř. význam zobrazených reálií. Z osmi souborů (po 35 listech) je možné uspořádat ve škole výstavky k probíraným tématům učiva apod.

Didaktika matematiky v přípravě budoucích učitelů dostala nový popud ke svému rozvoji, když se v letech 1981 až 1985 stala součástí rezortního výzkumného úkolu, zaměřeného na didaktiky všech předmětů v učitelském vzdělávání.

Vedle hlavního úkolu, který spočíval v ověřování vhodnosti osnov a v návrzích na zefektivnění práce v didaktice matematiky, ve vypracování soustavy činností, dovedností a schopností studentů potřebných pro řízení výchovně-

vzdělávacího procesu ve školách, byly součástí výzkumu i otázky koordinace didaktiky matematiky s odbornou výukou, s předměty didaktického charakteru, s přednáškami a cvičeními z pedagogiky a psychologie, s pedagogickými praxemi aj.

Řešení úkolu na MFF UK a PedF UK vedlo ke studiu zahraniční literatury, k uspořádání osmi celostátních seminářů a tří seminářů s mezinárodní účastí k řešení naznačených otázek, tří seminářů s přednášejícími a cvičícími odborných matematických předmětů, dvou seminářů (společně s didaktiky fyziky) s pedagogy a psychology. Na seminářích se diskutovaly otázky náplně a formy zpracování předmětů, jejich vzájemná koordinace, náplň diplomových prací, školních praxí aj. Další celostátní semináře pořádaly pedagogická a přírodovědecká fakulta UP v Olomouci.

Pochopitelně se analyzovala i samotná praxe v didaktice matematiky se snahou aktivizovat práci posluchačů ve cvičeních a v semináři. Rozmnožené ukázkové materiály jako tématický plán, písemné přípravy na vyučovací hodiny, texty písemných zkoušek apod. byly vzorem pro práci studentů v jiných tématech. Jako ilustraci výkladů o hodnocení a klasifikaci dostali studenti rozmnožené zkoušky několika žáků i s chybami a úkolem vyznačit chyby, hledat příčiny chyb, klasifikovat práce, navrhnout opatření k nápravě zjištěných nedostatků. Jindy studenti sami řešili test z výrokové logiky; následoval rozbor úkolů testu, stanovila se kritéria pro klasifikaci testu, posluchači své vlastní výkony ohodnotili, zjišťovali četnost chyb. V seminářích dostaly tři skupiny úkol zpracovat jednu z metodických možností seznámení žáků s učivem: formou přednášky, rozhovoru, samostatným studiem z učebnice. V následujícím semináři referovali zástupci skupin o svých návrzích, porovnávala se vhodnost návrhů z hlediska aktivity žáků, časové náročnosti apod., hledaly se úlohy k motivaci učiva, k prověřování výsledků.

Podobně aktivně bylo vhodné vést seznamování posluchačů s učebnicemi, nejen s platnými, ale i se staršími a zahraničními včetně konfrontace obsahu se znalostmi z odborných přednášek.

K usnadnění práce vybavila Katedra didaktiky matematiky na MFF UK jednu učebnu jako odbornou učebnu pro didaktiku matematiky. Učebnu bylo možné zatemnit a promítat v ní 8mm školní filmy, ve skříni u promítačky byly epidiaskopy pro promítání diapositivů i neprůhledných materiálů, magnetofony pro nahrávání výstupů posluchačů k rozboru jejich hodin (bez možnosti sledovat žáky a učitele ve třídě se samotné nahrávky neosvědčily), k dispozici byl samozřejmě zpětný projektor; uzavřený televizní okruh se čtyřmi monitory byl připraven k promítání obrázků, grafů, tabulek z knih a dalších předloh i předpokládaných videozáznamů vyučovacích hodin. Pro práci posluchačů byly ve skříni připraveny i sady všech platných učebnic po deseti výtiscích.

Didaktici usilovali o to, aby na fakultě byla příruční knihovna didaktiky matematiky. Základ pro ni tvořily osobní knihovny didaktiků, kteří své knihy přenechali katedře (František Hradecký, Jan Vyšín, František Veselý (1903–1977), Jiří Rajchl (1927– ?), Jaroslav Šedivý, Jiří Mikulčák). Katedra tak shromáždila úplné sady učebnic matematiky od dob Rakouska-Uherska, úplné sady osnov

matematiky, úplné ročníky Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky, Rozhledů matematicko-přírodovědeckých a pak matematicko-fyzikálních, Matematiky ve škole, Matematiky a fyziky ve škole, brožur matematické olympiády i Školy mladých matematiků, českou a ruskou didaktickou literaturu včetně překladů západních didaktik do ruštiny, dary učebnic a jiných materiálů od západních didaktiků aj.

Součástí specializované knihovny měla být i předmětová kartotéka didaktiky matematiky, ve které byly anotované záznamy všech článků, které u nás o vyučování matematice vyšly od roku 1922. Součástí kartotéky byly na samostatných lístcích i všechny úlohy matematických olympiád mnoha ročníků zařazených podle oborů s odkazy na otištěné řešení. Kartotéka vznikla prací Jiřího Mikulčáka a posluchačů v rámci jejich odborné mimoškolní praxe. (Viz čl. 5.4 a 6.4).

V takové knihovně (kterou jsme poznali např. na univerzitě v Rize) by byla práce posluchačů velmi usnadněna; měli by po ruce všechnu potřebnou literaturu. Bohužel pro takovou knihovnu nenašla fakulta ani místnost, ani peníze na mzdu pro knihovníka. Knihy byly v otevřených skříních na chodbách, při přestavbě budovy v Karlíně se stěhovaly, knihy se poztrácely. Zbytky i kartotéku nakonec zničila povodeň v Karlíně roku 2002.

K *dalšímu vzdělávání učitelů* v činné službě připravil Ústřední ústav pro vzdělávání pedagogických pracovníků učební texty z témat, která se na školách nově zaváděla. Byly to texty z teorie množin, teorie čísel, topologie a míry geometrických útvarů, kombinatoriky, pravděpodobnosti a statistiky, základů logiky, základů programování, lineárních zobrazení v geometrii, vektorů a základů rýsování. Tak bylo pro vyučování matematice v letech 1979 a 1980 vydáno 21 lektorských textů obsahujících metodické materiály k různým tématům, dále 1. a 2. díl *Matematiky pro učitele*. V krajích se školili lektori i pomocí hospitací na experimentálních školách; přenášeli pak nové myšlenky do okresů. Prvního ročníku přípravy učitelů se zúčastnilo více než 90% učitelů.

Učitelé projevovali svou tvůrčí činnost v příspěvcích do odborných časopisů a v tzv. *pedagogických čteních* přednášených v okresních a krajských kolech a nakonec v celostátních Uherskobrodských dnech J. Á. Komenského. Tyto příspěvky se rozšiřovaly v kopiích v okresech, v krajích a nejlepší i celostátním tiskem.

V letech 1965 až 1972 působil M. Jelínek jako expert UNESCO v Bejrutu v Libanonu, kde se podílel na projektu UNESCO pro zkvalitnění výuky matematice v arabských zemích na školách pro uprchlíky z Palestiny a pro zkvalitnění výchovy budoucích učitelů a pro další vzdělávání učitelů již vyučujících. [M. Jelínek, 1968/69, 1972] Práce z tohoto období jsou v angličtině a arabštině a nejsou u nás dostupné. Avšak v letech 1973 až 1981 připravil M. Jelínek pro nás na podkladě těchto materiálů sbírku devíti brožur *Nové směry ve školské matematice*, kterou vydávalo SPN. Nesly názvy *Množiny*, *Relace a funkce*, *Numeriční soustavy*, *Množiny bodů*, *Transformace*, *Matice*, *Číselné soustavy*, *Operační systémy*, *Logické prvky ve školské matematice*. Koncem 80. let měl pro UNESCO napsat text o modernizaci vyučovacích metod

a metod učení se žáků; měl být obsahem 10. svazku *Nových směrů*; tuto práci již zpracovat nestačil.

Některé možnosti aktivizace metod naznačil M. Jelínek alespoň v několika článcích. Navrhoval využít překládání papíru ke konstrukcím některých základních geometrických útvarů. [M. Jelínek, 1976/77] Nalezneme zde sestrojení kolmic a rovnoběžek, os úhlů a os stran v trojúhelnících, výšek aj. Ve čtvercové síti určoval počet a velikost různých čtverců a obdélníků, dospěl přitom až k důkazu matematickou indukcí. [M. Jelínek, 1977/78] Hračka *Inspiro* s ozubenými kolečky mohla sloužit jak při určování největšího společného dělitele a jiných vztahů dělitelnosti čísel, tak k rýsování epicykloid a hypocykloid. [M. Jelínek, 1979/80] Zájem schopných žáků mohl vzbudit i model „koule s pěti sty stěnami“. [M. Jelínek, 1980/81]

I nadále sledoval M. Jelínek vývoj modernizace vyučování matematice, věnoval se především jeho hodnocení. [M. Jelínek, 1982; 1977/78, 1981/82, 1984/85, 1989/90] Soustavně referoval o obsahu amerického didaktického časopisu *The Mathematics Teacher* (roč. 1977 – 1989/90). Z jeho článků vybíral takové, které mohly inspirovat i naše učitele matematiky (1978/79 – 1989/90).

Své znalosti předával M. Jelínek vyučujícím nejen v publikacích a článcích. Byl žádaným referentem na všech konferencích o vyučování matematice, z jeho příspěvků získávali účastníci vždy cenné podněty pro svou práci.

5.5 Didaktika matematiky a mezinárodní styky

Významnou prací v didaktice matematiky bylo pravidelné pořádání seminářů Katedry didaktiky matematiky na MFF UK v Praze. Projednávaly se na nich závažné a aktuální otázky vyučování matematice, zúčastňovali se jich i mimopražští didaktici matematiky. Některé semináře byly věnovány diskusím o problémech řešených celostátních úkolů; byl-li právě v Praze některý zahraniční host, vystoupil na semináři se svým příspěvkem. Naopak pražští didaktici navštěvovali semináře v Olomouci a jinde.

K poznání dění v didaktice matematiky v zahraničí přispívaly zahraniční cesty našich didaktiků. Už jsme uvedli přínos Miloše Jelínka. Významným pracovníkem na tomto poli byl i Jaroslav Šedivý. Z ČSSR byl jediným členem autorského kolektivu sborníků UNESCO o vyučování matematice. Zúčastnil se světových kongresů matematiků v Moskvě, Helsinkách, Varšavě, byl zván na přednáškové a studijní pobyty na Východ i na Západ. Osobních známostí využíval k pozváním zahraničních didaktiků k přednáškovým pobytům v ČSSR. Výměnu pracovníků usnadňovala MFF UK tím, že povolovala Katedře didaktiky matematiky MFF UK pozvat ročně 2 až 3 zahraniční hosty ze západních zemí k týdennímu studijnímu pobytu. Katedra k nám zvala např. na doporučení J. Šedivého ty pracovníky, kteří byli známí z konferencí a z literatury a mohli nás seznámit se svou prací a s pracemi svých kolegů. Takové hosty zvala KDM např. při pořádání konferencí s mezinárodní účastí. Obvyklou reakcí na takový pobyt hosta u nás bylo reciproční pozvání některého z našich didaktiků k návštěvě zahraniční instituce. Další vzájemné návštěvy vyplývaly ze smluv

mezi Univerzitou Karlovou a zahraničními univerzitami, např. s Humboldtovou univerzitou v Berlíně, s univerzitou P. Stučky v Rize, s Vysokou školou pedagogickou v Halle a jinde. V další části uvedeme, jak se na mezinárodních stycích didaktiků podílela Jednota.

Katedra didaktiky matematiky mohla dále navrhnout, jaké zahraniční časopisy bude odebírat knihovna MFF. Byly to v té době samozřejmě především časopisy ze zemí východního bloku, ale i z USA a NSR. Přitom členy vědeckého poradního sboru mezinárodního časopisu *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* byl z naší strany nejprve J. Vyšín a po něm O. Odvárko.

Tak získávali naši didaktici poznatky o dění v zahraničí.

5.6 Jednota československých matematiků a fyziků

Na počátku 70. let změnila Jednota svou strukturu. Samostatnou složkou se stala *Jednota slovenských matematiků a fyziků* a JČSMF jednak zastřešovala celou Jednotu, jednak řídila její českou část. V české části Jednoty se utvořily čtyři sekce: dvě vědecké (matematiky a fyziky) a dvě pedagogické, rovněž matematická a fyzikální (MPS a FPS).

Vůdčím duchem Matematické pedagogické sekce byl Jaroslav Šedivý. Po dobu svého života byl jejím předsedou nebo místopředsedou. MPS měla několik odborných skupin. Byly zaměřeny podle jednotlivých stupňů a typů škol: pro národní školu, pro 2. stupeň, pro gymnázia, pro odborné školy, pro učňovské školy, pro přípravu učitelů.

Skupiny pořádaly jednou ročně třídní semináře k aktuálním otázkám vyučování matematice na jednotlivých typech škol. MPS pořádala jednou ročně i další konference zaměřené ke společným didaktickým otázkám; zabývaly se např. hodnocením a klasifikací žáků, problémovým vyučováním, zamýšlely se nad zvyšováním efektivity vyučování. Ve spolupráci s Krajskými pedagogickými ústavy se semináře a konference konaly v různých místech republiky. Zúčastňovali se jich didaktici matematiky z fakult připravujících učitele, krajsší metodici a také učitelé, především z okolí místa konání akce. Seznamovali se na nich s nejnovějšími trendy ve vyučování matematice, s novými osnovami, učebnicemi a učebními pomůckami, vyměňovali si zkušenosti.

Odborná skupina didaktiků matematiky se zaměřovala na otázky přípravy učitelů, na náplň didaktiky matematiky a školních praxí, na metody řešení matematických úloh, na dějiny a filozofii matematiky v přípravě učitelů.

Samostatná skupina pro dějiny matematiky pořádala pravidelné letní školy, na kterých na vysoké odborné úrovni probírala problémy svého zaměření. Prvotní iniciativu vyvinuli Jaroslav Šedivý a Jaroslav Foltá (* 1933), postupně se však aktivně zapojili další pracovníci: Eduard Fuchs (* 1942), Jindřich Bečvář (* 1947), Dag Hrubý (* 1948). Výsledkem práce je úctyhodná řada publikací z uvedených oborů.

Ke sbližování výuky matematice na všech typech škol včetně vysokých sloužily celostátní konference Jednoty v letech 1983, 1985 a 1988. Tam se učitelé vysokých škol seznamovali se změnami ve vyučování matematice na středních

školách a učitelé středních škol naopak poznávali, co čeká jejich žáky při studiu na školách vysokých. Učitelé středních i vysokých škol mohli pak využít získané poznatky ke zkvalitnění své práce.

Všechny seminární aktivity umožňovala finanční politika vlády; fakulty i školy mohly účastníkům proplácet cestovné, diety a konferenční poplatky, v jejichž rámci získávali účastníci různé užitečné publikace.

Jednota výrazně přispěla i k poznání zahraničních didaktiků matematiky. Se sesterskými organizacemi vědců a učitelů matematiky a fyziky v zemích tehdejšího východního bloku uzavřela dohody o bezdevizové výměně pracovníků na stanovený počet dní v roce. V rámci této dohody jezdili členové Jednoty do ciziny a recipročně zahraniční pracovníci k nám. Ubytování a diety hradila přijímající strana; především však zajišťovala odborný program návštěvy: přednášku na fóru didaktiků, setkání s konkrétními didaktiky podle přání hosta, návštěvu škol apod. Zkušenosti z cest se publikovaly, obě strany získávaly tak nové poznatky a podněty.

Didaktice matematiky napomáhala i publikační činnost Jednoty. V jejím členském časopise *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* je stálá rubrika *Vyučování*, která se zaměřuje zejména na informace o dění v didaktice matematiky v zahraničí a přetiskuje i některé závažné zahraniční materiály o vyučování matematice. Sborníky *Matematické obzory* vydávané slovenskou Jednotou mají charakter publikací k dalšímu vzdělávání učitelů matematiky, zejména v odborné matematice, ale i v historii matematiky.

Jednota měla oprávnění k vydávání malonákladových textů pro své členy. Koupila ofsetový tiskařský stroj a tiskla na něm sborníky z různých svých konferencí a zejména učební texty pro pokusné školy Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice. Původně byl stroj v Brně, pak byl přemístěn do Prahy v rámci smlouvy s tiskárnou (zvanou původně Prometheus), kterou mezi válkami provozovala Jednota. V čele tiskárny stál desítky let pan Karel Wick (1913–1986), světoznámý odborník na sazbu matematických a jiných textů se složitou symbolikou. Jeho kniha o matematické sazbě vyšla i anglicky. Po odchodu do důchodu se K. Wick i nadále staral o vydávání publikací Jednoty. Už jsme se zmínili o úspěšném souboru *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech*. Neočekávaný zájem vzbudila sbírka písemných příprav k vyučování matematice v 5. ročníku ZŠ Blaženy Součkové (1915–2002), která navázala na své předchozí úspěšné sbírky úloh k diferencovanému vyučování matematice v 6. až 8. ročníku ZŠ. Také pro semináře z matematiky na gymnáziích vydala Jednota několik textů.

I v osmdesátých letech existovala *Česká terminologická komise pro matematiku*, komise Jednoty a vědeckého kolegia matematiky při ČSAV. Připravila *Slovník školské matematiky* (1981), ve kterém jsou zařazeny především definice pojmů, s nimiž se pracuje ve vyučování matematice; u řady pojmů jsou uvedeny i různé odborné přístupy k vykládané problematice.

Terminologická komise projednávala, sjednocovala a do praxe zaváděla terminologii školské matematiky; připravila nové *Názvy a značky školské mate-*

matiky (1988), které ministerstvo školství přijalo za doporučenou terminologii školské matematiky pro tvorbu učebnic.

Televizní komise posuzovala a hodnotila návrhy a provedení televizních kurzů matematiky.

Vzhledem k těmto činnostem se Jednota stala vůdčí mimoškolskou organizací ovlivňující vyučování matematice u nás.

6 Výzkumné, vědecké a odborné práce z pedagogiky matematiky

Všechny práce z didaktiky matematiky po roce 1945 probíhaly pod hlavičkou pedagogiky. Teprve při vydání nomenklatury vědních oborů v roce 1965 se objevila jako samostatný obor v rámci pedagogických oborů *teorie vyučování matematice* jako disciplína mezní a aplikovaná, která řeší problémy ve spolupráci s matematikou, pedagogickou psychologií a obecnou pedagogikou. Mohla tedy být obsahem kandidátské, doktorské i habilitační práce, na fakultách bylo možné získat doktorát přírodovědy.

Uznání pedagogiky matematiky za samostatnou vědní disciplínu dává pedagogům matematiky možnost obhajovat práce na fóru odborníků svého zaměření a tím snáze dosáhnout porozumění pro nové myšlenky. Na druhé straně zavazuje didaktiky k tomu, aby úroveň svých prací prokázali, že je pedagogika matematiky právem vědou.

Jednou součástí vědecké práce v didaktice matematiky byly kandidátské práce v oboru teorie vyučování matematice. Od zřízení tohoto oboru v roce 1965 a ustavení komisí (jedné v ČSR na Pedagogické fakultě UK v Praze a jedné v SSR na Univerzitě Komenského v Bratislavě) vznikla celá řada kandidátských prací. Pokud autoři prací obhájených do roku 1980 vyhověli přání redakce sborníku *Documentation of European Doctoral and Ph.D. Theses in Mathematics Education* a zaslali příslušné podklady, jsou anotace jejich prací otištěny v tomto sborníku z roku 1981 (vydal *Institut für Didaktik der Mathematik Bielefeld* jako 25. svazek své edice *Schriftenreihe des IDM*).

Vysokoškolský zákon z roku 1980 zavedl udělování titulů RNDr., PhDr. apod. bez odevzdání disertační (rigorózní) práce jen na základě zkoušek nebo jen na základě vynikajících výsledků ve studiu, uchazeči však již neobhajovali žádnou práci. Tím se snížil počet odborných či vědeckých prací z didaktiky matematiky; ukázalo se, že nositelé těchto titulů většinou v didaktice matematiky již dále nepracovali a nepublikovali.

6.1 Práce jednotlivců

Doc. RNDr. Oldřich Odvárko, CSc., obhájil v roce 1992 disertační práci *Didaktika matematiky jako studijní předmět v přípravě budoucích učitelů matematiky* k získání vědecké hodnosti doktora pedagogických věd.

Tato disertace shrnuje, zpracovává a doplňuje řadu prací autora z osmdesátých let věnovaných uvedené problematice. Jejím cílem je vytyčit význam

didaktiky matematiky v systému přípravy budoucích učitelů zdůrazněním vazeb na vědeckou matematiku a jejich využití při řešení didaktických problémů souvisejících s obsahem a metodami školské matematiky.

Didaktika matematiky má budoucí učitele připravit na to, že vyučování matematice není statickým odrazem vědecké matematiky, že se dynamicky neustále mění s potřebami společnosti v různých dobách, v různých typech škol, v různých učebnicích i v závislosti na úrovni žáků. Odtud vyplývá potřeba vést posluchače k osvojení schopnosti komplexního přístupu k řešení problematiky výukového procesu jako celku, v němž se promítají cíle, obsah učiva, vyučovací metody a formy, osobnost žáka i osobnost učitele.

Cestou k dosažení žádoucí schopnosti posluchačů je analýza různých možných přístupů matematiky k dané problematice, jejich možné uplatnění ve školské matematice a hodnocení různých přístupů z hlediska potřeb a možností výuky. K takové analýze u jednotlivých témat učiva přistupuje i potřeba analyzovat učebnice (nejen používané, ale i jiné, starší, zahraniční) a vhodnost různých didaktických metod a prostředků. V přípravě na vyučovací hodiny přistupuje navíc konkretizace průběhu vyučovací jednotky s volbou motivace, výkladu, osvojování učiva žáky i zjišťování výsledků učení.

Různé koncepční přístupy k systému pojmů a vět, rozsah a obsah učiva, časové možnosti výuky, různé úrovně vědomostí a dovedností žáků, různost metod vedou k tomu, že není možné předem vytvářet nějaký závazný projekt výuky, např. daného tématu učiva. Je tedy na didaktice matematiky jako vyučovacím předmětu vést posluchače (a rovněž učitele v činné službě) k uvedeným analýzám od osnov matematiky až k přípravě na danou vyučovací hodinu. Do práce jsou zařazeny ukázky takových analýz.

Nezávisle na odborné skupině Jednoty zabývající se otázkami historie a matematiky zpracovával J. Mikulčák historii vyučování matematice v českých zemích od počátku 16. století do roku 1918. Ve své práci shrnul osnovy matematiky všeobecně vzdělávacích škol, hodnotil učebnice a metodické příručky té které doby, zabýval se učebními pomůckami i přípravou učitelů. Cenným materiálem ke studiu jsou obsáhlé bibliografie jednak historických materiálů shora uvedených oborů, jednak knižních a časopiseckých prací o nich z pozdější doby. Stručné ukázky z práce publikoval časopis *Matematika, fyzika a informatika* v osmdesátých letech 20. století.

6.2 Práce v Kabinetě MÚ ČSAV

Jedno hledisko na výzkum v didaktice matematiky přinesl z 9. konference výzkumné skupiny GIRP (*Groupe Internationale de Recherche Pédagogique*) J. Vyšín:

Výzkum v didaktice matematiky záleží ve vyhledávání prostředků, jak předávat co nejsrozumitelněji matematické výsledky, metody a ducha matematiky různým kategoriím lidí, kteří se učí: od batolat z mateřské školy až po univerzitní profesory. Přitom je třeba si všimnout dětí, žijících ve špatných sociálních podmínkách i dětí se sníženými duševními a tělesnými schopnostmi. Takováto

činnost vede zřejmě po cestě nepřetržitého vzdělávání učitelů. Předávání poznatků se uskutečňuje mezi učitelem a žákem a to na několika úrovních. [J. Vyšín, 1981/82]

Tento požadavek splňují výzkumy experimentálních učebnic a dalších textů (pracovních listů, sbírek úloh) i metod práce, které od roku 1963 prováděl v základním výzkumu Kabinet pro modernizaci vyučování matematice při MÚ ČSAV a v aplikovaném výzkumu Výzkumný ústav pedagogický.

Programem práce Kabinetu pro léta 1981 až 1990 byla

- tvorba struktur učiva na různých věkových úrovních žáků,
- metodologické otázky didaktických výzkumů,
- stanovení cílů učení,
- tvorba osnov, učebnic a jiných didaktických materiálů,
- didaktické problémy (motivace učení, strategie řešení úloh). [J. Horálek, 1981]

Od roku 1977 bylo těžiště výzkumů Kabinetu zúženo na monotematické experimenty, tzv. sondy; byly to pokusy soustřeďující se na určitá speciální témata a vyžadující většinou 10 až 15 vyučovacích hodin. Patřily k nim

- předpoklady k učení matematice u dětí 3 až 6-tiletých,
- předmatematická propedeutika (1. ročník ZŠ),
- experimentální geometrie (3. ročník ZŠ),
- rozvoj pojmu čísla na různých úrovních školské matematiky,
- problémy školské geometrie (konstrukční geometrie, stereometrie, topologie),
- vektorová algebra (5. ročník ZŠ),
- matice (7. a 8. ročník ZŠ),
- Booleova algebra (1. ročník gymnázia),
- integrace středoškolského kurzu matematiky s přírodovědným vzděláním,
- aplikace ve vyučování matematice,
- algoritmizace ve vyučování matematice (vytváření algoritmických schopností),
- úloha kapesních počítačů ve vyučování matematice,
- vyjadřování ve školské matematice (symbolika, logické prvky, induktivní, deduktivní a pravděpodobnostní usuzování),
- zjišťování a hodnocení výsledků učení žáků.

Za 12 let se uskutečnilo 20 pracovních porad, v nichž se formulovaly problémy, posuzovaly připravené materiály, instruovali se učitelé. V pojetí své výzkumné práce upustil Kabinet od neúměrného zdůrazňování strukturálního pojetí; to sice sehrálo při modernizaci školské matematiky v šedesátých a sedmdesátých letech pozitivní úlohu, ale vyvolalo nové didaktické problémy: přehnané probírání struktur vedlo k přílišné abstraktnosti, k formalismu, k oddalování školské matematiky praxi. Na nižším stupni se omezila dedukce, prvky logiky prolínaly výuku a netvořily již samostatný úsek učiva. V metodách práce se v maximální míře uplatňovaly postupy aktivizující žáky, experimentování

formou učitelem řízeným objevováním, problémové vyučování, využívání systému pracovních listů, motivačních úloh, kontrolních úloh, učebních textů, her. Vzrůstal význam operačního stylu výuky: vyhledávání potřebných informací žáky, třídění, hodnocení a využívání informací.

Od druhé poloviny sedmdesátých let uplatňuje Kabinet při tvorbě perspektivního modelu školské matematiky více funkční pojetí a řeší dříve poněkud opomíjené otázky kontaktu školské matematiky s realitou a s přírodovědnými předměty. Přitom se mnohem více než v předešlém období opírá o poznatky pedagogiky a psychologie (např. využívání předmatematických a zejména matematických zkušeností žáků, strategie řešení matematických úloh, genetický princip apod.). Cílem je vybudovat školskou matematiku tak, aby byla všestranně užitečná.

Do řešení úkolů jednotlivých plánů výzkumu se zapojovali pracovníci různých didaktických pracovišť. J. Kašpar (* 1941) a J. Robová (* 1959) podrobně zkoumali využití počítačů s grafikou ve vyučování matematice, J. Robová se zúčastnila i konference na toto téma pořádané v USA.

Alena Šarounová (* 1940) podle postupně navštěvovaných škol získala aprobaci pro vyučování na všech stupních škol, od mateřských až po vysoké. Absolvovala však také studium psychologie, zakončené doktorátem a kandidátskou prací. To ji předurčovalo k soustavnému využívání psychologických poznatků ve vyučování matematice na všech stupních škol. Velmi podrobně se věnovala prostorové představivosti. Výsledkem práce byla příprava několika set pracovních listů, jejichž vypracování přispívalo k rozvíjení prostorové představivosti žáků především 1. a 2. stupně škol. Druhou výraznou oblastí práce A. Šarounové bylo využívání deskriptivní geometrie v architektuře, ve stavebnictví a v umění malířském i sochařském. Svou práci uplatňovala v přípravě učitelů deskriptivní geometrie na MFF UK jak v kurzovních přednáškách a seminářích, tak ve výběrových přednáškách a seminářích, z nichž vyplynuly úspěšně obhájené diplomové práce. Další diplomní práce byly zaměřeny na dějiny matematiky a její výuky, jiné na výuku problémových dětí. A. Šarounová se projevila jako úspěšná řešitelka, spoluřešitelka a posuzovatelka několika grantů FRVŠ. Své poznatky a výsledky práce šířila nejen mezi studenty učitelství, ale také mezi učiteli v praxi na několika stovkách přednášek pro učitele všech stupňů škol, ve 12 úspěšných letních školách v Dobřichovicích, které sama organizovala, na nichž přednášela a pro něž získávala spolupracovníky. Publikovala v odborném tisku, v Matematice, fyzice, informatice, v Pokrocích matematiky, fyziky a astronomie, v Rozhledech matematicko-fyzikálních, v Učiteli matematiky, v řadě publikací edice *Dějiny matematiky*. Její pracovní listy a didaktické texty rozmnožovala a šířila také Krajská pedagogická centra, Komenium vydalo 3 soubory transparentů pro zpětné projektory. Spolupracovala též na skriptu MFF UK *Metody řešení matematických úloh* a je hlavní autorkou osmi svazků učebnic matematiky pro 6. až 9. ročník základní školy.

Prostorovou představivost žáků intenzivně zkoumal i J. Molnár (* 1953) z Přírodovědecké fakulty UP v Olomouci. Publikoval řadu příspěvků o tomto problému, konal pokusy se žáky škol od 2. stupně až po školy vysoké a závěry

shrnul v publikaci z roku 2004. Obsahuje rozbor problematiky, seznamuje s celou řadou zahraničních i našich názorů (včetně vlivu Mozartovy hudby a vlivu hormonů na prostorovou představivost mužů a žen) i náměty k rozvíjení prostorové představivosti.

Koncepci stereometrie na pokusných školách Kabinetu mělo ovlivnit vyplňování prostoru, dělení prostoru a pohyb v prostoru. Na těchto principech koncipoval učebnice Kabinetu František Kuřina (* 1932).

Pavel Květoň (* 1941) z Pedagogické fakulty v Ostravě propagoval využití kapesních počítačů k provádění rutinních výpočtů i k jejich využití při výkladu vhodných jevů v učivu matematiky, např. počítání s aproximacemi čísel.

Specialitou bratislavské matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Komenského byly každoroční *týdenní letní školy*, na nichž se projednávaly problémy didaktiky matematiky jako vědecké disciplíny.

6.3 Práce v Pedagogickém ústavu J. A. Komenského ČSAV

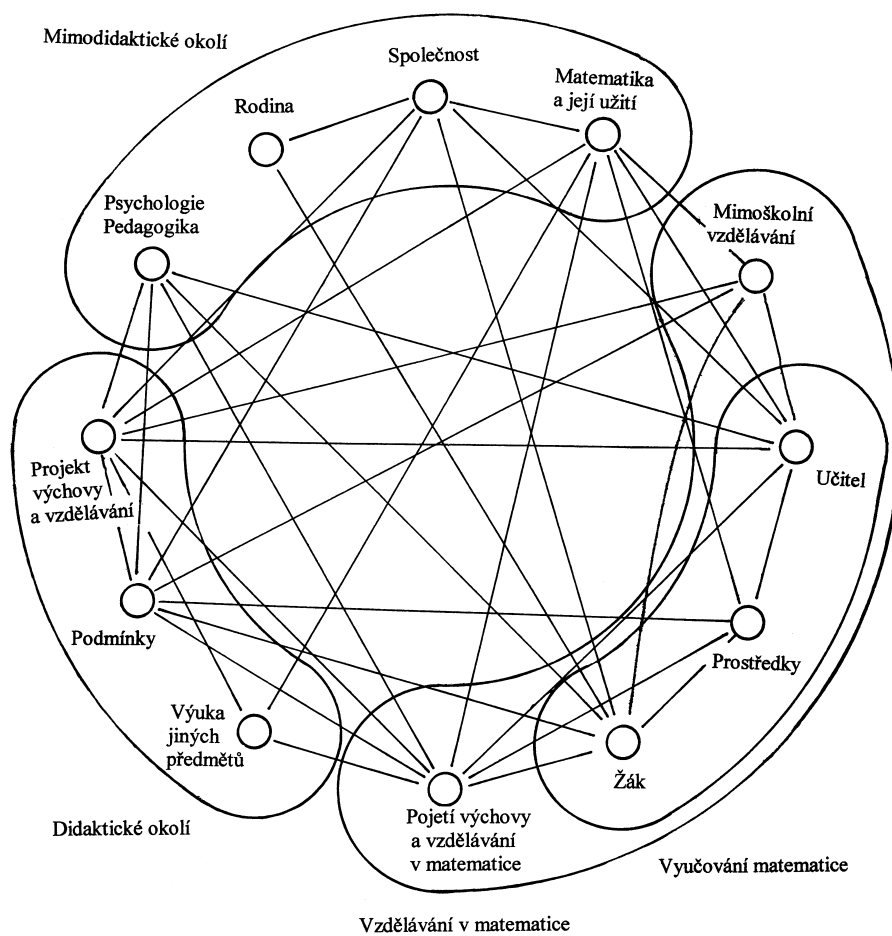
Po založení ČSAV byl v jejím rámci zřízen také *Pedagogický ústav Jana Ámose Komenského* (PÚ JAK ČSAV). V jeho oddělení pedagogiky a obecné didaktiky bylo jedno místo pro didaktiku matematiky; to bylo vzhledem k rozsahu školské matematiky nepostačující, a proto neumožňovalo rozvinout samostatnou práci v našem oboru.

V letech 1970 až 1975 probíhal v PÚ JAK ČSAV výzkum zaměřený na projekty vzdělávání, na jejich konkretizaci v projektech a osnovách jednotlivých vyučovacích předmětů. Pro vyučování matematice byl řešen úkol *Systém matematického vzdělání v ČSSR na základě obecné teorie systémů*. Podstatou výzkumu bylo studium systému výchovy a vzdělávání v matematice, jeho jednotlivých prvků, didaktického a mimodidaktického okolí, jejich vlastností a vzájemných vztahů. Tuto práci prováděl J. Mikulčák na část úvazku ve spolupráci s Alenou Ruthovou.

Počáteční fází bylo studium uvedených jevů v dostupné literatuře zahraniční a v naší literatuře minulé i současné. Výsledkem rozborů bylo formulování požadavků na tvorbu projektů a osnov, vytýčení jevů, které nejsou dosud uspokojivě řešeny tak, aby jejich řešení přispělo ke zkvalitnění výchovy a vzdělávání v matematice. Závěrečná studie z roku 1975 shrnuje a systemizuje výsledky předšlých prací. Poprvé v naší literatuře popisuje systém matematického vzdělávání a vztahy uvnitř tohoto systému i k jeho didaktickému a mimodidaktickému okolí. Shrňme zde výsledky práce.

K výchově a vzdělání svých potomků zřizují lidské společnosti instituce – *školy*, popř. mimoškolní zařízení. Formou zákona i jinými oficiálními dokumenty formulují *projekt výchovy a vzdělávání*, ve kterém stanovují úkoly a cíle výchovy a vzdělávání, určují organizační strukturu škol a společensko vědní, přírodovědné, technické, umělecké a další obory, jejichž poznatky považuje společnost za žádoucí součást znalostí absolventa školy a patří do profilu absolventa školy.

**Systém
matematického vzdělávání
a jeho okolí**



Projekty výchovy a vzdělávání musí respektovat *podmínky*, které vytváří společnost a které jsou na druhé straně důsledkem psychického vývoje žáků i vlastností učitelů. Patří k nim:

Podmínky společensko-politické. Postoje společnosti, výrobní praxe a rodičů k výchově a vzdělání a k matematice zvláště.

Podmínky sociální. Velikost kolektivů žáků a jejich složení podle prostředí i podle schopností.

Podmínky psychické. Duševní a tělesný vývoj žáků a jejich individuální předpoklady. Odborná příprava učitelů, jejich zápal pro povolání i pracovní podmínky.

Podmínky materiální. Rozmístění škol a jejich vybavení (odborné pracovny, kabinety, vybavení učebnicemi a další literaturou, učebními a vyučovacími pomůckami a didaktickou technikou). Kvality materiálních podmínek ovlivňují i estetické cítění žáků.

Pedagogika vytváří podmínky *didakticko-organizační*. V učebních plánech škol jsou stanoveny počty hodin jednotlivých předmětů, závaznost vyučování a možnosti individualizace vzdělání. Pedagogika nabízí možnosti různých forem osnov (cyklické, spirálové aj.) a různé organizační formy vyučování (hromadné, programované, skupinové, individualizované aj.).

Podmínky ovlivňují kvalitu výchovně vzdělávacího procesu v kladném i záporném smyslu. Úvahy o vzdělávání v jednotlivých předmětech musí zvážit jejich vliv a usilovat o vytvoření optimálních podmínek.

Součástí projektu je i projekt výchovy a vzdělávání v matematice, který je dále formulován v *pojetí matematiky* jako vyučovacím předmětu a pro jednotlivé typy a stupně škol i jednotlivé ročníky v *osnovách*.

Výchova a vzdělávání v matematice tvoří *systém*, jehož prvky jsou *žák* jako objekt i subjekt výchovy a vzdělávání, *učitel* jako řídicí prvek v procesu přijímání a předávání poznatků a podnětů vhodnými prostředky a za daných podmínek.

Tento systém má četné vazby k didaktickému i mimodidaktickému okolí. K *didaktickému okolí* patří výchova a vzdělávání v ostatních vyučovacích předmětech, zřetel k předcházejícímu a následujícímu vzdělání v matematice, vliv mimoškolního vzdělávání. K *mimodidaktickému okolí* patří především matematika-věda. Z matematiky (ale i z jiných oborů) čerpá systém obsah výuky a její úroveň, pedagogiku respektuje při koordinaci výchovných úkolů a cílů, přihlíží k zákonitostem psychického vývoje žáků. K mimodidaktickému okolí patří i rodina žáka, její zájem, popř. nezájem o výsledky jeho práce.

Celý systém, jednotlivé prvky a jejich vzájemné vztahy a vývoj jsou předmětem oboru zvaného *pedagogika matematiky*. Zkoumání, přetváření i dílčí úpravy tohoto systému vyžadují teoretické rozborů jevů v systému, experimentální zkoušení teoretických závěrů i využití zkušeností učitelů.

Schéma systému vystihuje graf otištěný na předchozí stránce.

Některé prvky systému jsou v práci probrány podrobněji. Analýzy dosavadních projektů a osnov vedly ke zjištění, že v dosavadních projektech a osnovách *není vyjasněn vztah mezi cíli a úkoly* vzdělávání v matematice. Např. se jako úkol a cíl uvádí rozvíjení matematického myšlení, rozvíjení prostorové představivosti, osvojování vědomostí, upevňování dovedností aj. Tyto taxony nejsou však konkretizovány, nanejvýš se uvádí, že k rozvoji myšlení přispívá osvojování vědomostí, provádění důkazů, k rozvíjení prostorové představivosti řešení úloh zejména ze stereometrie aj.

Nikde se však nerozvádí, že např. rozvoj matematického myšlení je závislý na duševním vývoji žáka, že je tedy vázán i na stupeň školy a vůbec nikde není specifikováno, jakými prostředky se matematické myšlení rozvíjí na jednotlivých stupních školy, čím v kterém učivu, ani k jakým cílům se má dospět a jak se může dosažení cíle zkontrolovat.

Výsledkem práce bylo proto vypracování *systému úkolů matematického vzdělání*, prostředků výchovy a vzdělání a jejich podmínek. Systém úkolů byl publikován v našem tisku [J. Mikulčák, 1974/75], uveřejněn v bulharském časopise, jako studijní materiál přeložila systém úkolů profesorka Anna Zofia Krygowska (1904–1988) pro své žáky v Polsku, byl přeložen do němčiny a přednesen na konferenci v NDR.

K obecnému cíli výchovy a vzdělání v matematice:

Z rozborů využívání matematiky v životě lidí vyplynulo, že naprostá většina lidí používá matematické vědomosti a dovednosti podle postavení v pracovní činnosti v různé míře jako nástroje k řešení problémů praxe; jen malou část populace tvoří matematici z povolání, kteří se zabývají teoretickými problémy rozvoje samotné matematiky. Proto jsme za *obecný cíl výchovy a vzdělávání v matematice* vzali osvojení matematických poznatků a činností v rozsahu potřebném pro řešení problémů praxe. Tento cíl má ovšem různé úrovně podle stupně a zaměření školy a profilu jejich absolventů. Jiný cíl má dosáhnout absolvent všeobecně vzdělávací školy, jiný absolvent učebního poměru, jiný absolvent střední odborné školy (v obou posledních případech s dalším rozlišením podle oboru) a opět jiný absolvent gymnázia. Pro každý jednotlivý případ je potřeba stanovit profil absolventa školy a v jeho rámci cíl vyučování matematice. Nutným předpokladem k dosažení cíle je dosažení dílčích cílů v jednotlivých ročnících, v jednotlivých tématech a nakonec i v jednotlivých vyučovacích hodinách.

K úkolům:

Z povahy matematiky vyplývá, že schopnost aktivního užívání matematiky vyžaduje jako nedílnou součást vzdělání ovládnutí vhodně strukturovaných matematických poznatků a činností (učivo) i rozvoj logického a specifických forem matematického myšlení a má vést k rozvoji žákovy poznávací a tvůrčí aktivity. I tyto části vzdělání (nazývané vzdělávacími úkoly) plní žáci a učitel v průběhu vzdělávání na různé úrovni podle stupně a zaměření školy a měli by v nich dosahovat dílčích cílů.

K učivu:

Učivem nazýváme souhrn poznatků a činností, tj. pojmů, termínů, symbolů, definic, pouček, údajů, pravidel, vzorců, algoritmů, postupů atd., které se mají osvojením stát vědomostmi a dovednostmi žáků a vyúsťovat ve schopnosti k činnosti poznávací a praktické.

Učivo tvoří systém, protože se skládá z uspořádaného množství vzájemně spojených prvků s četnými vnitřními i vnějšími vazbami. Struktura tohoto systému je dána logikou vědy, tj. matematiky, a psychologicko-pedagogickými požadavky kladenými na učení a vyučování v matematice, tj. na matematické vzdělávání. Uvnitř systému učiva existují četné vazby mezi poznatky a činnostmi, mezi jednotlivými částmi učiva, vazby logické a didaktické následnosti. Systém učiva je otevřený: je řízen projektem vzdělání, projektem matematického vzdělávání a osnovami příslušného stupně a typu školy, formují jej autoři učebnic a metodických příruček a nakonec i vyučující tým, že zvýrazňují či potlačují jednotlivé prvky učiva. Osvojení učiva není samoučelné, je prostředkem k dosažení dalších cílů vzdělání a to nejen v matematice.

Z těchto hledisek můžeme tedy učivo zkoumat jednak jako cílovou kvalitu výchovy a vzdělání, ale také jako prostředek k vytváření dalších cílových kvalit. Na jeho základě se rozvíjí myšlení a další schopnosti žáků, formuluje se filozofický názor na matematiku, je podnětem k utváření vztahu žáků ke společnosti aj. Je také podmínkou pro osvojování dalšího učiva, a to nejen v matematice, ale i v jiných vyučovacích předmětech.

Při určování obsahu matematického vzdělání se stává prvořadou otázkou optimální výběr poznatků, které je nutné předat žákům jako učivo. Poznatky je nutno volit tak, aby tvořily základ, o který by se opíralo studium kteréhokoliv oboru matematiky a jejích aplikací. Tímto základem se dnes z hlediska matematiky stává teorie množin a matematická logika. Ve vyučování máme však na mysli jen využívání množinově logického jazyka k přesnějšímu, jasnějšímu a jednoduššímu vyjadřování a k vyzdvížení společných struktur v různých tématech školské matematiky a k uvědomělému užívání logiky při důkazech a jiných myšlenkových operacích.

Výběr poznatků dále ovlivňuje stále vzrůstající význam aplikací matematiky při řešení problémů všech věd od přírodních až po společenské, v technice i v denní praxi a využívání počítačů ve všech odvětvích praxe.

Množství poznatků a činností, které by si mohli žáci osvojit a které má přitom užití v praxi, je však během školní docházky nezvládnutelné. Proto se při výběru učiva bude uplatňovat polytechnický zřetel, podle něhož se bude vybírat to učivo, které má uplatnění v nejrůznějších oborech lidských činností a které je základem i pro ovládnutí některých speciálnějších užití matematiky. Důsledkem tohoto zjištění je i potřeba naučit žáky samostatně využívat k dalšímu poučení nejrůznějších informačních pramenů, od učebnic, přes přehledy a encyklopedie matematiky až k fondům literatury, přístupným pomocí věcných katalogů. Čas od času bude nutné přehodnotit výběr učiva, vyřazovat učivo méně závažné a nahrazovat je učivem, které pod vlivem dalšího vývoje nabude většího významu.

Zásadním problémem výběru učiva je vytýčení učiva základního, prohlubujícího a rozšiřujícího. Za základní učivo prosazoval J. Mikulčák na radě konferencí a při jiných příležitostech to učivo, které musí zvládnout všichni žáci, aby splnili cíl vyučování matematice v jednotlivých typech škol i v jednotlivých ročnících. Základní učivo je v osnovách, v učebnicích a ve výuce doprovázeno učivem prohlubujícím. Patří k němu jednak motivační a objasňující příklady, jednak náročnější důkazy, detailní poznatky teoretického charakteru, volitelná témata. Prohlubující učivo je určeno především žákům, kteří mají hlubší zájem a předpoklady pro studium oborů náročných na matematické vzdělání. Ve volitelných a nepovinných matematických předmětech je obsaženo učivo zvané zájmové. Rozlišení učiva poskytuje učitelům i žákům jasné formulované požadavky, poskytuje konkrétní kritéria pro hodnocení a usnadňuje diferencované vyučování.

Osvojování učiva zahrnuje plnění řady dílčích úkolů tvořících systém, který je tak jako cíle a učivo nutné v jednotlivých typech škol, stupních, ročnících i tématech konkretizovat až do formulování dílčích cílů. Jsou to:

- *Systém vědomostí* od ovládnutí terminologie, frazeologie a symboliky přes ovládnutí pojmů, jejich vlastností a vztahů až k ovládnutí myšlenkových procesů a pracovních postupů matematiky.
- *Systém dovedností* zahrnuje ovládnutí výpočtů (od pamětného počítání až k využití počítačů), ovládnutí konstrukcí, algoritmů i vyjádření údajů různým způsobem (změněnými slovními formulacemi, formalizací výroků i grafické znázornění).
- *Řešení problémů* vyžaduje znalost přístupů k řešení problémů (induktivní, deduktivní, analyticko-syntetický), systematický přístup k řešení problémů (od rozboru až k diskusi možných výsledků), ovládnutí požadavků praxe (získání potřebných údajů, odhad a zaokrouhlování výsledků, kritické hodnocení údajů a výsledků), matematizaci reálných situací a problémů (od vyjádření vztahů v realitě matematickými prostředky, formulace a řešení odpovídajících matematických problémů až po interpretaci výsledků do reality).
- *Systém schopností k činnosti poznávací a praktické.* Sem patří rozvoj vnímání, pozornosti, paměti, fantazie, intuice; prostorová představivost; specifické formy matematického myšlení (funkční, kombinatorické, statistické, pravděpodobnostní aj.); ovládnutí myšlenkových operací (analýza, syntéza, abstrakce, konkretizace, analogie, indukce a dedukce, modelování); ovládnutí dialektických rysů matematického myšlení (jednota diskrétního a spojitého, zvláštního a obecného, nutného a nahodilého aj.).
- *Schopnost sledování logických sekvencí*, porozumění vztahům mezi příčinou a následkem, určování podstaty problémů, jasné a přesné vyjadřování myšlenek.
- *Technika duševní práce*, získávání informací, pořizování výtahů, samostatné studium matematického textu.

- *Systém motivů, zájmů a postojů* k učení, k matematice, k jejímu užítí, usměrňování volby dalšího studia a povolání.

Vyučování matematice plní i *výchovné úkoly*. K nim patří světonázorové chápání matematiky, vztah jednotlivce ke společnosti a k práci, k sobě samému (sebedůvěra, sebekritičnost a snášenlivost kritiky, náročnost vůči sobě, skromnost spojená s pocitem vlastní důstojnosti); volní typy charakteru (samostatnost, rozhodnost, vytrvalost a houževnatost, ukázněnost a sebeovládání aj.).

- *Rozvíjení estetického cítění* projevující se v estetickém provádění zápisů a konstrukcí, emocionálním vztahem k matematice.

Prostředky vzdělávání a výchovy

Nejdůležitější a nejrozšířenější formou vzdělávání v matematice je školní vyučování jako vzájemná interakce učícího se žáka a vyučujícího učitele. Nosnou funkci vzdělávacího působení má učivo; nepůsobí však samo o sobě, ale pouze způsobem jeho zprostředkování a osvojení vhodnými prostředky; dělí se na prostředky didaktické, materiální a organizační formy.

Prostředky jsou cílevědomé, plánovité, systematické a strukturované systémy činností, které vedou od daných výchozích stavů k požadovanému cíli. Při nich je žádoucí rozlišovat činnosti samotného učícího se žáka a vyučujícího učitele, který má činnost žáků řídit.

K prostředkům patří *didaktické zásady a principy*, které vyznačují zaměření vyučování vyplývající především z pedagogiky, ale i z požadavků psychologů, sociologů, fyziologů, lékařů aj. K prostředkům patří *pedagogické zásady* (národnosti ve spojení s induktivními postupy, trvalosti, aktivní samostatné práce žáků, přiměřenosti učiva ve spojení se zásadou přiměřeně vysoké náročnosti a přiměřeně rychlého tempa).

K postupům a *metodám rozvoje myšlení* patří metody poznávání (analytické, syntetické, analyticko-syntetické, induktivní, deduktivní, jednota poznání teoretického a praktického). V práci jsou podrobně rozvedeny metody rozvoje myšlení včetně významu řešení úloh.

K *obecným metodám učení a vyučování* patří metody motivační, metody osvojování a podání učiva (hra, manipulace s objekty, metody monologické, dialogické, studium literatury, metody pracovní; metody procvičování a opakování učiva; metody zjišťování výsledků učení a vyučování i jejich hodnocení).

V *metodách výchovných* má význam využití učiva, osobní příklad učitele, zapojení žáků do činností a požadavky na jejich jednání.

K *prostředkům materiálním* patří především prostředky literární, zejména různé typy literatury pro žáky (od učebnicové literatury všeho druhu až po literaturu doplňkovou) a pro učitele.

K *technickým prostředkům* patří učební pomůcky pro žáky, vyučovací pomůcky, s nimiž pracuje učitel, a potřebná didaktická technika.

Organizační formy zahrnují různé typy vyučovacích hodin, včetně programovaného, skupinového a týmového vyučování, ale také dobrovolnou zájmovou činnost žáků.

Všechny uvedené zřetele se pak promítají do *rozvahy a strategie vyučování* obsažené v přípravě na vyučování od celoročního plánu přes tématické plány až po jednotlivé vyučovací hodiny a dílčí činnosti v ní.

Studie upozorňuje na *řadu nevyřešených problémů*: koordinace matematiky s přírodovědnými předměty, užití matematiky k řešení problémů praxe, objektivní diagnostické metody ke zjišťování výsledků. Na nedostatky v diagnostice poukázaly i studované zahraniční práce. Výzkum mohl jen naznačit některé možnosti zlepšení stavu hodnocení sestavením položek zkoušky tak, aby bylo možné hodnotit jednotlivé taxony a určení modulu žáka, v němž se výsledky jednotlivých taxonů berou s různou váhou.

6.4 Informační systémy v didaktice matematiky

Pokrok v kterékoliv oblasti lidské činnosti je podmíněn využíváním zkušeností a vědeckých poznatků, kterých lidstvo v příslušné oblasti dosáhlo v minulosti a v současnosti. Zkušenosti a poznatky se publikují v knihách, časopisech, sbornících, jsou obsaženy ve výzkumných zprávách, ve zprávách z konferencí, v disertačních pracích apod. To má ovšem důsledek v tom, že není možné, aby jednotlivec sledoval vše, co se v jeho oboru nově publikuje. To vede k duplicitě výzkumů, ke znovuobjevování již objeveného, k nedostatečnému využívání, popř. i k zapadnutí řady již známých poznatků.

Cestou, jak stále narůstající množství informací shromažďovat, zpracovávat, třídit a hlavně předávat těm pracovníkům, kteří jich mohou využít, je tvoření národních i mezinárodních informačních systémů.

V šedesátých a sedmdesátých letech 20. století začal u nás vznikat takový systém v pedagogice matematiky. Na MFF UK využil J. Mikulčák povinné měsíční odborné mimoškolní praxe studentů učitelství tak, že přidělil jednotlivcům několik ročníků odborných časopisů (Rozhledy, didaktická příloha Časopisu, Matematika ve škole, Matematika a fyzika ve škole, Gymnázium, Střední škola a jiné) s úkolem porýdit o každém uveřejněném článku bibliografický anotovaný záznam. J. Mikulčák tak navázal na práci, kterou konal pro sebe od počátku svého učitelského působení a sám bibliografii doplňoval zpracováním dostupné starší i nově vydávané knižní literatury z oblasti pedagogiky matematiky.

Z této práce vznikla na KDM MFF UK kartotéka, obsahující několik tisíc záznamů tříděných podle oblastí pedagogiky matematiky a zachycujících vše, co u nás vyšlo o vyučování matematice po roce 1922. Z tohoto fondu otiskovala Matematika ve škole na obálkách 14. až 20. ročníku výběrově odkazy na články k aktuálním otázkám vyučování matematice. Po deseti ročnících Matematiky a fyziky ve škole (1970 až 1980) vyšla v 10. čísle úplná bibliografie všech deseti ročníků a pro dalších deset ročníků (1980 až 1990) byla bibliografie připravena, ale již nevyšla. Informační úroveň Matematiky a fyziky ve škole se zvýšila, když byly závažné články doplňovány o anotaci a deskriptory. [J. Mikulčák, 1983/84]

Na závěr třiceti ročníků Pokroků matematiky, fyziky a astronomie (1956 až 1985) otiskla redakce v 6. čísle ročníku 1985 stručnější rejstřík v časopise publikovaných článků.

V roce 1975 začalo *Oborové informační středisko* (OBIS) na Pedagogické fakultě UK v Praze vydávat *Informační bulletin – Didaktika matematiky* (IBDM). Měl formu kartotéčních lístků, vycházel v české, ruské a anglické verzi a obsahoval bibliografické záznamy z českých didaktických časopisů a české knižní literatury, ale i ze zahraničních u nás v té době dostupných pramenů vždy za uplynulý kalendářní rok. Systém třídění záznamů využil osvědčeného třídění kartotéky KDM MFF UK. Informační bulletin IBDM dostávaly zdarma katedry připravující učitele, Krajské pedagogické ústavy, okresní pedagogické sbory, vědecké knihovny, pobočky Jednoty, autoři anotací. Cizojazyčná vydání se zasílala zahraničním zájemcům a UNESCO.

Na vyšší úroveň dospěla informatická činnost v roce 1979, když se bibliografické záznamy v IBDM tiskly průběžně bez kartotéčních lístků a začaly se ukládat v paměti počítače, odkud byly komukoliv přístupné. Např. IBDM za rok 1983 obsahoval 893 anotovaných záznamů z 15 časopisů (i z USA a z NSR); připravilo je deset autorů. Českou didaktickou literaturu zpracovával J. Mikulčák, anglickou excerpoval M. Jelínek, didaktici z Olomouce sledovali německou a polskou literaturu, na Slovensku literaturu maďarskou atd. Petr Fabinger (1937–1981) sestavil deskriptory matematiky (normovaná klíčová slova), jimiž se opatřovaly anotované záznamy, i thesaurus pedagogiky matematiky obsahující vedle deskriptorů i nedeskriptory s označením, pod kterým deskriptorem jsou zařazeny. To usnadňovalo vyhledání materiálů podle daného deskriptoru z veškeré bibliograficky zpracované literatury.

Referát J. Mikulčáka o informační činnosti u nás na světovém kongresu v Budapešti vzbudil zájem zahraničních účastníků, kteří si vyžádali zaslání ukázek nebo přímo zasílání našich informačních materiálů.

Když J. Mikulčák ukončil pedagogickou činnost, pracoval na KDM MFF UK na část úvazku na vytvoření Základního informačního střediska na pracovišti. V něm vznikaly studijní materiály pro didaktiky i pro studenty: brožura *Informační systémy a příprava odborných prací* včetně diplomních (1985, 57 stran), *Učební osnovy matematiky na území ČSR* (od roku 1539 do roku 1918; 1989, 49 stran), *Přehled matematických předmětů v učebních plánech škol 1. – 12. ročníku* (1987, 7 stran). Pro zahraničí, zejména pro zahraniční hosty fakulty, připravil J. Mikulčák brožuru *Teaching Mathematics at School in Czechoslovakia* (UK Praha, 1984, 48 stran); její podstatná část byla roku 1990 uveřejněna v Chicagu (USA) ve sborníku *Developments in School Mathematics-Education Around the World*. Z rešerší literatury vznikla i kronika KDM, která podává přehled o didaktickém dění na UK od roku 1926.

Z kartotéky KDM MFF UK byly na požádání zpracovány rešerše literatury, např. o počítačích v českých školách (pro univerzitu v Rize), o motivačních metodách (pro D. Jedináka (* 1944) ze Slovenska), o učebnicích a didaktických pracích E. Čecha (1989, 88 záznamů na 8 stranách pro Matematický ústav UK) a asi 20 dalších rešerší k diplomovým pracím na MFF UK i na Pedagogické

fakultě v Hradci Králové. Tato informační práce se tedy začala úspěšně rozvíjet, mohla výrazně přispět k prohloubení odborné a vědecké práce v pedagogice matematiky; po sametové revoluci 1989 se už pro ni nenašly peníze a již zpracovaná kartotéka a připravené materiály přišly vničit při záplavě Karlína v roce 2002.

7 Devadesátá léta 20. století

Změna společenského řádu na konci roku 1989 přinesla do školství, vyučování matematice i pedagogiky matematiky řadu změn. Zatímco do roku 1990 se všechny oblasti společenského života vyznačovaly nařizovaným jednotným přístupem, došlo po roce 1990 k výraznému uvolnění reglementace. Do roku 1990 platily ve školském systému jednotné učební plány, osnovy, učebnice, pomůcky i metody práce. Po roce 1990 se měnil školský systém, cíle vzdělání a výchovy dané především osnovami vyučovacích předmětů, uvolnilo se vydávání učebnic a další literatury, rušily se a měnily pedagogické instituce. Změny byly tak zásadní, že už nezapadají do rámce vývoje pedagogiky matematiky ve druhé polovině 20. století, který jsme nastílnili v předchozích částech. Uvedeme zde proto jen přehled změn s tím, že ponecháváme budoucím hodnotitelům, aby navázali na předchozí kapitoly této studie počínaje rokem 1990.

Školský systém

Snaha o využití možnosti k úvahám a návrhům změn ve školské soustavě vedla k předložení návrhů pěti různých kolektivů.

Nejucelenější projekt podala Jednota. Vycházel z kritického rozboru dosavadních nedostatků školské soustavy a podával návrh na školskou soustavu od předškolní výchovy až po školy vysoké s charakteristikou jednotlivých stupňů a typů škol; věnoval pozornost i přípravě učitelů, učebnicím a učebním pomůckám, hodnotil i význam a možnosti soukromých škol a v souvislosti s tím i význam kontroly úrovně škol; neopomenul ani zajištění podmínek úspěšného celoživotního vzdělávání. [*Koncepce ...*, 1992]

Některé další návrhy nepodávaly ucelený koncept nové či zlepšené školské soustavy, ale zabývaly se jen některými dílčími otázkami, např. vnitřní proměnou školy opřenou o nereálné předpoklady, že všichni učitelé budou vzorem učitelských kvalit a všichni žáci budou mít maximální snahu vzdělávat se ve všech oborech. Projekt Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy byl zpracován v jednotlivých částech různými kolektivy na různé úrovni podrobnosti; pak v nich bylo možné najít podobné názory (např. na střední odborné vzdělávání) jako v návrhu Jednoty; Jednota kritizovala nedostatečný důraz na zajištění kvality vzdělávání a její kontrolu. Jedna z koncepcí zcela rozbíjela jakýkoliv řád ve vzdělávání; nepovažovala za potřebnou ani existenci státních škol, ale považovala za přednost, že každý subjekt by měl právo založit školu podle svých představ, zcela podřizovala řízení školství tržnímu mechanismu, likvidovala systém kontroly výsledků vzdělávací práce, přizpůsobovala obsah a metody vzdělávání názorům rodičů a přáním žáků.

O návrzích se v roce 1991 rozvinula diskuse především na stránkách denního a učitelského tisku; v některých případech sklouzla bohužel až na úroveň bulváru. Výsledkem byl školský systém, který nedal za pravdu extrémním názorům.

Povinná školní docházka v rozsahu 8 až 9 ročníků *základní školy* (I. cyklus) a navazující diferencované dvou až čtyřleté školy II. cyklu zůstaly zachovány. Avšak v síti škol se obnovila *osmiletá gymnázia* (6. až 13. postupný ročník), zřizovala se *šestiletá gymnázia* (8. až 13. postupný ročník) a zachovala se *čtyřletá gymnázia*, navazující na základní školu. Síť státních škol doplnily *školy církevní* a zejména řada *soukromých škol*, jejichž údajně vyšší úroveň mělo umožňovat placení školného. Došlo také ke spojování učňovských a středních odborných škol téhož oboru do jedné školy, nebo i ke slučování středních škol různých oborů; nazývaly se pak obvykle *integrované střední školy*.

Až do školního roku 1994/95 (včetně) měla základní škola osm ročníků a členila se na první a druhý stupeň. První stupeň byl tvořen prvním až čtvrtým ročníkem a druhý stupeň pátým až osmým ročníkem. Počínaje školním rokem 1990/91 byl zaveden tzv. přechodný devátý ročník, který mohli žáci navštěvovat po ukončení osmého ročníku základní školy. Tento devátý ročník byl zřízen především pro ty žáky, kteří chtěli přecházet na střední odborné školy, pro žáky, kteří neuspěli při prvním pokusu o přijetí na střední školy, a pro žáky, kteří odcházeli po ukončení základní školy přímo do praxe. Od školního roku 1995/96 má základní škola devět ročníků, člení se na první stupeň (1. až 5. ročník) a druhý stupeň (6. až 9. ročník).

Pro tuto devítiletou základní školu vydalo MŠMT tzv. *standard základního vzdělání*. Jeho prostřednictvím se mělo zajistit, aby všichni žáci základních škol získali plnohodnotné a srovnatelné vzdělání využitelné v dalším studiu i v praxi. Standard měl sloužit školským orgánům při posuzování stávajících i navrhovaných učebních plánů, osnov i učebnic. Učitelům formuloval standard vzdělávací cíle, k nimž pedagogická činnost směřuje. Ze standardu vyplývaly nástroje ke zjišťování výsledků vzdělávací činnosti, požadavky na přijímací zkoušky pro vstup na střední i vysoké školy. Ke standardu přihlíželo vysokoškolské i další vzdělávání učitelů a pedagogický výzkum.

V dokumentu jsou pak formulovány vzdělávací cíle a kmenové učivo pro základní vzdělání a jako jeho část cíle a učivo 1. až 5. ročníku vzhledem k potřebě přechodu z 5. ročníku na osmiletá gymnázia.

Podle standardu vznikly postupně troje osnovy lišící se zejména v doporučených metodách práce. Byly to osnovy obecné školy (I. stupeň) a občanské školy (II. stupeň), vzdělávací program základní školy a vzdělávací program národní školy.

Tyto práce vyvrcholily vypracováním *Rámcových vzdělávacích programů* (RVP) pro základní vzdělávání a pro gymnaziální vzdělávání. Na jejich základě si mohou školy tvořit vlastní osnovy, rozšířit např. počet hodin matematiky, zařadit další matematické předměty apod. Jejich očekávané výstupy musí ovšem splňovat alespoň výstupy RVP. Na zvýšené finanční náklady mohou

školy získat grant z Evropských sociálních fondů. V roce 2005 se takové změny již ověřovaly na 16 školách.

K prohlubování matematického vzdělání žáků a vyhledávání talentovaných žáků slouží i nadále Matematická olympiáda, korespondenční seminář vedený na UP v Olomouci, soutěž PIKOMAT pořádaná gymnáziem v Bílovci i masovější soutěže jako Pythagoriáda. Význam neztratil ani časopis Rozhledy matematicko-fyzikální.

Učebnice

Zcela v moci nakladatelství je vydávání učebnic. Chce-li však nakladatelství získat doložku MŠMT a zařadit své série učebnic do seznamu, podle něhož platí MŠMT školám nákup učebnic, musí návrh učebnice projít alespoň třemi recenzemi. Doložka MŠMT se uděluje na omezenou dobu šesti let. Po jejím uplynutí musí nakladatel předložit nové recenze, aby bylo zaručeno, že učebnice i nadále vyhovují požadavkům RVP. V devadesátých letech vzniklo několik sérií učebnic matematiky.

Např. nakladatelství Prometheus (s odbornou patronací Jednoty) vydalo sérii učebnic pro 1. až 5. ročník, tři série učebnic pro 5. až 9. ročník od tří autorských kolektivů, sérii učebnic pro čtyřletá gymnázia a pro různé typy odborných škol. Vicedílné učebnice pro jednotlivé ročníky jsou doprovázeny pracovními sešity, sbírkami úloh a metodickými příručkami pro učitele.

Učebnice matematiky vydávají i nakladatelství Fortuna, Kvarta, Nová škola a některá krajská nakladatelství. Úroveň učebnic není vždy na potřebné výši, objevují se i bezostyšné plagiáty zahraničních učebnic, přepisování textů z našich starších učebnic, učebnice s věcnými i didaktickými chybami. Na tomto úseku práce je pedagogika matematiky dlužna analyzovat vydávané učebnice, porovnávat jejich zpracování a úroveň, upozorňovat na chyby a nevhodné formulace apod. Publikování takových recenzí by postupně vedlo ke zkvalitnění dalších učebnic.

Zcela volnou ruku mají ovšem nakladatelství ve vydávání doplňkové literatury pro žáky a učitele.

Učební pomůcky

Pro výrobu a vydávání učebních pomůcek neexistuje dnes žádná centrální instituce. Bývalý národní podnik Komenium se rozpadl, z jeho nové budovy zůstala doslova železobetonová ruina. Jen někteří bývalí pracovníci Komenia se snaží zakládat soukromé podniky a vyplňovat mezeru, které tak vznikla.

Učitelské studium

Vysokoškolská příprava učitelů se po roce 1990 měnila podle názorů a možností jednotlivých univerzit. Někde došlo k oddělení učitelského studia pro 6. až 9. ročník a pro 10. až 13. ročník, někde nikoli.

Od roku 2002 bylo učitelské vzdělání na MFF UK organizováno v tříletém *bakalářském studiu* a navazujícím minimálně dvouletém magisterském studiu. V bakalářském studiu je zařazeno jen odborné studium obou předmětů kombinace s náplní odpovídající potřebám budoucích učitelů (není společné se studiem specialistů). Bakalářské studium je zakončené státní zkouškou.

Magisterské studium obsahuje již pedagogiku a psychologii (zakončeno společnou souhrnnou zkouškou), metody řešení matematických úloh, dějiny matematiky, didaktiku matematiky a pedagogické praxe z obou aprobačních předmětů (celkem 5 týdnů z každého předmětu) a také pokračování v odborné výuce algebry, logiky a teorie množin.

Je možné studovat také učitelství matematiky pro střední školy v kombinaci s odbornou matematikou. Toto studium prohlubuje matematické vzdělání zvoleného oboru, ale obsahuje stejné předměty pedagogicko-didaktické a praxe jako učitelské studium s jiným oborem.

Magisterské studium je zakončeno státní zkouškou se třemi částmi: obhajoba diplomové práce z předmětu podle volby posluchače a zkoušky z každého aprobačního předmětu. Náplně státních zkoušek bakalářského i magisterského studia se liší od náplně zkoušek odborného studia, odpovídají potřebám budoucích učitelů. (Absolvent magisterského studia může získat titul RNDr. po obhájení rigorózní práce a složení rigorózní zkoušky.)

Na magisterské studium může navazovat doktorské studium k dosažení vědecké hodnosti Ph.D.

Pro vyučování matematice na základní škole a na gymnáziích byly již v předchozích letech vypracovány *standards* (viz čl. 5.1). Pro nové podmínky se jevílo jako účelné pokračovat v přípravě standardů ze všech předmětů i pro odborné školy. Smyslem standardů je koordinovat v nejnutnější míře rozsah a úroveň výuky, ale není jejich cílem omezovat či potlačovat osobnost učitele a jeho tvořivý přístup k výuce. Podrobně se problémům standardů věnoval celostátní seminář fakult vychovávajících učitele ZŠ a SŠ v roce 1993. [E. Fuchs, 1993]

K prohlubování úrovně učitelů v činné službě směřovaly úvahy o dobrovolných učitelských atestacích, jimiž by učitelé prokazovali svůj odborný a didaktický růst a které by byly podmínkou pro zařazení do vyššího platového stupně a k ustanovování do funkcí vyžadujících vyšší kvalifikaci. Taková I. atestace by mohla mít formu zkoušky z didaktické vyspělosti uchazeče; II. atestaci by mohl učitel získat různými formami: aktivní účastí na seminářích, aktivní spoluprací na vedení matematické olympiády a jiných soutěžích, vydáním učebnic a učebních pomůcek, publikováním prací aj. [J. Bečvář, 1993]

Dalšímu vzdělávání učitelů sloužily dříve Krajské pedagogické ústavy. Byly zrušeny a jen některé kraje udržují činnost tzv. pedagogických center z vlastních finančních zdrojů. Ministerstvo zřídilo Národní institut pro další vzdělávání (www.nidv.cz), který má v krajích 5 až 6 pracovníků. Potřebám dalšího vzdělávání učitelů slouží časopis *Matematika-fyzika-informatika* (vydává Prometheus) a časopis *Učitel matematiky* vydávaný v Brně.

Vědecká a odborná práce

Pedagogický ústav JAK ČSAV byl zrušen, Výzkumný ústav odborného školství (VÚOŠ) se změnil na Národní ústav odborného vzdělávání (NÚOV). Výzkumný ústav pedagogický i nadále připravuje dokumenty, jimiž se řídí vyučování na školách. Už jsme se zmínili o Standardech základního vzdělávání a o Rámcových vzdělávacích programech. Zvláštní pozornost se věnuje otázce státní maturity z matematiky, která má být jednotná pro všechny typy středních škol.

Kabinet pro modernizaci vyučování matematice při Matematickém ústavu ČSAV, který řídil experimentální vyučování na školách a připravoval pro ně učební texty, se změnil na *Kabinet pro didaktiku matematiky* při MÚ AV ČR. S řadou externích spolupracovníků z univerzit v Čechách studuje problematiku matematického vzdělávání žáků ve věku 5 až 15 let. Hlubší spolupráce je i s univerzitami v Dortmundu, Bielefeldu, Essenu a v Pavii.

Otázkám didaktiky matematiky se věnují pravidelné celoroční semináře na fakultách připravujících učitele.

Práce na tvoření informačního systému v didaktice matematiky nepokračují, Informační bulletin didaktika matematiky nevychází, Oborové informační středisko na Pedagogické fakultě UK v Praze bylo zrušeno. Jen jednotliví pracovníci PedF UK zpracovávají anotace z českých časopisů a jednoho polského časopisu pro německý Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.

Jednota českých matematiků a fyziků

Izolovanost prací na jednotlivých pracovištích se snaží překlenout Jednota českých matematiků a fyziků. I nadále pořádá *celostátní semináře* věnované otázkám vyučování matematice na jednotlivých stupních a typech škol; na pořádání se podílejí jednotlivé fakulty univerzit a prezentují na nich výsledky své práce. Konají se celostátní semináře pro řešitele úloh matematické olympiády a dalších soutěží. Zvláštní význam mají také *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. V roce 2004 se konalo IX. setkání, které bylo věnováno otázkám vyučování matematice v ČR a jeho vyhodnocování z hlediska vstupu České republiky do Evropské unie. O dva roky později proběhlo již X. setkání matematiků všech typů a stupňů škol.

Závěr

Po dvou letech od ukončení výše uvedeného textu inspiruje nové čtení tohoto příspěvku k závěrečnému zamyšlení.² Je zřejmé, že ve studii je jen suchý přehled toho, co se v pedagogice matematiky ve druhé polovině 20. století u nás událo. Chybí např. podrobné analýzy osnov, učebnic, metodických příruček i článků v odborném tisku, chybí hodnocení výsledků vyučování jak v řadových školách, tak ve školách s rozšířeným vyučováním matematice. Taková práce

² Text byl sepsán v roce 2005, závěr byl připojen v roce 2007.

však vyžaduje zapojení a spolupráci řady spolupracovníků. Vždyť jen učebnic matematiky vyšlo v uvedeném období téměř dvě stě – chybí nám dokonce jejich bibliografický přehled. Obtížně se hledají osnovy. Bylo by žádoucí hledat v učebnicích nové metodické přístupy, hodnotit je, zdůvodňovat, proč byly do učebnic zařazeny a některé třeba později i vypuštěny, které myšlenky se udržely a jsou vhodné i v novém pojetí vyučování matematice. V takových pracích by vynikl význam těch didaktiků, kteří se zaměřili na psaní učebnic a jejichž práce ve studii neprávem chybí. To se týká i všech dalších problémů vzdělávání v matematice.

Není pravděpodobné, že by souhrnná práce o vyučování matematice v dohledné době vznikla. Některými dílčími problémy by se však mohli zabývat pedagogové matematiky, např. v doktorandských pracích, některé problémy by mohly být náplní seminárních a magisterských prací.

Na jednotlivých fakultách by tak mohl vzniknout přehled a hodnocení práce jejich didaktiků matematiky; vždyť své práce často publikovali ve sbornících fakult a ve skriptech známých jen v místech jejich vzniku. Nestálo by za pokus zhodnotit, jak redakce, odborní pracovníci a učitelé reagovali v odborném tisku na změny v pojetí vyučování matematice?

Jednota československých matematiků a fyziků pořádala k otázkám vyučování matematice řadu konferencí, na nichž byly většinou zformulovány závěry a stanoviska. Odpovídala náplň konferencí a vytýčené závěry potřebám doby? Co se z nich podařilo uskutečnit, v čem Jednota uspěla a v čem neuspěla?

Vzniknou-li takové práce, budou přínosem k dějinám pedagogiky matematiky u nás. Bude je třeba publikovat v odborném tisku a ve sbornících s celostátním dosahem. Bude ovšem nutné obnovit vhodnou formou informační středisko v didaktice matematiky, aby se informace o pracích dostaly ke všem zájemcům.

Budou-li autoři navazovat na problémy uvedené v tomto textu, budou-li je inspirovat k dalšímu bádání a k dalším pracím, bude účelu příspěvku dosaženo. Kéž se tak stane!

LITERATURA

- Bečvář J., *Atestace pro učitele škol třetího stupně*, in Celostátní seminář fakult vychovávajících učitelů ZŠ a SŠ, Masarykova univerzita v Brně, Fakulta přírodovědecká, Katedra matematiky, Brno, 1993, 26–33.
- Bydžovský B., *Naše středoškolská reforma*, Profesorské nakladatelství a knihkupectví, Praha, 1937, 331 stran.
- Dubec A., *Metodika vyučovania matematiky*, SPN, Bratislava, 1961.
- Fuchs E., Kubát J. a kol., *Standardy a testované úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*, Prometheus, Praha, 1998.
- Fuchs E., Procházka F. a kol., *Standardy a testované úlohy z matematiky pro střední odborné školy*, Prometheus, Praha, 1998.
- Fuchs E., Hrubý D. a kol., *Standardy a testované úlohy z matematiky pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií*, Prometheus, Praha, 2000.

- Fuchs E., Binterová H. a kol., *Standardy a testované úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště*, Prometheus, Praha, 2004.
- Fuchs E. a kol., *Světónázorové problémy matematiky IV.*, SPN, Praha, 1987, 284 stran.
- Fuchs E., *Standardy ve vyučování*, in Celostátní seminář fakult vychovávajících učitelé ZŠ a SŠ, Masarykova univerzita v Brně, Fakulta přírodovědecká, Katedra matematiky, Brno, 1993, 21–23.
- Horálek J., *Základní výzkum ve vyučování matematice*, MFvŠ **12** (1981/82), 250–252.
- Hruša K., *Metodika počtů pro pedagogické instituty 1, 2*, SPN, Praha, 1962, 70+124 stran; opravené vydání 1967, 192 stran.
- Hruša K., Vyšín J., *Vybrané kapitoly z metodiky vyučování matematice na základní devítileté škole*, SPN, Praha, 1964, slovensky 1965.
- Jelínek M., *Modernizace vyučování matematice*, MvŠ **13** (1962/63), 449–463.
- Jelínek M., *Nové pohledy na teorii učení a jejich důsledky pro vyučování matematice*, MvŠ **13** (1962/63), 521–534.
- Jelínek M., *Snahy o zkvalitnění matematického vyučování v SSSR, v NDR a u nás*, MvŠ **13** (1962/63), 593–600.
- Jelínek M., Zelinka R., *Do nové práce*, MvŠ **4** (1954), 313–317.
- Jelínek M., *Otázky k ústním závěrečným zkouškám v 8. a 11. postupném ročníku*, MvŠ **5** (1955), 134–141.
- Jelínek M., *Průzkum učebnic matematiky*, MvŠ **5** (1955), 325–331.
- Jelínek M. a kol., *Matematika (6. – 11. postupný ročník): Metodické stati pro všeobecně vzdělávací školy*, SPN, Praha, 1955, 95 stran.
- Jelínek M., Macháček V., *Matematika pro kursy z učiva osmileté střední školy*, SPN, Praha, 1958, 238 stran; 2. vyd. 1960; další vydání s názvem *Matematika pro kursy z učiva základní devítileté školy*, 3. vyd. 1962, ..., 7. vyd. 295 stran, ..., 11. vydání 1981, 295 stran.
- Jelínek M., Zelinka R., *Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy, 1. díl, 2. díl*, SPN, Praha, 1959, 203+174 stran, 2. vyd. 1961, 213+145 stran, 3. vyd. 1962.
- Jelínek M., Kořínek V., Metelka J., Fuka J., *Postavení matematiky, fyziky, astronomie a deskriptivní geometrie v učebním plánu střední všeobecně vzdělávací a polytechnické školy. (Návrh Ústřední pedagogické komise pro matematiku a fyziku při ÚV JČMF)*, PMFA **5** (1960), 371–377.
- Jelínek M., *Algebra: Učebnice pro střední školy pro pracující, 1. díl, 2. díl*, SPN, Praha, 1960, 1961, další vydání pod názvem *Algebra pro střední školy pro pracující*, 4. vyd. 1964, 323 stran.
- Jelínek M., Běloun F., Dušek F., *Algebra pro 8. ročník*, SPN, Praha, 1963, 163 stran, 18. vyd. 1981, rovněž slovenské a maďarské verze.
- Jelínek M., *Plán UNESCO na modernizaci vyučování matematice v arabských státech*, MvŠ **19** (1968/69), 465–474.
- Jelínek M., *Matematický projekt UNESCO pro arabské státy*, PMFA **17** (1972), 89–95.
- Jelínek M., *Experimentální práce žáků v matematice. Geometrie pomocí překládání papíru*, MFvŠ **7** (1976/77), 411–416, 488–493, 568–571.
- Jelínek M., *Experimentální práce žáků v matematice*, MFvŠ **8** (1977/78), 423–428, 493–497, 573–578, podtitulky: *Počet čtverců ve čtvercové síti, Počet obdélníků ve čtvercové síti, Sestrojování čtverců různých velikostí ve čtvercové síti*.
- Jelínek M., *Experimentální práce žáků v matematice. Inspiro – výchovná hračka I, II, III*, MFvŠ **10** (1979/80), 24–26, 94–96, 191–194.
- Jelínek M., *Experimentální práce žáků v matematice. „Koule“ s pěti sty stěnami I, II, III, IV*, MFvŠ **11** (1980/81), 23–24, 84–86, 159–161, 224–227.

- Jelínek M., Šedivý J., *25 let modernizačního hnutí ve školské matematice*, PMFA **27** (1982), 282–289, 335–344, 23 položek literatury; stejné problematiky se týkají čtyři další články v MFvŠ: Jelínek M., *Přehled a analýza současného stavu školské matematiky v USA*, MFvŠ 8(1977/78), 357–363, Šedivý J., *Mezinárodní hodnocení výsledků modernizačního hnutí*, MFvŠ 12(1981/82), 584–594, Jelínek M., *Vývoj modernizace výuky matematiky v jedné rozvojové oblasti*, MFvŠ 15(1984/85), 538–543, Jelínek M., *Příprava učebnic v Matematickém projektu UNESCO*, 20(1989/90), 388–391.
- Jelínek M., *Směrnice pro osnovy a hodnocení školské matematiky*, MFI **1** (1991/92), 150–156.
- Jelínek M., *Směrnice pro osnovy a hodnocení školské matematiky*, MFI **2** (1992/93), 17–21, 62–68.
- Kabele J., Mikulčák J., *Stav vědomostí a dovedností žáků na počátku šk. r. 1957/58 v 6. roč. výzkumných škol*, MvŠ **8** (1958), 238–255.
- Kabele J., Mikulčák J., Horálek J., *Matematika a rýsování v základní devítileté škole*, MvŠ **10** (1960), 1–9.
- Kabele J., *Z historie státních kursů pro přípravu pracujících na vysoké školy*, MvŠ **11** (1960/61), 513–523.
- Kabele J., *Pojetí vyučování matematice na školách 2. cyklu*, MvŠ **11** (1960/61), 260–271.
- Kabele J., *Nové pojetí matematiky a rýsování na ZDŠ*, MvŠ **18** (1967/68), 580–600.
- Koman M., *Poznámka k metodám řešení konstruktivních úloh na střední škole*, MvŠ **11** (1960/61), 210–225.
- Komentář pro učitele k používání učebnic matematiky pro 1. ročník SVVŠ*, SPN, Praha, 1969, 180 stran.
- Koncepce vzdělávání v České republice, Projekt JČMF*, Příloha časopisu Matematika-fyzika-informatika **1** (1992), leden – únor, 48 stran.
- Konference o vyučování matematice, fyzice a chemii na základních a středních školách*, in Sborník materiálů z konference 28. 5. 1981, Praha (600 výtisků), Ministerstvo školství ČSR, květen 1981, 166 stran.
- Kořínek V., *Práce komise pro vyučování matematice Československé akademie věd*, MvŠ **6** (1956), 2–8.
- Kraemer E., *Vývoj školské matematiky a didaktiky matematiky v ČSR v období 1945 – 1985*, in *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945 – 1985 a její perspektivy*, UK, Praha, 1986, 184–204.
- Kuřina F., *Matematika a vyučování matematice na druhém stupni základní školy*, MFI **2** (1992/93), 2–9, 57–62.
- Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SVVŠ*, SPN, Praha, 1966, 287 stran; matematickou část zpracovali J. Mikulčák a L. Krkavec (strany 7–164).
- Mikulčák J., *Vyhovuje zkušební řád a klasifikační stupnice novým požadavkům?*, MvŠ **12** (1961/62), 443–445.
- Mikulčák J., Hradecký F., Zedek M., *Metodika vyučování matematice na školách druhého cyklu. I. část všeobecná, II. část speciální*, SPN, Praha, 1964, 1965, skriptum, 224+328 stran.
- Mikulčák J., *Programování učiva matematiky*, MvŠ **15** (1964/65), 145–156.
- Mikulčák J., *Návrh nového pojetí pojmu poměr*, MvŠ **18** (1967/68), 21–33.
- Mikulčák J., Běloun F., *K otázce vzorců v tabulkách*, MvŠ **18** (1967/68), 339–347.
- Mikulčák J., *K nové koncepci střední všeobecně vzdělávací školy*, MvŠ **18** (1967/68), 601–604.
- Mikulčák J., *Užití zpětného projektoru ve vyučování*, Učební pomůcky ve škole a v osvětě **18** (1967/68), 18–23.
- Mikulčák J., *Programovaná učebnice moderní matematiky*, PMFA **13** (1968), 33–42.

- Mikulčák J., *Padesát let vyučování matematice v naší republice*, MvŠ **19** (1968/69), 1–33.
- Mikulčák J., *Nikolas Bourbaki*, Rozhledy matematicko-fyzikální **50** (1971/72), 231–233.
- Mikulčák J., *Systém cílů matematického vzdělání*, MFvŠ **5** (1974/75), 660–670.
- Mikulčák J., *Tricet let naší didaktiky matematiky*, MFvŠ **5** (1974/75), 730–739.
- Mikulčák J., *Zjišťování a hodnocení výsledků matematického vzdělání*, MFvŠ **7** (1976/77), 307–310.
- Mikulčák J., *Výsledky pokusného vyučování matematice (Zpráva o obhajobě)*, MFvŠ **8** (1977/78), 156–158.
- Mikulčák J., *Zpráva o obhajobě práce Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV*, MFvŠ **9** (1978/79), 393–395.
- Mikulčák J., *Minikalkulátory ve vyučování matematice*, MFvŠ **9** (1978/79), 419–427.
- Mikulčák J., Šedivý J., *Vědeckovýzkumná práce katedry teorie vyučování matematice MFF UK*, PMFA **23** (1978), 161–165.
- Mikulčák J., *K bibliografii článků z matematiky*, MFvŠ **10** (1979/80), 723–756.
- Mikulčák J., *Informační systémy a didaktika matematiky*, MFvŠ **14** (1983/84), 75–82.
- Mikulčák J., *Didaktika matematiky I*, SPN, Praha, 1982, skriptum MFF UK, 219 stran.
- Mikulčák J., Šedivý J., Koman M., *Rozvoj didaktiky matematiky po osvobození*, MFvŠ **15** (1984/85), 651–655.
- Mikulčák J., *Aktuální problém – zavedení počítačů do škol*, PMFA **29** (1984), 287–292.
- Mikulčák J., *Informační systém v práci učitele matematiky*, MFvŠ **21** (1990/91), 141–142.
- Mikulčák J., *E. Čech a vyučování matematice I, E. Čech a vyučování matematice II. Modernizace vyučování matematice*, MFI **10** (2000/01), 65–71, 133–141.
- Modernizace školské matematiky*, MvŠ **18** (1967/68), přehled literatury na zadních stranách obálky časopisu.
- Molnár J., *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*, Univerzita Palackého, Olomouc, 2004, 86 stran, 10 stran literatury (české i zahraniční).
- Mráz V., *K otázce obsahu vzdělání na středních průmyslových školách*, Odborná škola **13**, č. 5, 102–106.
- Mráz V., *Stav vyučování matematice na zařízeních pro výchovu učňů*, MvŠ **12** (1961/62), 204–208.
- Nedvídek J., *Vyučování matematice na odborných učilištích a učňovských školách*, MvŠ **11** (1960/61), 331–342.
- Odvárko O., Calda E., Šedivý J., Židek S., *Metody řešení matematických úloh*, SPN, Praha, 1990, 269 stran.
- Příhoda V., *Idea školy druhého stupně*, Ústřední učitelské nakladatelství a knihkupectví, Brno, 1945, 94 stran.
- Sovíková K., *Soubor kontrolních prací a námětů pro vstupní a závěrečné prověrky z matematiky v 5. – 8. ročníku ZŠ*, Pedagogický ústav hl. m. Prahy, Praha, 1984, 218 stran; původně vycházelo v MFvŠ 11 až 16 (1980/81 až 1985/86).
- Sovíková K., Běloun F., *Kontrolní práce z matematiky pro tříleté nově koncipované učební obory*, Pedagogický ústav hl. m. Prahy, Praha, 1979, 149 stran; další vydání 1982, 1983, 1985, slovensky: SPN, Bratislava, 1982, 127 stran.
- Studijní text pro přípravu pedagogických pracovníků středních škol na nové pojetí výchovně vzdělávací práce. Matematika*, SPN, Praha, 1983, 205 stran.
- Šedivý J. a kol., *Antologie matematických didaktických textů. Období 1360 – 1860*, SPN, Praha, 1987, 264 stran.
- Šedivý J., Mikulčák J., Židek S., *Antologie z učebnic matematiky. Období 1860 – 1960*, SPN, Praha, 1988, 320 stran.

- Šedivý J., *O problémovém vyučování*, MvŠ **18** (1967/68), 449–458.
- Šedivý J., *Zamyšlení nad problémy a jejich řešením*, MvŠ **18** (1967/68), 513–525.
- Šedivý J., *O modernizaci školské matematiky*, SPN, Praha, 1969, 254 stran, 100 položek literatury.
- Šedivý J., Foltá J., *Světónázorové problémy matematiky I., II., III.*, SPN, Praha, 1983, 1984, 1985, 200+220+258 stran.
- Švec V., Urban J., *Programování učiva o posloupnostech. Zkušenosti s pokusným programovaným textem*, MFvŠ **2** (1971/72), 274–280.
- Veselý F., *100 let Jednoty československých matematiků a fyziků*, SPN, Praha, 1962, 129 stran.
- Vyšín J., *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, MFvŠ **12** (1981/82), 318–323.
- Vyšín J., *Úvaha o metodách řešení konstruktivních úloh*, MvŠ **7** (1957), 91–98.
- Vyšín J., *Tři kapitoly o problémovém vyučování matematice*, SPN, Praha, 1972, 189 stran.