Kružnice křivosti je kružnice s vlastností, že není možné nakreslit jinou kružnici, která by byla v úhlu mezi křivkou a kružnicí. Říkáme, že křivka má v bodě dotyku stejnou křivost jako tato kružnice. [Gra94, str. 332]

Newton vypočítal její poloměr na základě vyšetřování normál křivky ve třech nekonečně blízkých bodech

$$r = \frac{(1+z^2)^{\frac{3}{2}}}{\dot{z}},$$

kde $z = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$, přičemž symbol tečka označuje to, co dnes nazýváme derivací.

Newton uvažoval jen rovinné křivky. Prvním rozsáhlým pojednáním o křivkách prostorových byl až Clairautův spis z roku 1731 *Recherches sur les courbes à double courbure (Pojednání o křivkách s dvojí křivostí)*,[77] který byl pařížské akademii předložen už v roce 1729. Byl jedním z prvních pokusů o diferenciální geometrii křivek a obsahuje patrně první soustavnou aplikaci analytické geometrie na prostorové útvary. Clairaut definuje prostorové křivky jako průsečnice dvou válcových ploch a analyticky je vyjádřil soustavou rovnic. Bez zábran a v plném rozsahu Clairaut kromě rovnice koule, rotačního kužele a rotačního paraboloidu odvodil rovnice některých složitějších rotačních ploch – elipsoidu, jednodílného rotačního hyperboloidu a plochy vznikající rotací paraboly kolem tečny ve vrcholu. Nalezl rovnici kužele s daným vrcholem a řídící křivkou, ve speciálních případech uvažoval paraboly, hyperboly a elipsy vyšších řádů. Všiml si, že v případě, kdy vrchol je v počátku souřadnic, je rovnice homogenní.

Pozoruhodné pojednání o křivosti křivek a ploch je dílem L. Eulera (viz odstavec 5.2.1).

4.6. Odkaz „století křivek“ pro další vývoj

V předchozí kapitole jsme byli svědky zrodu mocného nástroje ke zkoumání křivek (a geometrických objektů obecně) – analytické geometrie. Descartova a Fermatova analytická geometrie nejen že poskytla metodu kvantitativního zvládnutí geometrických tvarů, ale umožnila vytvářet geometrické křivky do té doby neznámé a obrátila tímto směrem pozornost geometrů. Historikové matematiky se však všeobecně shodují

[77] Termín „křivka s dvojí křivostí“ pochází ze skutečnosti, kterou předpokládal už Descartes, že prostorová křivka je určena svými dvěma průměty do dvou k sobě kolmých průměten; poprvé tento termín předložil pařížský akademik Henri Pitot (1695–1771) v Mém. Ac. Paris v roce 1727 (1726), aby zdůraznil podstatný rozdíl mezi šroubovicí na válci a spirálou v rovině. Viz [Juš72, str. 175].

v tom, že *La Géométrie* předběhla svou dobu a pro současníky přinášela těžkosti. Rozšířila se až po překladu do latiny a komentování dalšími učenci, kteří Descartovy myšlenky rozepsali a dali jim systematičtější výklad (viz odstavec 4.1.1). Trvalo minimálně padesát let než byla Descartova (a Fermatova) metoda plně pochopena a využívána.[78] Lze říci, že teprve kniha l'Hospitala vydaná v roce 1695 (viz odstavec 4.1.2) vnáší Descartovu metodu do všeobecného povědomí a první, kdo ji pochopil v celém rozsahu a dále rozvíjel, byl Isaac Newton. Je třeba si uvědomit, že ve druhé polovině 17. století v podstatě fungovaly jen dva prostředky komunikace mezi vědci – knihy a dopisování. Mnozí autoři nespěchali s uveřejňováním svých výsledků, k tomu docházelo často až po mnoha letech nebo dokonce po jejich smrti. Situace se začala pozvolna měnit se zakládáním vědeckých akademií, které vydávaly zprávy o svých zasedáních.[79]

V letech 1649–1748 se dostaly do popředí zájmu matematické problémy spojené s určováním tečen a normál křivek, inflexních bodů, křivosti křivek atd. Starý geometrický způsob byl nedostačující. V souvislosti s příchodem pojmů, které charakterizovaly přírustky veličin o nekonečně malé hodnoty se stále více prosazoval algebraický způsob zápisu, který vyústil v diferenciální rovnice v Leibnizově škole a v rovnice s fluxemi ve škole Newtonově. Lebniz zavádí infinitezimální metody právě na geometrickém modelu, což podpořilo diferenciálně geometrické úvahy.

Je zajímavé, že podobně jako Descartes také Newton byl přesvědčen, že hlavní význam geometrických (tj. algebraických) křivek je v jejich využití pro řešení algebraických rovnic hledáním průsečíků.[80] Newtonův přínos pro studium křivek a jeho další využití jsme nastínili v sekci 4.3. Jako první (a v sedmnáctém století v podstatě jediný) plně pochopil Descartovu analytickou metodu, byl první, kdo v plném rozsahu využíval i záporné souřadnice. Části křivek v kvadrantech se zápornými souřadnicemi považoval za rovnocené s částmi v kvadrantu, kde jsou obě souřadnice kladné, což se dnes jeví jako samozřejmost, ale na konci 17. století to představovalo významné abstraktní rozšíření. Pomocí analytické geometrie systematicky vytvořil teorii novou – teorii kubických

[78] *The most remarkable fact is that the great importance of the discoveries of these two geometers was not fully appreciated for fifty years.* Viz [Coo40, str. 128].

[79] Jako první fungovala po dobu asi deseti let druhé poloviny 17. století *Accademie Cimento* ve Florencii; v roce 1660 byla založena v Londýně *Royal Society*, ale předcházelo jí již dvanáct let tajných schůzek v Oxfordu; v roce 1666 byla v Paříži založena *Académie des Science* (svou činnost zahájila až v roce 1699), opět předcházely soukromé schůzky, kterých se účastnil také Descartes, Mersenne, E. Pascal, B. Pascal, Roberval a další.

[80] Stejného mínění byl i Leibniz.

křivek.

Newtonova nejdůležitější geometrická práce byla jeho klasifikace kubických křivek. Ta je pozoruhodná v několika ohledech. Před jeho dobou věnovali autoři velkou pozornost přímkám, kružnicím a kuželosečkám, jen stručně se zmiňovali o jednotlivých křivkách, ať už algebraických nebo transcendentních; Newton se pustil do klasifikace celé jedné definované kategorie. To, že mu nevadily záporné hodnoty souřadnic, mu přišlo vhod, a jeho algebraické dovednosti a představivost byly vynikající. [Coo40, str. 129]

Ještě jeden zásadní pokrok v teorii křivek přinesl Newton. Tím je určení tečny ke křivce. Zjistil, že sklon tečny jako záporná hodnota poměru dvou parciálních derivací tohoto polynomu, položeného rovno nule, dává rovnici křivky. Také se věnuje otázkám křivosti, délkám oblouků a plochám, ale to nechám nyní stranou, neboť to patří spíše do infinitezimálního počtu než do geometrie. [Coo40, str. 131]

Newton také jako první aplikoval na studium křivek nekonečné řady. Svými pracemi ukázal nejen jak zkoumat v té době známé křivky, ale současně také jak popisovat křivky nové, přičemž formálně a v obecném rozsahu (ve srovnání s „pravítkovými nástroji“ Descarta) zcela abstraktně. Studium křivek se ve vymezeném stoletém období rozrůstá expanzivní rychlostí. Vybrané příklady ukazují (viz sekce 4.2), že mnohých výsledků bylo dosaženo současně nebo téměř současně více učenci. Právě na studiu křivek bylo možné ověřovat metody vznikajícího infinitezimálního počtu a prohlubovat metody analytické geometrie. Nutno však říci, že v 17. století není ještě odlišen v analytickém zkoumání geometrických útvarů čistě algebraický a čistě diferenciální přístup a že obě metody se často prolínají.

Newtonovy práce byly většinou stručné a mnohdy bez důkazů, proto podněcovaly jeho současníky i následovníky k podrobnému komentování a dokazování uvedených tvrzení. Při této práci vznikaly (nejen) v teorii křivek nové výsledky (Stirling, Clairaut a další – viz sekce 4.4). Z nich vyzdvihněme knihu Clairauta z roku 1731 *Recherches sur les courbes à double courbure*, ve které položil základ třem disciplínám – analytické geometrii v prostoru, diferenciální geometrii a deskriptivní geometrii založené na zobrazení prostoru pomocí ortogonálních projekcí do dvou k sobě kolmých rovin.

Lze říci, že v polovině 18. století vrcholí období, kdy se vyšetřují speciální křivky a jejich vlastnosti, a to všemi dostupnými metodami. Ve srovnání s Descartovou *Géométrií* dochází k zobecnění v tom smyslu, že se vyšetřují stále častěji celé skupiny křivek určitého typu nikoliv jen jedna konkrétní křivka. Navíc křivky jsou vyšetřovány v celém svém rozsahu nikoliv jen v omezené části. Viděli jsme, že Descartes sice opustil pohled na křivku jako konečný segment ve čtverci, kruhu apod., jak ji chápali ve starověku (srovnej tabulka 2.4), ale ani Descartes při vyšetřování křivek ještě plně nevyužíval všechny kvadranty. Další možnosti ve vyšetřování křivek přináší diferenciální počet. Rozvíjející se matematická analýza stále více začíná pracovat s pojmem funkce, který je v dalším období s pojmem křivka nerozlučně spjat. Nejdůležitější body posunu ve vyšetřování křivek jsou uvedeny v tabulce 4.1.

V kapitole 4 jsme se věnovali staletému období od vydání prvního latinského překladu Descartovy *Géométrie* v roce 1649 až do roku 1748, kdy vychází Eulerův spis *Introductio in Analysin Infinitorum*. Eulerovu práci už přiřazujeme k období systematického výkladu teorie křivek v úzké spojitosti s pojmem funkce, kterým se budeme zabývat až v kapitole 5. V následujícím století se díky nashromážděným poznatkům o křivkách přesune pozornost od vyšetřování mnoha konkrétních vlastností jednotlivých křivek ke snaze zodpovědět některé obecné otázky, vyšetřovat vlastnosti společné celým skupinám křivek, vymezit a definovat nové pojmy. Tím bude i zřetelně vytlačena na povrch otázka: „Co to vlastně je křivka?“, která se zatím stále jen nezřetelně rýsuje za studiem objektů, jež intuitivně za křivky považujeme.

- Vyšetřují se stále častěji celé skupiny křivek určitého typu nikoliv jen jedna konkrétní křivka.
- Křivky jsou vyšetřovány v celém svém rozsahu nikoliv jen v omezené části (např. ve čtverci, v prvním kvadrantu apod.).
- K vyšetřování křivek se používají nové metody, zejména diferenciální počet.

Tabulka 4.1: Zobecnění ve vyšetřování křivek v letech 1649–1748.

Literatura

[Ada08] Adam–Tanery. *Oeuvres de Descartes*, svazek I–X. Léopold Cerf, Paris, 1897–1908.

[Byd48] Bydžovský, B. *Úvod do algebraické geometrie.* Praha, 1948.

[Coo40] Coolidge, J. L. *A History of Geometrical Methods.* Oxford, 1940.

[Des37] Descartes, R. *The geometry of Rene Descartes.* Leiden, 1637. (z francouzštiny a latiny přeložil do angličtiny David Eugene Smith a Marcia L. Latham, Chicago 1925; přetisk: Dover Publications, New York, 1954).

[Fuc87] Fuchs, E. a kol. *Světonázorové problémy matematiky IV.* SPN, Praha, 1987.

[Fuc99] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Matematika v 16. a 17. století*, svazek 12 v *Dějiny matematiky.* Prometheus, Praha, 1999.

[Gra94] Grattan–Guinness, I., ed. *Companion Encyklopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.* Routledge, London, 1994.

[Juš70] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VII stoletija*, svazek II. Nauka SSSR, Moskva, 1970.

[Juš72] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VIII stoletija*, svazek III. Nauka SSSR, Moskva, 1972.

[Kat98] Katz, V. J. *A history of mathematics: an introduction.* Addison-Wesley Educational Publishers, Inc., 2. vydání, 1998.

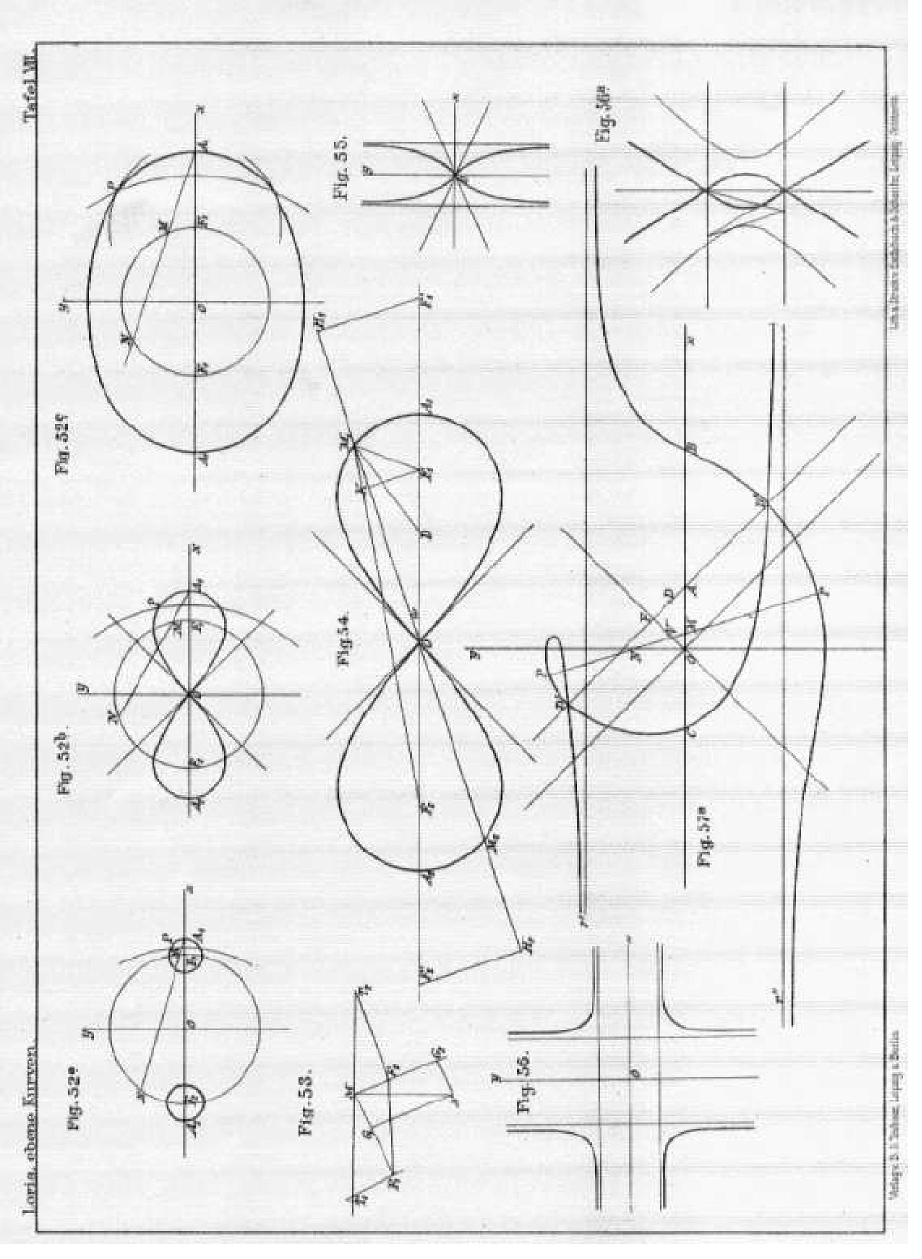
[Lor10] Loria, G. *Spezielle algebraische and transzendente ebene Kurven*, svazek I. (Die algebraischen Kurven). Druck und Verlag von B. G. Teubner, 2. vydání, 1910.

[Lor11] Loria, G. *Spezielle algebraische and transzendente ebene Kurven*, svazek II. (Die transcendenten und die Abgeleiteten Kurven). Druck und Verlag von B. G. Teubner, 2. vydání, 1911.

[New60] Newton, I. *An Enumeration of Lines of The Third Order.* London, 1860.

[New99] Newton, I. *The Principia. Mathematical Principles of Natural Philosophy.* University of California Press, London, 1999. (překlad I. Bernard Cohen a Anne Whitman).

[Sch00] Schwabik, Š. Bernard Bolzano a základy matematické analýzy. V *IX. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky*, str. 63–85. Prometheus, Velké Meziříčí, 2000.



Obrázek 5.1: Ukázka z německého vydání spisu G. Lorii [Lor10]