

Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918

J. A. Komenský o vyučování matematice

In: Jiří Mikulčák (author): Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918. (Czech). Praha: Matfyzpress, 2010. pp. 59–65.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400981>

Terms of use:

© Mikulčák, Jiří

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

5. J. A. KOMENSKÝ O VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

5.1 Osnovy

V díle *učitele národů*, našeho slavného pedagoga Jana Amose Komenského (1592–1670), se projevují vlivy předchozího vývoje výchovy, vzdělávání a školy doma i ve světě i jeho osobní zkušenosti a názory jako učitele, vychovatele a filozofa. Komenský prosazuje elementární vyučování v mateřském jazyce, proti chaotickému vzdělávání v nejrůznějších školách zavádí jednotný školský systém, který v jednotlivých stupních škol vyhovuje potřebám různých vrstev společnosti; zavádí do vyučování řád, který ulehčuje práci učitelů i žáků: jednotný nástup žáků do školy na podzim, větší počet učeben, větší počet učitelů; zavádí nové vyučovací metody: škola hrou, názornost, využívání učebnic. Formuluje obecný obsah vzdělávání, protože jen přehled o celku světa je podle Komenského sto umožnit člověku, aby do dění tohoto světa mohl zasahovat a být k užítku sobě a jiným.

Ve *Velké didaktice* z roku 1632 charakterizuje J. A. Komenský *čtyři šestileté stupně školního vzdělávání*: školu mateřskou, národní, latinskou a univerzitu. Různě podrobně uvádí i požadavky na znalosti, dovednosti a morální vlastnosti jejich absolventů.

V *Informatoriu školy mateřské* z roku 1632 (kap. IV.) uvádí tyto požadavky z matematiky:

Činění některé se zpravuje myslí a jazykem jako dialektika, aritmetika, geometrie, muzika; jiné myslí a rukama, jako práce tělesné jakékoli.

1. *Dialektiky do šesti let začátek musí býti takový, aby dítě v tom čase dobře rozumělo, co jest otázka a co odpověď; a že vždycky co nejulastněji k věci odpovídati má, ne aby jeden o hruškách, druhý o slívách mluvil.*

2. *Aritmetiky základ bude, když věděti bude, co jest mnoho a co málo, a uměti asi do dvadcti neb kopy napočítati, a rozuměti, co sud, lich, a souditi, že více jest tři než dvě, a přidaje ke třem jedno, že bude čtyři etc.*

3. *Geometrie fundament bude neškodný, naučí-li se rozuměti, co jest veliké, malé; dlouhé, krátké; široké, ouzké; tlusté, tenké; item co pídí, co loket, co sáh.*

V 1. požadavku charakterizuje J. A. Komenský rozumovou vyspělost žáků.

V *Didaktice velké* (hlava XXVIII, obraz *školy mateřské*) má na aritmetiku požadavky poněkud menší, z geometrie naopak poněkud širší:

9. *Aritmetika pouští kořeny, rozumí-li chlapec, co slove málo a mnoho, a umí-li počítati až do desíti, a šetří-li, že tři jest více než dvě, a že přidá-li se ke třem jedna, činí to čtyři atd.*

10. *Geometrie bude míti začátky, vyrozumějí-li co jmenujeme velkým a malým, dlouhým a krátkým, širokým a úzkým, tlustým a tenkým. Též co nazýváme přímkou, křížem, kruhem atd. a uvidí-li něco měřiti pídí, loktem, sáhem atd.*

Od dětí ve škole *národní* (6 až 12 let) požaduje J. A. Komenský, aby uměly z aritmetiky

... III. *Počítati s číslicemi a kaménky, podle potřeby*

a z geometrie

... IV. *Měřiti podle umění, způsobem jakýmkoliv, délky, šířky, dálky atd.*

V návržení školy *latinské* (žáci 12 až 18 letí) si přeje, aby se žáci stali mimo jiné:

... IV. *aritmetiky a V. geometry jednak k rozmanitým života potřebám, jednak, že tyto vědy obzvláště k jiným věcem vtip probuzují a brousí.*

I v těchto stručných formulacích poznáváme prvky jak materiálního tak formativního vzdělání.

Šest tříd latinské školy pojmenovává Komenský podle předmětů, kterými by se měli žáci v určitém roce nejvíce zabývat. První třídu nazývá Gramatikou a pak postupně následují 2. Fyzika, 3. Matematika, 4. Etika, 5. Dialektika, 6. Rétorika. Komenský zdůvodňuje pořadí těchto předmětů a vysvětluje, *proč matematika se nepředesílá fyzice*, jak tomu bylo u starých filozofů, např. u Platona. Vychází z toho, že žáci už z národní školy znají počítání, které potřebují ve fyzice, že poznání *srostitých věcí*, tj. těles, umožní vyšší matematickou abstrakci, že k matematice ve 3. ročníku přiřazuje dále *přemnohé věci řemeslné, jejichžto znalost snadná a pravá sotva býti může bez nauky o přirozených věcech*, která tedy ve fyzice předchází. [J. Hekrllová] Zde tedy nalézáme postup *od konkrétního k abstraktnímu*.

K obsahu matematického vzdělání se Komenský vrací i později ve *Škole vševedné* z roku 1651, v druhé části, v kapitolách I. až VI. Podle této práce se má učit matematika, do níž patří i geometrie, od nejnižší třídy (*Předsině*) až po nejvyšší třídu theologickou. Studium má začínat znalostí měr a počtu, z měřictví si mají žáci osvojit znalost bodů a čar. Ve třídě *Brány* se mají seznámit s tvary v rovině, se sčítáním a odčítáním. Ve třídě *Síně* se mají probírat trojrozměrná tělesa, násobení a dělení s pomocí *Kebetoty desky* (tabulka *Cebetis*). *Filosofická třída* se zabývá naukou o trojúhelníku a trojčlenkou. V *Logické třídě* se shrnuje geometrie, útvary jednorozměrné, dvojrozměrné i trojrozměrné. V aritmetice mají žáci poznat dělení celku na části v daném poměru, určení částí ve směsi, je-li dána hmotnost celku a hmotnost vytlačené vody a metodu regula falsi. Ve *třídě politické* se proberou poměry a užití geometrických poznatků ve stavitelství. [B. Stinglová, 1981]

Je zajímavé, že u Komenského začíná již experimentální práce v didaktice:

Nechť tedy napravovatelé sami první pokusí se o provádění svých rad ... Tedy kdokoli pracují o knihách učebných, ihned ať se obírají k té potřebě, aby se skutečně ukázalo, zdali opravdu snadněji upravuje vědění nežli posavad. A zdaří-li se pokus při jedné a druhé knize, nechť počne se jich užívat veřejně ve škole nějaké veřejné, potom v několika školách. [Cesta světla. Překlad Josef Snaha, 1920, s. 113]

5.2 Aritmetika

V době svého působení v Šarišském Potoku zdramatizoval J. A. Komenský své *Dvěře jazyků* do osmi her pod názvem *Škola na jevišti*. V jedné části zpracoval i učivo aritmetiky a geometrie s cílem, aby žáci formou divadelního představení sami poznávali základní matematické a geometrické pojmy a sami je také z jeviště interpretovali. Ve škole na jevišti se setkává Mathematik se třemi žáky – Numerariem, Metritem a Tritaniem (počtářem, měřičem a važičem).

Mathematik vede své žáky k ovládnutí numerace řeckými, římskými a zejména arabskými číslicemi, počítání na abaku, písemných výpočtů s arabskými číslicemi a končí výkladem úměry. Uvedeme ukázkou z numerace:

Math. Napiš mi nynější rok od narození Kristova!

Num. To umím ze zvyku: 1656.

Mat. Umíš ze zvyku? Avšak již nauč se rozumně psátí veškerá čísla. Např. jestliže bys chtěl vojsko, obsahující stokrát tisíc a k tomu ještě devět tisíc, šest set, sedmdesát pět vojínů číslicemi vyjádřiti, jakým způsobem to učiníš?

[*Num.* se pokusí a udělá chybu, až na chybu upozorněn nalezne 109 675].

Num. Co o písku mořském jsi řekl, že může být spočítán?

Math. Archimédes o tom knihu napsal, ukazuje, že písek není nespočítatelný; to jest, že žádná věc v takovém množství se mysliti nemůže, aby k jejímu vyjádření čísla nestačila. A Clavius dokazoval: Byť bychom si myslili písek tak malinký, že by jedno zrnko máku obsahovalo tisíc zrněk pískových, přece, přidáme-li k číslici 1 padesát nicek, že již větší bude číslo, než jaké by se žádalo k vyplnění nebe a země, kterýž důkaz velmi pravdiv jest, avšak nechci času mařiti.

Num. Ó, věci podivuhodné! Přikročme ke sčítání ... Sčítání co jest?

Math. Svod dvou nebo více čísel v jeden součet. Jako máš-li v jednom statku 536 ovcí, ve druhém 365, kolik tedy máš?

536

365

činí 901

Cvič se v tom soukromě, to nic není nesnadného ...

Num. Co zbývá v aritmetice?

Math. Pravidlo o úměrách, také zlatým zvané, jímž jsou dána tři čísla jako známá, nalezne se čtvrté číslo neznámé. Např. kdyby někdo řekl: Tito dědicové mohli peníze (6 315) uložit na úrok, kde ročně platí se 8 ze sta, kolik by to bylo za rok? Zde, hle, tři čísla jsou známa (100, 8 a suma 6 315), čtvrté neznámé se hledá: jakým způsobem naléztí se má? Rozestav tři čísla tak, že řekneš 100 zlatníků dá 8, kolik by dalo 6 315 zl. Již násob třetí prostředním a znásobené děl prvním a vyjde číslo, které hledáš. Násobeno zajisté 6 315 osmi dá 50 520: kteréžto číslo dělíš stem vyjde 505 $\frac{1}{5}$ zl., jakž s pravdou se srovnává.

5.3 Geometrie

V ukázkách obsahu jednotlivých stupňů jsme uvedli, že Komenský zařazoval do nich i geometrii. Učivo z geometrie je však patrné až z rukopisů učebnic geometrie a geodézie, které psal buď Komenský sám jako konspekt knihy nebo je to zápis Komenského přednášek. [Kyrášek-Mikulčák, 1970/71]

Vrcholem vědeckého zpracování geometrie byly v Komenského době stále ještě Eukleidovy *Základy*. Každé jiné dílo či učebnice bylo jejich více či méně dokonalým výtahem. To platí v plné míře i o Komenského *Geometrii*. Nalézáme v ní pokus o vybudování geometrie z několika předem definovaných pojmů, práce však opakuje dnes známé nedostatky Eukleidových *Základů*, jako jsou definice nedefinovatelných pojmů bod, přímka a rovina, definice pomocí jiných nedefinovaných pojmů (přímka *protínající jiné se jmenuje kolmice, jestliže se setkává s jinou kolmo*). Terminologie je jako ve všech dílech té doby z našeho hlediska nedokonalá, nerozlišuje např. přímku od úsečky, hovoří o rovnoramenných úhlech apod. Komenský přitom vysoko cenil nutnost důkazů v geometrii a dával Eukleidovy důkazy za vzor i filozofii, sám však v *Geometrii* důkazy neuvádí, nebo jen povrchní, opřené o názor. (*Čím je tětiva bližší průměru, tím větší se nad ní klene oblouk a vytváří větší úseč. To je zřejmé samo o sobě.*)

Konstrukce se popisují, ale nedokazují. Např.: *Danou úsečku rozdělití na dvě stejné části. Aby daná úsečka A.B. byla rozpůlena, polož hrot kružidla na jeden konec úsečky a druhý hrot roztáhni libovolně za střed úsečky a opiš polovinu kružnice a totéž udělej z protějšího konce úsečky (avšak nezměněným kružidlem). Mez průsečíky budou body C a D a jimi oběma vedená přímka (podle pravítka) přetíná danou na dvě stejné části. Což bylo úkolem.*

Některé neúplně popsané konstrukce nejsou eukleidovsky obecně proveditelné; např. rozdělení úhlu na tři shodné úhly se provádí rozdělením oblouku kružidlem na tři shodné oblouky (nejspíše zkusmo). Jiné konstrukce platí jen pro vyobrazené útvary, nikoliv však obecně. Např.: *Nalézt střed jakéhokoliv obrazce. Rozděl jednotlivé strany obrazce na dvě části a z jednotlivých bodů veď přímky k protilehlým bodům nebo protilehlému úhlu; a kde se ty uprostřed setkají, tam bude skutečný střed obrazce.* (Na obrázcích k tomuto textu jsou čtverec a rovnostranný trojúhelník.)

Hodnota $\pi = 3,107$ vyplývá z výkladu, že *jako se má 7 ku $21\frac{3}{4}$, tak se má průměr k obvodu*. Při výpočtu obsahu kruhu hned v další poučce uvažuje však Komenský jen $\pi = 3$. Z konstrukce kvadratury kruhu pak vyplývá obvyklé $\pi = \frac{22}{7}$.

Z konstrukce čtverce, který má obsah rovný součtu obsahů daných dvou čtverců, je zřejmé konstrukční užití Pythagorovy věty, avšak věta přímo vyslovena není.

Takový rozsah geometrie na školách byl v 17. století naprosto neobvyklý, odpovídal spíše náplni filozofické fakulty univerzity; odtud je vidět, na jak vysokou úroveň proti předchozím městským školám chtěl Komenský pozvednout latinskou školu, *gymnasium*. Komenský však kladl velký důraz i na užití

geometrie v praxi, zejména zeměměřičské; na *Geometrii* navazuje učebnice geodézie.

Jako ukázkou z ní uvedme: *O měření výšky bez přístroje, stínem nebo zrcadlem. Výška věže, hory atd. bez měřičského přístroje dá se rovněž zjistiti a to dvojím způsobem: stínem nebo zrcadlem ...*

Zrcadlem takto: Polož zrcadlo na rovnou zemi a to 8, 10, 20 (kolik chceš) loktů od věže; pak ustupuj přímo a přes konec tyče se dívej do zrcadla, až spatříš vrchol věže ve středu zrcadla. Tu se zastav, z délky tyče a z její vzdálenosti od středu zrcadla, posléze ze vzdálenosti věže od zrcadla výšku téže věže snadno vystihneš. Např. budiž věž AB, zrcadlo C, tyč DE.

Budiž pak výška tyče 3 lokty, vzdálenost této tyče od zrcadla 4 lokte, vzdálenost zrcadla od paty věže 20 loket. Pravím, že 4 dají 3, kolik dá 20? Dá 15. (N. B. Zde ... vzniknou dva trojúhelníky ..., totiž ABC a CDE, jejichž vzájemná úměrnost je nutná, jestliže výkon správně provádíš; ... nutno poznamenati, že zrcadla jest užiti nikoliv křivého, nýbrž rovného, a jest je položiti přesně do roviny, aby některou svou částí se nezdvíhalo nebo neklesalo, jinak uvede v omyl zrak a zrak zase výkon.)

5.4 Prameny

A. Dokumenty

KOMENSKÝ J. A.: Opera didactica omnia Vestibulum 531/2 Atrium 629 Brána jazyků LXXIV, LXXV Schola ludus V, akt II, konec scény III. Labyrint světa a luthauz srdce, kap. XI, konec odst. 10 Delineatio XLII [o logaritmech a trigonometrii] Methodus Linguarum Novissima III.20 [kombinatorika, s početní chybou].

KOMENSKÝ J. A.: Sebrané spisy vychovatelské I, II, III, Fr. Bayer, Přerov, 1886.

KOMENSKÝ J. A.: Sebrané spisy J. A. Komenského I. Didaktika veliká. Ed. Grégr a syn, Praha, 1905, lxii+378 stran. 2. vydání: 1930.

KOMENSKÝ J. A.: Vybrané spisy II, III. Dědictví Komenského, Praha, 1908, 1926, li+267, 227 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Vybrané spisy I–VIII a Rejstříky. SPN, Praha 1958–1978.

KOMENSKÝ J. A.: Geometrie I. Geometrie II. Geodesie. Opera didactica omnia, sv. 12 [Viz J. KYRÁŠEK, J. MIKULČÁK, 1970/71].

KOMENSKÝ J. A.: Labyrint světa a ráj srdce. Kap. XI. Praha, 1958, 57–58.

KOMENSKÝ J. A.: Informatorium školy mateřské. Veškeré spisy J. A. Komenského, sv. 4.

KOMENSKÝ J. A.: Didaktika česká.

KOMENSKÝ J. A.: Didaktika velká. Komenium, Brno, 1948. Jiné vydání: 1930, 314 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Sebrané spisy J. A. Komenského I. Didaktika veliká. Ed. Grégr a syn, Praha, 1905, lxii+378 stran. 2. vydání: 1930.

KOMENSKÝ J. A.: Vybrané spisy II, III. Dědictví Komenského, Praha, 1908, 1926, li+267, 227 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Škola na jevišti. Komenium, Brno, 1947, 119 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Labirynt světla a ráj srdce. L. Bradáč, Praha, 1919, 183 sloupců. Jiné vydání: Nákladem československé grafické unie, Praha, 1939, 185 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Vybrané spisy J. A. Komenského II. Informatorium školy mateřské. Rozprava k vřatislavským. Didaktika analytická, Ed. Grégr a syn, Praha, 1908, li+268 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Analytická didaktika. Státní nakladatelství, Praha, 1947, 110 stran. Jiné vydání: 1874; Tvořivá škola, Brno, 2004.

KOMENSKÝ J. A.: Didaktika česká. I. L. Kober, Praha, 1937, 215 stran.

KOMENSKÝ J. A.: Jak dovedně užívat knih, hlavního nástroje vzdělání. SPN, Praha, 1956, 45 stran; další vydání: 1970.

B. Literatura

ČUPR K.: Zájem Komenského o matematiku a fyziku. Rozhledy 21(1942), 118–119.

ČUPR K.: J. A. Komenského Geodesia. Zeměměřičský obzor 30(1942), č. 11, 171–173.

ČUPR K.: K Součkovu objevu neznámých děl Komenského. Naše věda 22(1943), č. 9–10, 145–150.

ČUPR K.: Hvězdářská pomůcka J. A. Komenského. Říše hvězd 24(1943), 54–56, 75–79.

ČUPR K.: Neznámé učebnice Komenského. Věda a život 12(1946), 140–144.

ČUPR K.: J. A. Komenský – Geometrie. Zeměměřičský obzor 30(1942), č. 11, 170–180.

HAVRÁNEK A.: J. A. Komenského Janua linguarum praxeos theatrae. ČPMF 21(1892), 297–303.

HEKRLOVÁ J.: Jan Amos Komenský o matematice. Diplomová práce MFF UK, Praha, 62 stran.

HENDRICH J.: Jan Amos Komenský ve světle svých spisů. Družstevní práce, Praha, 1941, 255 stran.

HONL J., PROCHÁZKA E.: Úvod do dějin zeměměřičství. IV. Novověk, 2. část. ČVUT, Praha, 1982, 153 stran, 48 obrázků.

KOPECKÝ J., PATOČKA J., KYRÁŠEK J.: Jan Amos Komenský. Nástin života a díla. SPN, Praha, 1957, 273 stran, 45 obrazových příloh.

KOTYK J.: K výročí Jana Amose Komenského. Rozhledy 35(1957), 419–423.

KUMPERA J.: Jan Amos Komenský, poutník na rozhraní věků. Ostrava, 1992.

KYRÁŠEK J., MIKULČÁK J.: O J. A. Komenském a jeho Geometrii. MFvŠ 1(1970/71), 275–280.

POLIŠENSKÝ J.: Jan Amos Komenský. Odkazy pokrokových osobností naší minulosti. Svobodné slovo, Praha 1963, 177 stran.

POLIŠENSKÝ J.: Komenský. Muž labyrintů a naděje, Academia, Praha, 1996, 218 stran.

SOUČEK S.: Nový Komenský. Naše věda 12(1931) [O nálezu Komenského rukopisu Geometria v Leningradě].

STINGLOVÁ B.: Jan Amos Komenský o matematice. Seminární práce MFF UK, Praha, 1981, 11 stran.

TICHÝ M.: Jan Amos Komenský o počtu permutací. MFvŠ 13(1982/83), 658–660.