sekci shrnujeme odkaz tohoto „století křivek“ pro další vývoj.

4.1. Descartovi nástupci

4.1.1. Komentované edice Descartovy *La Géométrie*

První latinské vydání Descartových *Rozprav o metodě* z roku 1642 *Geometrii* vypouští. Latinský překlad *Geometrie* zhotovený pečlivě Franciscem van Schootenem[1] vychází v roce 1649. Překlad byl stejně jako první původní francouzské vydání z roku 1637 vytištěn u Iana Maira v Leidenu a byl už doprovázen rozsáhlými vysvětlujícími výklady Florismonda de Beauna[2] a překladatele.[3]

Jedna z komentovaných edicí Descartovy *Geometrie* vydaná v letech 1659–61 byla opatřena dodatkem, který napsal Jan de Witt[4] v roce 1646, *Elementa curvarum linearum (Základy rovinných křivek).* De Witt se díky Schootenovi seznámil s pracemi Descarta i Fermata a sepsal pojednání o kuželosečkách ze syntetického i analytického hlediska. První kniha je věnována vlastnostem kuželoseček s použitím tradičních metod syntetické geometrie, druhá kniha je v historii vůbec prvním systematickým pojednáním o kuželosečkách, které užitím nových ideí kompletně algebraicky vykládá kuželosečky. Ačkoliv myšlenky a metody jsou spíše podobné Fermatovi, značení de Witta je moderní jako u Descarta. Např. de Witt podobně jako Fermat ukazuje, že rovnice

$$y = \frac{bx}{a} \tag{4.1}$$

je rovnicí přímky, což u Descarta chybí. Nejdříve analogicky jako Fermat pojednává jen o kladných hodnotách obou konstant v rovnici (4.1), ale jde dál a ukazuje, že také několik dalších rovnic determinuje přímku:

$$y = \frac{bx}{a} + c,\ y = \frac{bx}{a} - c,\ y = c - \frac{bx}{a},\ y = c,\ x = c,$$

přičemž je vždy pro všechny případy uvažována jen ta část přímky, která leží v prvním kvadrantu.[5]

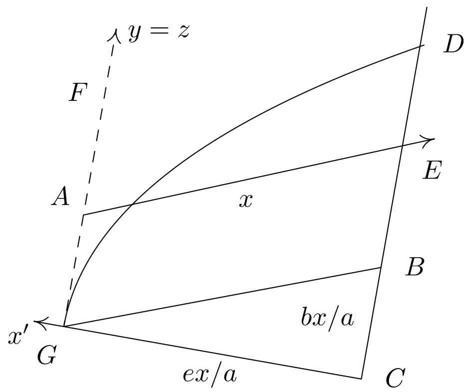
[1] Francis van Schooten (1615–1660).

[2] Florismond de Beaune [Debeaune] (1601–1652).

[3] Český překlad Descartovy *Geometrie* dosud nevyšel. Byl připraven v roce 1996 docentem RNDr. Jiřím Fialou, CSc. z Prahy (viz také [Fia98]) a věříme, že se brzy objeví na našem knižním trhu.

[4] Jan de Witt (1623–1672).

[5] Viz [Kat98, str. 443].



Obrázek 4.1: Konstrukce de Witta k rovnici (4.5)

Dále podobně jako Fermat ukazuje, že rovnice

$$y^2 = ax$$

reprezentuje parabolu. Přidává grafy parabol o rovnicích

$$y^2 = ax + b^2 \tag{4.2}$$

$$y^2 = ax - b^2 \tag{4.3}$$

$$y^2 = b^2 - ax \tag{4.4}$$

a o rovnicích, které obdrží z (4.2)–(4.4) záměnou x a y. Podobně jako u přímky jsou ukázány jen ty části grafů, kde x a y jsou kladné hodnoty. De Witt rozebírá detailně ale i složitější rovnici

$$y^2 + \frac{2bxy}{a} + 2cy = bx - \frac{b^2x^2}{a^2} - c^2. \tag{4.5}$$

Dosazením $z = y + \frac{bx}{a} + c$ do (4.5) dostaneme

$$z^2 = \frac{2bc}{a}x + bx \tag{4.6}$$

a dalším zjednodušením $d = \frac{2bc}{a} + b$ obdržíme

$$z^2 = dx \tag{4.7}$$

tedy parabolu.

De Witt dále ukazuje, jak použít tyto transformace k vykreslení množiny bodů (viz obr. 4.1): Uvažujme souřadnice libovolného bodu $D =$

$[x, y]$, úsečku AE jako osu x a úsečku AF jako osu y, $|BE| = |AG| = c$. Prodloužíme DB do C tak, že

$$\frac{|GB|}{|BC|} = \frac{a}{b},$$

nebo-li

$$|BC| = \frac{bx}{a}$$

a odtud

$$|DC| = y + \frac{bx}{a} + c = z. \tag{4.8}$$

Také

$$\frac{|GB|}{|GC|} = \frac{a}{e}, \text{ tj. } |GC| = \frac{ex}{a}.$$

Moderním jazykem bychom řekli, že de Witt použil transformaci souřadnic

$$x = \frac{a}{e}x' \tag{4.9}$$

$$y = z - \frac{b}{e}x' - c, \tag{4.10}$$

aby přešel od kosoúhlého souřadného systému $x = AE$, $y = AF$ k pravoúhlému souřadnému systému $x' = GC$, $z = GF$, tedy bod $D = [x, y]$ má nové souřadnice $[x', z]$. V nových souřadnicích má křivka rovnici

$$z^2 = \frac{da}{e}x', \tag{4.11}$$

tedy jedná se o parabolu s vrcholem v bodě G a osou GC.

Witt kreslí tuto parabolu, přesněji její část, nad původní osou AE. Důkaz končí poznámkou, že libovolný daný bod D této množiny splňuje základní vlastnost paraboly

$$|DC|^2 = |GC| \cdot \frac{da}{e},$$

tedy

$$z^2 = \frac{ex}{a} \cdot \frac{da}{e}$$

a odtud

$$z^2 = dx.$$

Substitucí $z = y + c + \frac{bx}{a}$ dostaneme původní rovnici.

Podobným způsobem detailně rozebírá elipsu a hyperbolu, přičemž vždy nejdříve ukazuje, jak jejich rovnici redukovat.

Ačkoliv de Witt neudává pro původní rovnice podmínky, podle kterých by bylo možno stanovit, zda se jedná o parabolu, elipsu nebo hyperbolu, není těžké to udělat analyzováním jeho příkladů. Witt uzavírá svou práci poznámkou, že libovolná kvadratická rovnice dvou proměnných může být transformována do standardní formy rovnice, která reprezentuje přímku, kružnici nebo kuželosečku. Ačkoliv Fermat i Descartes nastínili stejný výsledek, de Witt byl první, kdo studoval všechny detaily množiny bodů zadané kvadratickou rovnicí.

4.1.2. Další spisy inspirované Descartovou *La Géométrie*

Zvláštní místo zaujímá kniha l'Hospitala[6] z roku 1696 *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes (Analýza nekonečně malých [veličin] pro vyšetřování křivých čar)*, která byla vydána na základě přednášek Johanna Bernoulliho v letech 1691–92 a která

byla první – a na dlouho jedinou – začátečníkům přístupnou učebnicí diferenciálního počtu a která se velmi věnovala rovinným křivkám. Tak třeba se v ní objevuje „point de rebroussement de la seconde sorte", bod vratu druhého druhu [. . .]*. Je však třeba říci, že za vědeckým obsahem knihy stál Johann Bernoulli, za metodickým zpracováním l'Hospital sám.* [. . .] *i objev bodu vratu druhého druhu je třeba přičíst Bernoulliovi.* [Fuc99, str. 153]

Knihu lze navíc považovat za vůbec první spis diferenciální geometrie (viz odstavec 4.5).

V roce 1707 vydává l'Hospital v Paříži první systematický výklad analytické geometrie *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour le résolution des équations dans les problèmes tant déterminez qu'indéterminez (Analytický traktát o kuželosečkách a o jejich použití k řešení determinovaných i nedeterminovaných úloh)*. Odvodil zde vlastnosti kuželoseček částečně pomocí jejich rovnic a algebry, částečně metodami elementární geometrie. V principu správně chápal otázku kladných a záporných souřadnic x a y. Podrobně jsou rozebrány všechny případy na příkladu přímky

$$y = \frac{b}{a}x$$

a kružnice

$$y^2 = a^2 - x^2,$$

[6] Guillaume François Antoine Marquis de l'Hospital (1661–1704).

ale dále se podobně jako jeho předchůdci omezuje jen na kladné hodnoty x a y. Proto i v jeho spise chybí rovnice přímky

$$y = -\frac{bx}{a} - c.$$

L'Hospital uvažoval řadu zajímavých úloh, např. ukázal, že geometrické místo bodů, pro něž podíl vzdáleností od dvou pevně daných bodů je konstantní, je Apollóniova kružnice.

Dalším přínosem k analytické geometrii byl spis Hermanna[7] *Phoronomia seu de Viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum (O silách a pohybech pevných těles a kapalin)* z roku 1716 a v tom stejném roce Hermann vyslovil tvrzení:

Tvrzení. Rovnice křivky n-tého stupně s koeficientem 1 u y^n má $\frac{n(n+3)}{2}$ koeficientů.

Mimo jiné řešil také Keplerovu úlohu rozdělit půlkružnici v daném poměru a zabýval se sférickou epicykloidou, pro niž našel vyjádření

$$l = \frac{4b}{a}\sqrt{a^2 - 2ab\cos\phi + b^2},$$

kde a, b jsou poloměry kružnic a ϕ je úhel, který svírají roviny, v nichž kružnice leží. Ve srovnání se svými předchůdci provedl Hermann úplnější analytické vyšetřování křivek druhého stupně. Také rozšířil metodu polárních souřadnic, poprvé užitou Jacobem Bernoullim v roce 1691 pro spirály, na libovolné rovinné křivky a zdůraznil, že s jejich pomocí lze vlastnosti křivek vyšetřovat podobně jako pomocí souřadnic Descartových. Rovnice přechodu od polárních souřadnic k souřadnicím kartézským (Descartovým) zapsal ve tvaru

$$x = nz,\ y = mz,$$

kde z je „poloměr projekce“, m a n je kosinus a sinus „úhlu projekce“, což je v podstatě dnešní vyjádření. Mezi křivkami, jejichž rovnice Hermann uvádí v polárních souřadnicích byla i parabola. Jde o vůbec první použití polárních souřadnic pro kuželosečky v historii. Hermann také jako první přistoupil k systematické práci v analytické geometrii v prostoru.[8]

[7] Jacob Hermann (1678–1733), žák Jacoba Bernoulliho.

[8] V prvních šesti dílech *Zápisů* Petrohradské akademie najdeme 12 matematických prací Hermanna. Viz [Juš72, str. 154].