

# Historický vývoj pojmu křivka

---

## 5. Pojem křivka a pojem funkce

In: Lenka Lomtadze (author): Historický vývoj pojmu křivka. (Czech). Brno: Nadace Universitas v Brně, 2007. pp. 168–171.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401113>

### Terms of use:

© Lomtadze, Lenka

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## Kapitola 5

# Pojem křivka a pojem funkce

*Čára je geometrický pojem, jehož přesná a dostatečně obecná definice je dosti obtížná a udává se v různých oblastech geometrie různým způsobem.*

Š. Schwabik [Sch00, str. 70]

Pokud hovoříme o rovinné křivce, bezprostředně si představíme tenkou čáru, která může být různě kroucená, popř. jednou či vícekrát protíná sebe sama. Ukázali jsme, že do poloviny 19. století již bylo takovýchto objektů popsáno a ve většině případů i co do vlastností detailně studováno velké množství. V roce 1895 akademie věd v Madridu<sup>1</sup> vyhlásila matematikům výzvu k sepsání katalogu křivek, které byly studovány a zasloužily speciální název. Tato výzva byla akademií v Madridu vyhlášena poprvé už v roce 1892 s termínem do 31. 12. 1894, ale protože se nikdo nepřihlásil, akademie v roce 1895 tuto výzvu opakovala s termínem do 31. 12. 1897. Na druhou výzvu akademie odpověděli čtyři lidé – Portugalec Francisco Gomes Teixeira,<sup>2</sup> Ital Gino Loria,<sup>3</sup> španělský architekt Joaquín Vargas Y Aguirre a Francouz Henri Brocard.<sup>4</sup> Na cenu byly podány tři práce:

- F. G. Teixeira: *Tratado de las curvas Especiales Notables (Traktát o speciálních pozoruhodných křivkách)*, 1905, Madrid; spis byl pře-

---

<sup>1</sup>Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid.

<sup>2</sup>Francisco Gomes Teixeira (1851–1933).

<sup>3</sup>Gino Loria (1862–1954).

<sup>4</sup>Pierre René Jean Baptiste Henri Brocard (1845–1922).

ložen do francouštiny a vydán v letech 1908, 1909 a 1915 pod názvem *Traité des Courbes Spéciales Remarquables, Planes et Gauches* v Coimbře, značně se rozšířil.<sup>5</sup>

- G. Loria: *Las curvas Planas Particulares Algébricas y Transcendentes (Speciální algebraické a transcendentní rovinné křivky)*, rukopis 1897; vyšlo v italštině a němčině.<sup>6</sup>
- J. V. Y Aguirre: *Catalogo General de Curvas (Katalog obecných křivek)*; pouze ve španělštině.

Henri Brocard předložil spis *Vocabulaire des Courbes Géométriques et Notes Bibliographiques (Slovník geometrických křivek a bibliografické poznámky)*, ale jeho práce byla napsána francouzsky a nebyla na cenu doporučena.<sup>7</sup> Nakonec obdrželi cenu akademie F. G. Teixeira a G. Loria. Jen pro představu uvádíme, že Loriovo dvoudílné vydání má celkem 872 stran a je zde vyobrazeno 205 křivek (viz ukázka na obr. 5.1).

V souvislosti se snahami utřídit známé křivky přirozeně vzniká otázka, jak je obecně matematicky definovat. Stěžejní podnět k hledání obecné definice křivky v tomto období dává matematická analýza, neboť pojem křivka se vyvíjel v úzké souvislosti s pojmem funkce. Podnětům matematické analýzy k vývoji pojmu křivka se věnujeme v sekci 5.1. V kapitole čtvrté jsme ukázali, že aplikace algebry na geometrii přinesla obrovský kvalitativní skok ve vyšetřování křivek. Další neméně významný kvalitativní skok přináší diferenciální geometrie jako aplikace matematické analýzy na geometrii. Diferenciální geometrií křivek, jejíž prvopočátky byly naznačeny již v sekci 4.5 předchozí kapitoly, se zabýváme v sekci 5.2. Nejprve rozebíráme Eulerovy spisy, které jsou vyvrcholením prehistorického období diferenciální geometrie (odstavec 5.2.1), potom srovnáváme diferenciálně geometrický přístup ke křivkám v pracích Mongeho a Gausse, jež jsou obecně považovány za počátek systematického výkladu diferenciální geometrie (odstavec 5.2.2), a v posledním odstavci 5.2.3 zmiňujeme některé významné výsledky jejich následovníků. V souvislosti s pokrokem algebraických metod v projektivní geometrii se v první polovině 19. století vydělila z analytické geometrie jako samostatný celek

<sup>5</sup>Reedice Chelsea Publishing Co., New York, 1971 a Jacques Gabay, Paris, 1995.

<sup>6</sup>Německá dvousvazková edice *Spezielle algebraische und transcendente ebene Curven*, která byla vydána poprvé v roce 1902 a podruhé v letech 1910–12, viz [Lor10], [Lor11], byla u nás v první polovině 20. století dobře známá.

<sup>7</sup>Ačkoliv akademie věd v Madridu jmenovala na základě této práce Brocarda svým korespondenčním členem.

teorie algebraických křivek vyššího stupně. Tento jev je historiky matematiky většinou považován za vznik algebraické geometrie jako samostatné vědní disciplíny.<sup>8</sup> Algebraickému pohledu na křivky se věnujeme v sekci 5.3.

V sekcích 5.2, 5.3 sledujeme vývoj teorie křivek přibližně do poloviny 19. století, kdy v pojetí křivky nastává výrazná změna definicí variety u B. Riemanna. Přínosu B. Riemanna se věnujeme samostatně v sekci 5.4. Na závěr této kapitoly uvádíme krátké pojednání o pojetí křivky u B. Bolzana, což je z historického hlediska velmi zajímavé, ale na další vývoj teorie křivek neměly Bolzanovy práce žádný vliv (viz sekce 5.5).

## 5.1. Funkce a podněty matematické analýzy

*Nikdo neumí vysvětlit, co to je funkce.*

*Ale: „Funkce  $f$  je dána, jestliže je každému reálnému číslu  $a$  přiřazeno nějakým určitým přepsaným způsobem číslo  $b$  [...]“.* Weyl v roce 1927.

[Juš76b, str. 82]

Pojem funkce pravděpodobně poprvé použil Leibniz v roce 1673 v rukopise *Methodus tangentium inversa, seu du functionibus (Inverzní metoda tečen nebo-li o funkcích)*.<sup>9</sup> Pojetí funkce se ještě u samotného Leibnize postupně vyvíjí. V první fázi je funkce chápána zcela geometricky, pojem funkce je pevně spojen s křivkou a její tečnou v daném bodě. Funkcemi Leibniz nazývá úseky na osách objevující se při konstrukci tečny a dalších přímek příslušných danému bodu (normála, chorda apod.); řeší i úlohu opačnou: jak najít ordinály bodů křivky, jestliže pro danou křivku a tečný bod splňují nějakou funkci. Zatímco v prvním případě jsou pro něj funkcemi křivky průměty a úseky na osách jakožto objekty, v druhém případě rozumí funkcí jisté geometrické pravidlo.

Poprvé Leibniz publikoval své původní pojetí funkce jako obecného termínu pro různé lineární elementy pevně spojené s křivkou v *Acta Eruditorum* v roce 1692. V letech 1692–94 se pojem funkce objevuje také v korespondenci mezi bratry Johannem a Jacobem Bernoulliiovými a Leibnizem. Jacob Bernoulli používá v roce 1694 v *Acta Eruditorum* také termín *Functionslinie (funkční čára)*, čímž míní křivku.<sup>10</sup> Jak jsme

<sup>8</sup>Viz např. [Fuc96b, str. 88].

<sup>9</sup>Viz [Juš70, str. 144]. Tento rukopis některé historické práce opomíjejí, např. [Can01, str. 5] uvádí rok 1692.

<sup>10</sup>Viz [Can01, str. 242].