

Historický vývoj pojmu křivka

5.6 Tendence v geometrii v polovině 19. století

In: Lenka Lomtadze (author): Historický vývoj pojmu křivka. (Czech). Brno: Nadace Universitas v Brně, 2007. pp. 194–197.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401119>

Terms of use:

© Lomtadze, Lenka

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

S jistou rezervou lze říci, že zde podal zcela moderní definici křivky. V šesté kapitole se zabýváme tím, jak obtížné je podat dosti obecnou a současně dostatečně přesnou definici pojmu čára (křivka). K této Bolzanově pasáži se budeme vracet.

5.6. Tendence v geometrii v polovině 19. století

Nelze si nepovšimnout zvýšeného zájmu o geometrickou problematiku obecně v první polovině 19. století.⁷⁴ Toto oživení zájmu o geometrii způsobily zejména dva faktory (1) stále více se objevují tendence o zobecňování, které starší problematiku elementární geometrie postavily do nového světla; (2) objekty zkoumané analytickou metodou Descartovou se díky nové metodice obohatily o řadu nových objektů. Současně se začaly vytvářet nové oblasti geometrie jako zcela samostatné geometrické disciplíny, ale dlouhou dobu bez upozorování užších vztahů k vedlejším disciplínám. G. Monge na samém konci 18. století svou první publikací *Geometrie Descriptive* (1795) položil základy deskriptivní geometrie. Pěstování této disciplíny v 19. století bylo bezpochyby nejen odpovědí na podněty z praxe (rozvíjející se průmysl), ale vynutilo si i vědecký pohled na tuto disciplínu. Studium některých situací v Mongeově deskriptivní geometrii vedlo Ponceleta k vytvoření systému projektivní geometrie v roce 1822,⁷⁵ ve které se paralelně syntetickými i analytickými metodami rozvíjí zkoumání nových geometrických objektů – křivek a ploch (i vyšších stupňů).

Analytické zaměření postupně oprošťuje geometrii od názornosti, která ji svým způsobem svazuje. Stále více se prosazuje algebraické chápání objektů. Naznačili jsme, že pokrok v teorii algebraických forem a v teorii funkcí n proměnných bezprostředně předcházely prvním pokusům formulovat základní pojmy n -rozměrné geometrie. Snaha o jejich geometrickou interpretaci byla jedním z hlavních stimulů, které k postupnému formování n -rozměrné geometrie vedly. Přínosem v této oblasti byly práce Jacobiho⁷⁶ a Cayleyho, které připravily pro geometrii algebraický aparát.

V roce 1844 podává Grassmann rozpracování n -rozměrné geometrie v knize *Die lineale Ausdehnungslehre (Theorie lineární extenze)*,⁷⁷ ale

⁷⁴Podrobněji se této otázce věnuje např. J. Folta: *Vývoj geometrie v 19. století* [Fuc87, str. 31–44].

⁷⁵J. V. Poncelet *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris 1822.

⁷⁶Carl Gustav Jacobi (1804–1851).

⁷⁷Nutno poznamenat, že myšlenka vektorového prostoru se objevila již u B. Bolzana v roce 1810, ale tehdejší matematiku ovlivnila až práce Grassmana.

k plnému pochopení jeho myšlenek došlo později.⁷⁸

V 19. století vznikají významné teritoriální školy. Patří k nim zejména škola francouzských geometrů vyrůstající z odkazu G. Monge, J. V. Ponceleta, italská škola Cremonova a německá škola algebraické geometrie zahájená J. Plückerem. Podstatným krokem v přibližování algebraických základů n -rozměrné geometrie k dnes používané terminologii analytické n -rozměrné geometrie byly až práce C. Jordana a E. Bettiho po roce 1870.

Aplikace algebraických a infinitezimálních metod v geometrii přináší výrazný posun ve vlastní teorii křivek. Křivky byly dosud chápány a vyšetřovány většinou jako prostředky k řešení algebraických rovnic (viz str. 166) a nyní jsou vyšetřovány pro ně samotné. Důležitou partií algebraické povahy v Eulerově *Introductio in Analysin Infinitorum* je afinní klasifikace rovinných algebraických křivek 3. stupně do 16 typů a řešení otázek dotyku křivek, násobnosti bodů a inflexe (i když bez hlubší systematizace). U Gausse jsme navíc viděli, že křivky jako řezy na ploše se stávají nástrojem pro vyšetřování ploch a stávají se její nedílnou součástí. Systém hlavních křivek tvoří ortogonální síť na ploše a tím dává možnost vytvořit vnitřní geometrii plochy.

Zcela nový pohled na křivku přináší Riemann zavedením pojmu *Mannigfaltigkeit* (rozmanitost), kterému dnes v české terminologii odpovídá pojem *varieta*. I když se později stává varieta fundamentálním pojmem diferenciální geometrie, v Riemannově pojetí jde spíše o vystižení topologicko-geometrických vlastností křivky. Počátky topologie historikové matematiky spojují až s pracemi Cantora,⁷⁹ ale byly to práce Riemanna, které se zasloužily o to, že topologie získala větší pozornost, protože Riemann přesně rozeznal, kde jsou myšlenky topologie potřebné, vytvořil nezbytné topologické metody a ihned je aplikoval do analýzy.⁸⁰ Otázkou navždy zůstane, kam by se posunul zrod některých topologických pojmů, včetně topologické definice křivky, kdyby Riemann předčasně nezemřel. Jeho nedokončená práce o topologii ukazuje, že Riemann

⁷⁸ Unfortunately, Grassmann's work, like that Bolyai and Lobachevsky, was not appreciated until the end of century. At that time Giuseppe Peano gave a set of axioms for a finite-dimensional vector space to provide a basis for the study of higher dimensional geometry and Elie Cartan (1869–1951) applied Grassman's work to the study of differential forms. Viz [Kat98, str. 767].

⁷⁹ Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845–1918) v roce 1872 definoval některé základní pojmy teorie množin, jeho článek publikovaný v roce 1874 v *Crelle Journal* je považován za zrod vlastní teorie množin.

⁸⁰ Viz [Aul97, str. 360].

chtěl rozpracovat teorii homologií pro dimenzi n .⁸¹

Riemanovo vystižení křivky jako jednorozměrné variety v této podobě je zatím intuitivní, ale v kapitole 6 uvidíme, že Riemann přesně vystihl geometrickou podstatu toho, čím objekty, které chceme považovat za křivky, odlišit od jiných. Předběhl tím dobu o několik desítek let, pojem topologické variety se objevuje teprve na počátku 20. století.⁸²

Všechny naznačené tendence v rozvoji geometrických disciplín vedly ke zobecňování a ke snaze definovat pojem geometrická čára nebo-li křivka. Moderní definici tohoto pojmu se věnujeme v kapitole šesté.

⁸¹Po Riemannově smrti teorii homologií rozpracoval jeho přítel E. Betti (1823–1892), který o Riemannově práci věděl. Viz [Aul97, str. 362].

⁸²*This was the beginning of the theory of manifolds (in which topological manifolds were to appear only in our century).* Viz [Aul97, str. 362].

Literatura

- [Aul97] Aull, C. E.–Lowen, R., ed. *Handbook of the History of General Topology*, svazek 1. Kluwer Academic Publishers, London, 1997.
- [Beč01] Bečvář, J. a kol. *Matematika ve středověké Evropě*, svazek 19 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 2001.
- [Ber42] Bernoulli, J. *Opera Omnia*. Lausannae–Genevae, 1742.
- [Can01] Cantor, M. *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, svazek III. Teubner, Leipzig, 1901.
- [Fol82] Folta, J. *Česká geometrická škola - historická analýza*. Academia, Praha, 1982.
- [Fuc87] Fuchs, E. a kol. *Světónázorové problémy matematiky IV*. SPN, Praha, 1987.
- [Fuc96a] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Matematika v 19. století*, svazek 3 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1996.
- [Fuc96b] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Člověk – umění – matematika*, svazek 4 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1996.
- [Fuc99] Fuchs, E.–Bečvář, J., ed. *Matematika v 16. a 17. století*, svazek 12 v *Dějiny matematiky*. Prometheus, Praha, 1999.
- [Gra94] Grattan–Guinness, I., ed. *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Routledge, London, 1994.
- [Juš70] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VII stoletija*, svazek II. Nauka SSSR, Moskva, 1970.
- [Juš72] Juškevič, A. P. *Istorija matěmatiki – matěmatika VIII stoletija*, svazek III. Nauka SSSR, Moskva, 1972.
- [Juš76b] Juškevič, A. P. The concept of function up to the middle of the 19th century. *Archive for History of Exact Science*, 16, 37–85, 1976.
- [Kat98] Katz, V. J. *A history of mathematics: an introduction*. Addison-Wesley Educational Publishers, Inc., 2. vydání, 1998.
- [Lar31] Lardner, D. *A Treatise on Algebraic Geometry*, svazek II. Whittaker, Treacher, and Arnot, London, 1831.
- [Rie19] Riemann, B. *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1919.
- [Sal25] Salmon, G. *A treatise on the higher plane curves*. Hodges a Smith, Dublin, 1825.
- [Sch00] Schwabik, Š. Bernard Bolzano a základy matematické analýzy. V *IX. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky*, str. 63–85. Prometheus, Velké Meziříčí, 2000.
- [Šmí69] Šmídová, J. *Pojetí diferenciální geometrie u Monge a Gausse*. Diplomová práce MFF UK, Praha, 1969.
- [Ště64] Štěpánková–Budilová, J. *Význam Descartesovy geometrie pro analytickou geometrii*. Diplomová práce MFF UK, Praha, 1964.
- [Stu77] Studnička, F. J. *Karel Bedřich Gauss*. JČMF, Praha, 1877.

