Karel Rychlík (1885–1968)

Učebnice, popularizační články, překlady

In: Magdalena Hykšová (author): Karel Rychlík (1885–1968). (Czech). Praha: Prometheus, 2003. pp. 145–164.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401159

4 UČEBNICE, POPULARIZAČNÍ ČLÁNKY, PŘEKLADY

4.1 UČEBNICE

4.1.1 Elementární teorie čísel .... **[R37], [R46]**
4.1.2 Teorie pravděpodobnosti .... **[R44]**
4.1.3 Teorie polynomů s reálnými koeficienty .... **[R64]**

4.2 POPULARIZAČNÍ ČLÁNKY

4.2.1 Tělesa algebraických čísel .... **[R5], [R6], [R18]**
4.2.2 Elementární teorie čísel .... **[R8], [R29]**
[R30], [R70], [R72]
4.2.3 Geometrie .... **[R9], [R83]**

4.1 PŘEKLADY

4.3.1 V. I. Glivenko, ***Teorie pravděpodobnosti*** .... **[R47]**
4.3.2 A. J. Chinčin, ***Řetězové zlomky*** .... **[R48]**
4.3.3 A. G. Kuroš, ***Algebraické rovnice lib. stupňů*** ..... **[R49]**
4.3.4 A. N. Tichonov – A. A. Samarskij,
Rovnice matematické fyziky .... **[R50]**

4.1 UČEBNICE

4.1.1 Elementární teorie čísel

V roce 1875 byla publikována Studničkova učebnice *Základové nauky o číslech* [27], která ve své době zaplnila podstatnou mezeru v české literatuře. Pojednává o základních vlastnostech přirozených čísel, dělitelnosti, malé Fermatově větě, Wilsonově větě, řešení lineárních diofantických rovnic a o kongruencích a jejich soustavách; vychází přitom ze starší klasické literatury z let 1800 až 1863. Studnička původně plánoval ještě druhý díl, ten však nikdy nevyšel.[1] Kniha [27] pak zůstala na dlouhou dobu jedinou českou učebnicí v daném oboru.

O půl století později byla zřejmě potřeba „modernější" učebnice již značná. Jedním z přínosů Rychlíkovy knížky *Úvod do elementární teorie číselné* [R37], která vyšla v roce 1931, je tedy to, že po dlouhé době zaplnila – podobně jako svého času kniha Studničkova – závažnou mezeru v české literatuře.[2]

Úvod do elementární teorie číselné [R37] (1931)

Vedle Studničkovy učebnice [27] zde Rychlík cituje literaturu vesměs mladší, a to například práce L. E. Dicksona ([Dic1], 1919, 1920, 1923), K. Hensela ([Hen12], 1913),[3] M. Kraitchika ([13], 1922, 1926; [14], 1924, 1929), E. Landaua ([15], 1927) a další.

Výklad postupuje následujícím způsobem. V první části Rychlík zavádí pojmy související s dělitelností v oboru racionálních čísel a odvozuje jejich vlastnosti. V druhé části studuje kongruence pro celá čísla, zabývá se řešením lineárních kongruencí o jedné neznámé a řešením lineárních diofantických rovnic, dokazuje malou Fermatovu větu a Wilsonovu větu a zavádí pojem primitivních kořenů. Třetí část je věnována g-adickým zlomkům a algoritmům vedoucím k příslušným rozvojům reálných čísel. Čtvrtá část se zabývá kvadratickým zákonem reciprocity a s ním souvisejícími pojmy, dále pak znázorněním prvočísel kvadratickými formami tvaru $x^2 + my^2$. V páté části je dokázána věta, kterou

[1] Viz Němcová – Bečvářová, M., *František Josef Studnička*, Prometheus, Praha, 1998 (Studničkova učebnice [27] je diskutována na str. 142–143).

[2] Podle Rychlíkovy poznámky v článku *O Cantorových řadách a zlomcích g-adických* [R29] byla učebnice chystána k tisku nákladem Jednoty již v roce 1928.

[3] Viz literaturu uvedenou na str. 115–121.

vyslovil Fermat a dokázal Lagrange a která tvrdí, že každé kladné celé číslo lze rozložit na součet nejvýše čtyř čtverců celých čísel. Poslední, šestá část knížky je věnována velké Fermatově větě (viz (2.4), str. 65), a to nejprve některým obecným úvahám, potom jejímu důkazu pro speciální případ $n = 4$. Jsou zde rovněž zkoumány pythagorejské a obecněji racionální trojúhelníky (strany i obsah jsou racionální čísla).

Celkem je patrné, že knížka [R37] spadá do oblasti hlavních Rychlíkových zájmů v matematice, kterými byla algebra a teorie čísel (viz kap. 2). Navíc si můžeme povšimnout, že vyšla ve stejném roce jako Bolzanova *Zahlentheorie* [R36] (viz 5.2.2), kterou Rychlík připravil k tisku a opatřil poznámkami svědčícími o výborném rozhledu právě v elementární teorii čísel; ve školním roce 1931/32 Rychlík rovněž konal na univerzitě přednášku *Úvod do číselné teorie* (viz 7.3.1).

Na závěr poznamenejme, že za druhé světové války, kdy byly uzavřeny české vysoké školy, vyšel v ČPMF článek Vladimíra Kořínka *Návod ke studiu algebry pro začátečníky* [11], kde je jako studijní literatura doporučena mj. Rychlíkova publikace [R37]. Tuto knihu cituje rovněž A. Hyška v článku [6].

Úvod do elementární číselné theorie [R46] (1950)

V roce 1950 vyšlo upravené a rozšířené vydání Rychlíkovy učebnice [R37]. Změny oproti prvnímu vydání charakterizoval Rychlík v předmluvě takto:

V tomto novém vydání provedl jsem řadu drobných zdokonalení. Z větších změn budiž uvedeno: Na rozdíl od prvého vydání shrnul jsem věty o dělitelnosti racionálních čísel do jediného paragrafu (§10) a jinak tohoto pojmu neužívám. Pro větu o jednoznačném rozkladu celého čísla v prvočinitele uvádím (v §4) Zermelův důkaz, vyznačující se tím, že je založen na co možná malém množství předběžných vět, takže může státi hned na začátku nauky o dělitelnosti celých čísel. Velkou část vět této nauky lze pak zcela jednoduše odvodit z věty o jednoznačnosti rozkladu. Vedle Zellerova důkazu zákonu reciprocity ve Frobeniově modifikaci uvádím (dle Čebyševova a Vinogradova) důkaz, který je v podstatě třetí Gaussův (§22). K důkazu možnosti znázornění celých čísel speciálními formami $x^2 + dy^2$ (§27) užívám věty Thueovy místo věty Eichenbergovy, které užito v prvém vydání a která při zdánlivé obecnosti zahrnuje jen malý počet speciálních případů. ([R46], str. 5)

V české matematické veřejnosti je Rychlíkovo jméno často spojováno právě s uvedenou učebnicí elementární teorie čísel, zejména s jejím druhým vydáním [R46] z roku 1950. Frekvence citací ovšem neodpovídá všeobecnému povědomí o této publikaci; to je dáno především tím, že v pracích, kde by mělo smysl Rychlíkovu učebnici citovat, tj. opět v učebnicích či v pracích popularizačního charakteru, není zvykem uvádět všechny – navíc třeba jen inspirativní – prameny. Z publikací, kde je Rychlíkova učebnice [R46] citována, zde kromě Rychlíkova překladu Chinčinových *Řetězových zlomků* [R48] uveďme knížky Štefana Schwarze [23] a Pavla Víta [31] a článek Jiřího Sedláčka [24].

4.1.2 Teorie pravděpodobnosti

Od školního roku 1914/15, kdy začal přednášet na technice, až do uzavření vysokých škol v roce 1939 Rychlík každoročně konal na české technice přednášku *Počet pravděpodobnosti*. Stejně jako tomu bylo u matematické analýzy, i teorií pravděpodobnosti se Rychlík zabýval nejen z pedagogického, ale i z odborného hlediska. Sledoval nejnovější vývoj teorie a snažil se mu přizpůsobit své přednášky; třikrát také vypsal výběrovou semestrální přednášku na univerzitě.

V letním semestru školního roku 1931/32, tedy krátce po vydání Misesovy knihy *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik* [17] z roku 1931,[4] Rychlík přednášel na univerzitě *Počet pravděpodobnosti (Misesova teorie)*. V roce 1932 byla vydána Kamkeova kniha *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie* [8]. V následujícím roce Rychlík uveřejnil v ČPMF recenzi této práce (viz část 7.2, recenze č. 5) a publikoval dvojici článků [R41] a [R42] věnovaných studiu funkcí komplexní proměnné definovaných pomocí mocninných řad $f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$, kde $\{a_\nu\}_{\nu=0}^{\infty}$ je nepravidelná posloupnost ve smyslu Kamkeovy teorie (viz část 3.1.4).

V roce 1933 vyšla Kolmogorovova knížka *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* [10], která pro svůj moderní obecný axiomatický přístup představuje zásadní mezník ve vývoji teorie pravděpodobnosti. Připomeňme, že Kolmogorov založil svou teorii na následující definici:

Buď E množina prvků $\xi, \eta, \psi, \ldots$, které se nazývají elementární jevy (elementare Ereignisse), a $\mathfrak{F}$ množina podmnožin množiny E; prvky množiny $\mathfrak{F}$ se v dalším budou nazývat náhodné jevy (zufällige Ereignisse).

I. *$\mathfrak{F}$ je množinové těleso.*[5]

II. *$\mathfrak{F}$ obsahuje množinu E.*

III. *Každé množině A z $\mathfrak{F}$ je přiřazeno nezáporné reálné číslo $P(A)$. Toto číslo $P(A)$ se nazývá pravděpodobnost (Wahrscheinlichkeit) jevu A.*

IV. $P(E) = 1$.

V. *Jsou-li A a B disjunktní, pak platí $P(A + B) = P(A) + P(B)$.*

VI. *Pro klesající posloupnost $A_1 \supset A_2 \supset \cdots \supset A_n \supset \cdots$ jevů z $\mathfrak{F}$, kde $\mathfrak{D}_n A_n = 0$,[6] platí rovnost $\lim P(A_n) = 0$.*

Soustava množin $\mathfrak{F}$ spolu s určitým přiřazením čísel $P(A)$, splňující axiomy I.–VI., se nazývá pravděpodobnostní pole (Wahrscheinlichkeitsfeld).[7]

---

[4] Připomeňme, že Mises svou teorii poprvé popsal v práci [16] (zde str. 143) z roku 1919; jak o tom svědčí články [R41] a [R42], Rychlík toto Misesovo pojednání znal.

[5] Tj. $\mathfrak{F} \neq \emptyset$ a pro libovolné dvě množiny $A, B \in \mathfrak{F}$ je rovněž $A + B \in \mathfrak{F}$ a $A - B \in \mathfrak{F}$.

[6] Tímto symbolem Kolmogorov značí množinový součin $A_1 A_2 \ldots A_n \ldots$, tj. průnik $\cap_n A_n$.

[7] [10], str. 2 (axiomy I.–V.) a str. 13 (axiom VI.).

Rychlík na uveřejnění Kolmogorovovy axiomatiky zareagoval okamžitě: těsně před zahájením zimního semestru školního roku 1933/34 zrušil původně vypsanou univerzitní výběrovou přednášku z lineární algebry a nahradil ji přednáškou *Úvod do počtu pravděpodobnosti (se stanoviska axiomatického)*. Přednášku s podobným názvem, *Počet pravděpodobnosti s hlediska axiomatického*, Rychlík na univerzitě vypsal ještě v zimním semestru školního roku 1936/37 (viz část 7.3.1).

V roce 1938 Rychlík vydal skripta ***Úvod do počtu pravděpodobnosti***[8] [R44] určená studentům techniky, ovšem napsaná na svou dobu i na svůj účel mimořádně „moderním“ způsobem: Rychlík vychází z Kolmogorovovy axiomatické teorie podané v práci [10], kterou na mnoha místech podrobněji rozebírá.

Ve své učebnici Rychlík nejprve zavádí základní pojmy (elementární jev, množina elementárních jevů aj.) pomocí teorie množin, potom se krátce zabývá klasickou definicí pravděpodobnosti. V dalším se obrací k axiomům pro rozložení pravděpodobnosti v množinovém tělese, pak se věnuje zobrazení a ekvivalenci pokusů, dále podmíněné pravděpodobnosti a odvození Bayesových vzorců, nezávislosti rozkladů a náhodných jevů, pojmům matematické naděje, rozptylu a vytvořující funkce. Potom se Rychlík zabývá spojitým rozložením pravděpodobnosti na přímce (neobjevuje se zde však přímo pojem spojité náhodné veličiny), spočetným rozložením pravděpodobnosti a zákonem velkých čísel. Zbývající část spisu je věnována posloupnostním modelům pro rozložení pravděpodobnosti a jejich aplikacím. V dodatku Rychlík uvádí přehled základních pojmů teorie množin; užitečný je i závěrečný, velmi podrobný seznam literatury.

Oproti Kolmogorovově vědecké práci [10], kde bylo žádoucí podat teorii v plné obecnosti, se Rychlík omezuje v podstatě jen na konečné množiny; to je však dáno odlišným účelem práce – Rychlíkova skripta byla napsána jako učební text pro studenty pojišťovnictví na technice a z tohoto pohledu byla ve své době naprosto výjimečná. Kromě toho, že velmi záhy po jejím zrození zpřístupnila studentům Kolmogorovovu axiomatickou teorii pravděpodobnosti, spočívá přínos Rychlíkových skript i v tom, že jsou zde vedle sebe postaveny Kolmogorovova axiomatická teorie, která je přesná, ale značně vzdálená skutečnosti, a o něco starší, v praxi velmi dobře použitelná teorie Misesova. Od vydání Kolmogorovovy práce [10] byla totiž Misesova teorie zpravidla jen kritizována; Rychlík ji uznával ve vztahu k realitě a věnoval dost prostoru tomu, aby její použitelnost v praktických aplikacích ukázal.

Je třeba zdůraznit, že Rychlíkova kniha byla svou aktuálností v tehdejší české literatuře zcela ojedinělá a ojedinělou ještě poměrně dlouho zůstala – alespoň do té doby, kdy vyšel Rychlíkův český překlad Glivenkovy knihy [R47]. V meziválečném období zde byl Láskův *Počet pravděpodobnosti* [16] z roku 1921, Hostinského *Geometrické pravděpodobnosti* [4] z roku 1926 a Kauckého *Úvod do počtu pravděpodobnosti a teorie statistiky* [9] z roku 1934; v těchto pracích však není ani náznak Kolmogorovova axiomatického založení teorie pravděpodobnosti.

[8] Skripta byla zařazena do vydavatelského programu Jednoty v roce 1937 – viz ČPMF **66**(1937), str. D57.

4.1.3 Teorie polynomů s reálnými koeficienty

Jak Rychlík poznamenává ve zprávě propagačnímu oddělení Nakladatelství ČSAV,[9] kniha ***Úvod do analytické theorie mnohočlenů s reálnými koeficienty*** [R64] z roku 1957 vznikla z příprav docentských přednášek na univerzitě (viz 7.3.1). Práce je věnována metodám numerického řešení algebraických rovnic s reálnými koeficienty, a to ne přímo numerickým výpočtům kořenů, ale spíše přípravou k němu – Rychlík se zde zabývá především odhady počtu a rozložení kořenů. Výchozí znalosti se předpokládají na úrovni Jarníkova *Diferenciálního počtu I* [7] a vybraných kapitol Kořínkových *Základů algebry* [12].

Uveďme ve stručnosti obsah publikace [R64]. V úvodní kapitole jsou vyloženy některé doplňky ke knihám [7] a [12], a to rozšíření tělesa reálných čísel o prvky $\pm\infty$, dále Hornerovo schéma, rozšířené Hornerovo schéma a jejich využití, Laguerreovy polynomy. Druhá kapitola je věnována horním a dolním odhadům převážně reálných kořenů reálných polynomů. Třetí kapitola se zabývá Bolzano–Weierstrassovou větou a jejím zpřesněním pro reálné polynomy a dále separací (obecně komplexních) kořenů reálných polynomů pomocí Cauchyovy věty, která udává dolní odhad absolutních hodnot rozdílu libovolných dvou kořenů daného polynomu. Čtvrtá kapitola obsahuje Rolleovu větu a její využití k určení vztahů mezi reálnými kořeny daného polynomu a jeho derivace; pro doplnění těchto výsledků pro imaginární kořeny Rychlík dokazuje Jensenovu větu. Pátá kapitola je věnována důkazům (Rychlík zde podává dva) a důsledkům Descartesovy věty, šestá Budan–Fourierově větě. Sedmá a osmá kapitola se týkají Descartes–Jacobiho věty o odhadu počtu kořenů ležících v daném otevřeném intervalu a důkazu, že obecně horní odhad počtu kořenů daný Descartes–Jacobiho větou není větší než horní odhad daný větou Budan–Fourierovou. V deváté kapitole je vyložena Sturmova věta, která neudává jen odhad počtu kořenů, ale přímo tento počet, a s ní související výsledky. Jinou metodou určení počtu kořenů, tentokrát pomocí kvadratických forem a Hermiteovy věty, se zabývá desátá kapitola. Závěrečná kapitola je pak věnována Hurwitzovým polynomům.

Učebnice obsahuje řadu konkrétních příkladů, které napomáhají lepšímu pochopení obecné teorie a umožňují porovnání různých metod. Na druhé straně je čtenáři studium knihy poněkud zkomplikováno řadou chyb, které lze pravděpodobně považovat za tiskové; jedná se např. o špatné odkazy, chybějící odmocninu či absolutní hodnotu, záměnu číslic či indexů aj. Tyto nedostatky však zcela převáží zásluha o užitečné doplnění české literatury zabývající se numerickými metodami, což dokládá například citace knihy [R64] ve známém Rektorysově *Přehledu užité matematiky* [19].

[9] Rodinný archiv.

4.2 POPULARIZAČNÍ ČLÁNKY

4.2.1 Tělesa algebraických čísel

Velká Fermatova věta pro $n = 3$, 4 a 5 [R5], [R6] (1910)

Dvojice článků ***O poslední větě Fermatově pro $n = 4$ a $n = 3$*** [R5] a ***O poslední větě Fermatově pro $n = 5$*** [R6], které byly publikovány v Příloze k ČPMF v roce 1910, je věnována důkazům uvedených speciálních případů velké Fermatovy věty (2.4). Důkazy jsou vedeny v duchu Kummerovy teorie (viz část 2.1.1), jejíž potřebné pojmy a výsledky Rychlík uvádí postupně přímo v jednotlivých konkrétních případech. Pořadí $n = 4, 3, 5$ je dáno didaktickým účelem prací, kde je tak studováno nejprve těleso racionálních čísel $\mathbb{Q}$, potom těleso $\mathbb{Q}(i)$, jehož prvky jsou komplexní čísla tvaru $a + bi$, kde $a, b \in \mathbb{Q}$, dále těleso $\mathbb{Q}(\xi)$, kde $\xi^3 = 1$, $\xi \neq 1$, tj. těleso tvořené prvky $a + bi\sqrt{3}$; $a, b \in \mathbb{Q}$, a konečně těleso $\mathbb{Q}(\zeta)$, $\zeta^5 = 1$, $\zeta \neq 1$, jehož prvky lze vyjádřit ve tvaru $a + b\zeta + c\zeta^2 + d\zeta^3 + e\zeta^4$; $a, b, c, d, e \in \mathbb{Q}$.

U každého tělesa Rychlík ukazuje, že se skutečně jedná o těleso a zavádí (s výjimkou tělesa $\mathbb{Q}$) základní pojmy jako norma či konjugovaná čísla, pak se obrací k aritmetice v oboru integrity celých čísel daného tělesa. Nejprve tedy studuje aritmetiku v oboru integrity celých čísel $\mathbb{Z}$, zavádí relaci dělitelnosti, připomíná základní pojmy jako asociovaná čísla, jednotky a prvočísla a odvozuje jejich vlastnosti. Pro další je důležité odvození Eukleidova algoritmu a důkaz věty o jednoznačném rozkladu na součin prvočísel (až na pořadí a asociovanost).

Tento základ pak Rychlík přenáší postupně do oboru integrity Gaussových celých čísel $\mathbb{Z}[i]$ (viz část 2.1.1) a do oborů integrity $\mathbb{Z}[\xi]$ a $\mathbb{Z}[\zeta]$. U jednotlivých oborů dokazuje, že v nich platí obdoba Eukleidova algoritmu i věta o jednoznačném rozkladu, a tyto výsledky používá k důkazu příslušného speciálního případu velké Fermatovy věty.

O kvadratických tělesech číselných [R18] (1921)

Připomeňme nejprve dvojici Rychlíkových článků [R15] a [R16] z let 1919 a 1920, kde je budována teorie dělitelnosti algebraických čísel založená na pojmu *divisor* (viz část 2.1.4). V práci [R18] otištěné v Příloze k ČPMF Rychlík ve snadno přístupné podobě podává speciální případ této teorie, kdy $K =$

$\mathbb{Q}(\sqrt{m})$, $m \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{m} \notin \mathbb{Q}$. Protože pro libovolné $k \in \mathbb{Q}$ je $\mathbb{Q}(k\sqrt{m}) = \mathbb{Q}(\sqrt{m})$, stačí uvažovat $m \in \mathbb{Z}$ a předpokládat, že m není dělitelné druhou mocninou žádného prvočísla.

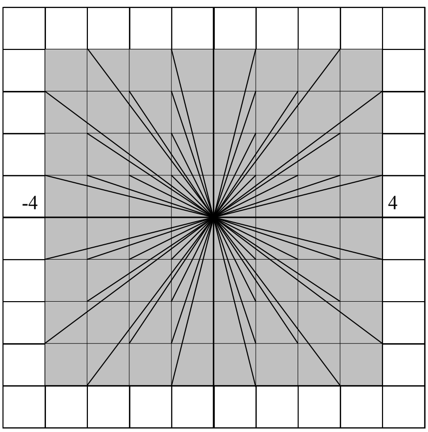
Rychlík definuje pojmy norma, stopa, diskriminant, lineární závislost a nezávislost, celistvost, báze, pojmy související s dělitelností aj., studuje jejich vlastnosti a ukazuje, že v tělese $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$ obecně neplatí věta o jednoznačném rozkladu na součin prvočinitelů. Pak se obrací k dělitelnosti vzhledem k prvočíslu p, určuje prvočinitele vzhledem k p a zavádí pojmy prvodivisor, divisor, hlavní divisor, dělitelnost divisorem atd., analogicky s pracemi [R15] a [R16]. V závěru pak uvedené pojmy názorně vysvětluje na konkrétním příkladu tělesa $\mathbb{Q}(i\sqrt{5})$.

Článek [R18] sice „jen“ opakuje obecnější teorii ve speciálním případě kvadratických těles, je však detailnější než dvojice prací [R15], [R16] a svou názorností a větší konkrétností pomáhá k lepšímu pochopení obecných pojmů.

4.2.2 Elementární teorie čísel

Geometrické znázornění řetězců **[R8] (1911)**

Ve svém článku [R8] otištěném v Příloze k ČPMF Rychlík zavádí a studuje následující pojmy. Množina všech bodů v rovině, které mají při pevně zvolené soustavě souřadnic celočíselné souřadnice, se nazývá *bodová mříž*; každé dvojici celých čísel (p, q) tak odpovídá právě jeden tzv. *mřížový bod* M a vektor $\mathfrak{m} = \overrightarrow{OM}$. Leží-li na úsečce OM $d+1$ mřížových bodů, je zřejmě největší společný dělitel $\mathrm{nsd}(p, q) = d$; je-li $d = 1$, nazývá se vektor $\mathfrak{m}$ *elementární.* Uvažujme dále čtverec s vrcholy (n, n), $(-n, n)$, $(-n, -n)$, $(n, -n)$, kde $n \in \{1, 2, \dots\}$, spojme všechny mřížové body ležící uvnitř a na obvodu tohoto čtverce s počátkem a ze všech takto vytvořených vektorů vyberme jen ty, které jsou elementární.



Obr. 4.1 Čtvrtá Fareyova hvězdice

Vzniklý útvar se nazývá *n–tá Fareyova hvězdice*; nultá Fareyova hvězdice je tvořena vektory $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$.

V dalším se Rychlík zabývá aproximací přímky $p\colon y = \omega x$, kde $\omega > 0$, pomocí dvojic *aproximačních vektorů* $(\mathfrak{m}^{(n)}, \mathfrak{n}^{(n)})$, což je pro dané n dvojice sousedních vektorů n-té Fareyovy hvězdice, mezi nimiž leží přímka p, a pomocí dvojice *aproximačních křivek* vytvořených spojením koncových bodů aproximačních vektorů ležících v téže polorovině vymezené přímkou p; jedna aproximační křivka tedy leží celá nad a druhá pod danou přímkou. Tímto Rychlík zároveň geometricky znázorňuje aproximace čísla ω pomocí posloupnosti konečných řetězových zlomků.

O Cantorových řadách a zlomcích g-adických [R29], [R30] (1928)

Dvojice Rychlíkových článků [R29] a [R30] je tvořena českou a poněkud zkrácenou francouzskou verzí téže práce, jejímž cílem je rozvoj libovolného reálného čísla v tzv. *Cantorovu řadu* a speciálně pak vyjádření pomocí g-adických zlomků. Rychlík cituje Perronovu knihu *Irrationalzahlen* [18], kde je popsán Cantorův algoritmus 1. druhu a g-adický algoritmus 1. druhu, připomíná tyto výsledky a podává navíc příslušné algoritmy 2. druhu. Přitom poznamenává, že oba g-adické algoritmy jsou obsaženy v učebnici [R37], která bude vytištěna nákladem Jednoty.

Připomeňme zde ve stručnosti základní pojmy a zmíněné algoritmy. Pro libovolné $x \in \mathbb{R}$ označme symbolem $[x]$, resp. $[x]'$ celé číslo, pro které je

$$[x] \le x < [x] + 1, \qquad \text{resp.} \quad [x]' < x \le [x]' + 1.$$

Nechť je dána posloupnost celých čísel $g_1, g_2, \dots, g_n, \dots$ větších než 1. Řada

$$a_0 + \frac{a_1}{g_1} + \frac{a_2}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{a_n}{g_1 g_2 \cdots g_n} + \cdots, \tag{4.1}$$

kde $a_n \in \mathbb{Z}$ pro všechna $n \ge 0$; $0 \le a_n < g_n$ pro $n \ge 1$, se nazývá *Cantorova řada*. Je-li jen konečný počet čísel a_n nenulový, nazývá se řada (4.1) *konečná*, jinak se nazývá *nekonečná*. Rychlík dokazuje konvergenci řady (4.1) a dále tyto věty:

Věta 1. Každé reálné číslo α lze právě jedním způsobem znázornit Cantorovou řadou (4.1), kde je $a_\nu < g_\nu - 1$ pro nekonečně mnoho ν a hodnoty a_n lze získat pomocí Cantorova algoritmu prvního druhu.

Věta 2. Každé $\alpha \in \mathbb{R}$ lze právě jedním způsobem vyjádřit nekonečnou Cantorovou řadou (4.1), kde a_n lze určit pomocí Cantorova algoritmu druhého druhu.

Přitom Cantorův algoritmus prvního druhu spočívá v tom, že se pro $\alpha \in \mathbb{R}$

položí:

$$\begin{array}{rcll} \alpha & = & a_0 + \alpha_1, \quad \text{kde} & a_0 = [\alpha], \quad 0 \le \alpha_1 < 1, \\ g_1\alpha_1 & = & a_1 + \alpha_2, & a_1 = [g_1\alpha_1], \quad 0 \le \alpha_2 < 1, \\ \multicolumn{3}{l}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots} & \\ g_n\alpha_n & = & a_n + \alpha_{n+1}, & a_n = [g_n\alpha_n], \quad 0 \le \alpha_{n+1} < 1, \\ \multicolumn{3}{l}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots} & \end{array}$$

Snadno se dokáže, že součet takto vytvořené řady (4.1) je roven α a že není možné, aby pro nějaké $h \in \mathbb{N}$ bylo $a_n = g_n - 1$ pro všechna $n > h$.

Cantorův algoritmus druhého druhu využívá operaci $[\cdot]'$:

$$\begin{array}{rcll} \alpha & = & a_0 + \alpha_1, \quad \text{kde} & a_0 = [\alpha]', \quad 0 < \alpha_1 \le 1, \\ g_1\alpha_1 & = & a_1 + \alpha_2, & a_1 = [g_1\alpha_1]', \quad 0 < \alpha_2 \le 1, \\ \multicolumn{3}{l}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots} & \\ g_n\alpha_n & = & a_n + \alpha_{n+1}, & a_n = [g_n\alpha_n]', \quad 0 < \alpha_{n+1} \le 1, \\ \multicolumn{3}{l}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots} & \end{array}$$

Algoritmem druhého druhu je reálnému číslu α opět přiřazena řada (4.1) se součtem α; tato řada je vždy nekonečná.

Rychlík si dále všímá vzájemného vztahu obou algoritmů a ukazuje, že není-li při Cantorově algoritmu prvního druhu žádné z čísel $\alpha, g_1\alpha_1, \dots$ celé, shoduje se algoritmus druhého druhu s algoritmem prvního druhu. Pro $\alpha \in \mathbb{Z}$ je v algoritmu prvního druhu $a_0 = \alpha$, výsledkem algoritmu druhého druhu je nekonečná řada

$$\alpha = \alpha - 1 + \frac{g_1 - 1}{g_1} + \frac{g_2 - 1}{g_1 g_2} + \dots + \frac{g_n - 1}{g_1 g_2 \cdots g_n} + \cdots .$$

Je-li $g_h\alpha_h \in \mathbb{Z}$, avšak $g_n\alpha_n \notin \mathbb{Z}$ pro $0 \le n < h$, vznikne Cantorovým algoritmem prvního druhu konečná řada s posledním nenulovým členem $a_n/(g_1 \dots g_h)$ a algoritmem druhého druhu nekonečná řada, která s ní má prvních h členů shodných a pro všechna $n \ge h$ má v čitateli n-tého členu číslo $g_n - 1$.

Pokud je speciálně $g_1 = g_2 = \dots = g_n = \dots = g$, přejde Cantorův algoritmus prvního, resp. druhého druhu v g-adický algoritmus prvního, resp. druhého druhu.

Diofantická rovnice $x^3 + y^3 + z^3 = k$ **[R70] (1958)**

V roce 1956 byla na obálce časopisu Matematika ve škole uveřejněna úloha o řešení diofantické rovnice $x^3 + y^3 + z^3 = 2$, která měla mezi čtenáři poměrně velký ohlas. Řešením této úlohy se v následujícím ročníku zabýval Jiří Sedláček [24], který v závěru svého článku uvedl několik problémů, o nichž nevěděl, zda byly vyřešeny: jaká jsou všechna řešení uvedené rovnice, zda pro nějakou hodnotu k existuje konečný, avšak nenulový počet celočíselných řešení rovnice

$$x^3 + y^3 + z^3 = k, \quad k \in \mathbb{Z}, \tag{4.2}$$

či zda má rovnice (4.2) pro $k = 3$ ještě jiné řešení než $(1, 1, 1)$.

Karel Rychlík v této souvislosti prostudoval veškerý dostupný časopisecký materiál o rovnici (4.2) a výsledky svého pátrání popsal v článku [R70] otištěném v Matematice ve škole v roce 1958. Ukazuje zde například, že pro $k = 0$ existuje „v podstatě jediné“ řešení, a to $(1, -1, 0)$ (ostatní vzniknou permutací těchto hodnot a jejich násobky); řešení rovnice (4.2) pro $k < 0$ se převede na řešení rovnice s kladnou pravou stranou. Dále Rychlík odvozuje, že rovnice (4.2) není řešitelná, má-li k při dělení devíti absolutně nejmenší zbytek ± 4 (např. $k = 4$, $k = 5$). Pro $k = 1$ dokazuje, že všechna čísla tvaru $x_t = 9t^4$, $y_t = 1 - 9t^3$, $z_t = 3t - 9t^4$ (avšak ne pouze tato) jsou řešením rovnice (4.2), pro $k = 2$ vyhovují příslušné rovnici všechna čísla tvaru $x_t = 1 + 6t^3$, $y_t = 1 - 6t^3$, $z_t = -6t^2$; v obou případech tedy existuje nekonečně mnoho řešení. V případě $k = 3$ Rychlík uvádí, že jsou známa pouze dvě v podstatě různá řešení, totiž $(1, 1, 1)$ a $(-5, 4, 4)$.

Ve svém článku Rychlík rozebírá výsledky různých autorů týkající se diofantické rovnice (4.2) a připomíná některé další věty z elementární teorie čísel. Jeho práce je bohatá na odkazy na literaturu převážně z poválečného období; Rychlík cituje i svou učebnici *Úvod do elementární číselné theorie* [R46].

1958 – 19 . 58 = 8591 – 85 . 91 [R72] (1958)

V roce 1958 vyšel v časopise Matematika ve škole Rychlíkův článek [R72], jehož obsah je v úvodu popsán takto:

Tato zajímavá rovnost pro letopočet 1958 byla uveřejněna bez jakéhokoliv výkladu v německém časopise pro elementární matematiku „Archimedes“. Autorem hříčky je H. Sprügel.

Budeme se zabývat úlohou: Určit všecka čísla uvxy v desítkové soustavě, která splňují rovnici

$$uvxy - uv.xy = yxvu - yx.vu \ .$$

Přitom je

$$uvxy = 1000u + 100v + 10x + y, \ uv = 10u + v, \ xy = 10x + y \tag{4.3}$$

a podobně pro čísla na pravé straně. „Číslice“ u, v, x, y jsou celá čísla nezáporná ≤ 9. Rovnice (4.3) *má tu vlastnost, že, splňuje-li ji číslo $uvxy$, splňuje ji i „číslo s ním symetrické“ $yxvu$. Samozřejmě je splněna pro čísla tvaru $uvvu$, která nazveme čísly (k sobě) symetrickými. Nás bude zajímat ovšem úloha určit řešení nesymetrická. Jsou-li v* (4.3) *čísla u, y různá od nuly, nazveme řešení tého rovnice vlastním, v opačném případě nevlastním.*

Cílem článku je dokázat větu:

Jediným nesymetrickým vlastním řešením předložené úlohy je číslo 1958 a číslo s ním symetrické 8591; jediné nesymetrické řešení nevlastní je pak číslo 8390 a číslo s ním symetrické 0935. ([R72], str. 591–592)

Při důkazu této věty Rychlík používá úvahy o řešení lineární diofantické rovnice tvaru $ax + by = c$, kde a, b, c jsou celočíselné koeficienty a x, y hledaná celá čísla. V této souvislosti Rychlík cituje svou učebnici *Úvod do elementární číselné theorie* [R46].

4.2.3 Geometrie

Sestrojení pravidelného sedmnáctiúhelníku **[R9] (1912)**

V roce 1904 vyšel v Příloze k ČPMF Strnadův článek [25], kde je vyložena Serretova konstrukce pravidelného sedmnáctiúhelníku, čili geometrické řešení rovnice $x^{17} - 1 = 0$, v Bachmannově úpravě (podle [1]) a další konstrukce, kterou z ní Strnad odvodil pomocí kruhové inverze; tuto konstrukci pak Strnad ještě zjednodušil a v přístupné formě ji popsal v práci [26] otištěné o tři roky později rovněž v Příloze k ČPMF. V roce 1909 publikoval svou konstrukci H. W. Richmond [21],[10] který postupné řešení prvních dvou kvadratických rovnic, na němž všechny uvedené postupy spočívají (viz (4.4) a (4.5)), nahradil dělením jistého úhlu na čtvrtiny.

Karel Rychlík popisuje ve svém článku [R9] Richmondovu konstrukci pravidelného sedmnáctiúhelníku a kromě toho podává ještě jinou konstrukci založenou na stejné myšlence.

Uvažujme pravidelný sedmnáctiúhelník vepsaný do jednotkové kružnice se středem v bodě $O = (0, 0)$ tak, že jeden vrchol, který označíme písmenem P, má souřadnice $(1, 0)$. Promítněme vrcholy tohoto sedmnáctiúhelníku na osu x; získáme tak osm různých bodů, $P_1 = P, P_2, \ldots, P_8$. Označme dále $\varphi = 2\pi/17$, $x_k = 2\cos 3^k\varphi$. Geometricky je x_k dvojnásobek souřadnice bodu P_k na ose x; jak Rychlík připomíná, jedná se zároveň o dvoučlenné Gaussovy periody (viz pozn. 13).[11] Uvažujme rovněž čtyřčlenné Gaussovy periody $y_1, \ldots, y_4$, kde $y_1 = x_1 + x_5$ a dále cyklickou záměnou, a osmičlenné periody z_1, z_2, kde $z_1 = y_1 + y_3$ a $z_2 = y_2 + y_4$.

Na základě goniometrických vzorců[12] Rychlík podává tabulku součinů $x_i x_j$ pro $i, j = 1, 2, \ldots 8$, a odvozuje, že $x_1 + x_2 + \cdots + x_8 = -1$ (srov. (2.6)). Pak ukazuje, že periody z_1, z_2 jsou kořeny kvadratické rovnice s racionálními koeficienty

$$z^2 + z - 4 = 0, \tag{4.4}$$

[10]Konstrukce je naznačena již v práci [20].

[11]Uvědomme si, že číslo 3 je primitivní kořen prvočísla 17 a při označení z poznámky 13 ze str. 67 je $\alpha = e^{2\pi i/17}$, $16 = e.f = 8.2 = 4.4 = 2.8$; v úvahu tedy připadá osm dvoučlenných period $(x_1, \ldots, x_8)$, čtyři čtyřčlenné $(y_1, \ldots, y_4)$ a dvě osmičlenné (z_1, z_2) periody. V prvním případě je

$$\eta_1 = \alpha^3 + \alpha^{3^9} = \alpha^3 + \alpha^{14} = (\cos 3\varphi + i \sin 3\varphi) + (\cos 14\varphi + i \sin 14\varphi) = 2\cos 3\varphi = x_1,$$

stejně pro zbývající periody $(x_8 = \eta_0)$ i pro druhé dva případy.

[12]Nezapomínejme na popularizační charakter práce.

periody y_1 a y_3, resp. y_2 a y_4 jsou kořeny kvadratické rovnice

$$y^2 - z_1 y - 1 = 0, \qquad \text{resp.} \qquad y^2 - z_2 y - 1 = 0, \tag{4.5}$$

a konečně periody x_1, x_5 (pro ostatní cyklickou záměnou indexů) jsou kořeny kvadratické rovnice

$$x^2 - y_1 x + y_2 = 0. \tag{4.6}$$

Určení hodnot x_k je tedy převedeno na postupné řešení kvadratických rovnic, což dokazuje, že pravidelný sedmnáctiúhelník lze skutečně sestrojit eukleidovsky. V dalším Rychlík popisuje Richmondovo grafické řešení rovnic (4.4) až (4.6) a tím i dokončení celé konstrukce, pak podává ještě jiné grafické řešení rovnic, které vznikly z rovnic tvaru (4.6) po Richmondově řešení rovnic (4.4) a (4.5), a tedy i poněkud odlišnou konstrukci.

O formulaci Pythagorovy věty [R83] (1961–62)

Mezi geometrické práce Karla Rychlíka lze zařadit ještě krátký metodický příspěvek [R83] otištěný ve 12. ročníku časopisu Matematika ve škole. Rychlík zde reaguje na stejnojmenný článek Prokopa Masopusta,[13] který se pozastavuje nad často uváděnou formulací Pythagorovy věty: *Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku se rovná součtu obsahů čtverců nad oběma odvěsnami.*

Aby odstranil její nepřesnost plynoucí z toho, že nad každou odvěsnou je možné sestrojit dva čtverce, navrhuje Masopust upravené znění: *Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku se rovná součtu obsahů dvou čtverců nad oběma odvěsnami.*

Rychlík k tomu poznamenává, že stačí jednou, při prvním výskytu původní formulace, uvést např. dodatek: *při tom předpokládejme o čtvercích nad stranami pravoúhlého trojúhelníku, že leží vně tohoto trojúhelníku*, s podotknutím, že se i nadále bude předpokládat jeho platnost. Rychlík také upozorňuje na to, že kritizovaná nepřesnost starších učebnic je často jen zdánlivá a vznikla vytržením formulace věty z kontextu.

[13] Masopust, P., *O formulaci Pythagorovy věty*, Matematika ve škole **12**(1961–62), 34–36.

4.3 PŘEKLADY

4.3.1 V. I. Glivenko, *Teorie pravděpodobnosti*

Glivenkův spis Kurs těorii verojatnostěj (1934), který předkládám naší veřejnosti v českém překladu, snaží se vyložit hlavní myšlenky theorie pravděpodobnosti, a to, pokud to je možné, pomocí nepříliš rozsáhlého matematického aparátu.

Základem jsou jevy, které tvoří jevová pole, což jsou Booleovy algebry. Pravděpodobnost je dána axiomaticky jako norma v normované Booleově algebře pravděpodobnostního pole. Klasická definice je pak jednoduchým speciálním případem ... ([R47], str. 1)

Jak jsme viděli výše, před druhou světovou válkou Karel Rychlík vydal skripta *Úvod do počtu pravděpodobnosti* [R44], která byla ve své době velmi aktuální a svědčila o velkém rozhledu v této oblasti. Podobně i z překladu Glivenkovy knihy *Kurs těorii verojatnostěj* (v českém vydání *Teorie pravděpodobnosti*) [R47], který Rychlík vydal v roce 1950, je patrná výborná znalost oboru. Vedle předmluvy Rychlík tuto knihu obohatil celou řadou poznámek pod čarou, které doplňují některá tvrzení nebo je podrobněji vysvětlují, popisují, kdo se daným problémem zabýval u nás (Čech, Hostinský), podávají vývoj terminologie či obsahují odkazy na další literaturu.

4.3.2 A. J. Chinčin, *Řetězové zlomky*

Chinčinova knížka *Cepnyje drobi* (*Řetězové zlomky*) vyšla poprvé v roce 1935 v Moskvě. Autor v předmluvě napsal:

Theorie řetězců se zabývá zvláštním algoritmem, který je jedním z důležitých nástrojů analysy, theorie pravděpodobnosti, mechaniky a zvláště theorie čísel. Tato elementární příručka má za cíl seznámit čtenáře pouze s řetězci tvaru

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots}} \ ,$$

a to hlavně za předpokladu, že všechny prvky a_i $(i \geq 1)$ jsou celá kladná čísla, kdežto a_0 může býti libovolné celé číslo. Tento nejdůležitější a zároveň nejprozkoumanější druh řetězců je základem téměř všech aritmetických a velmi mnohých analytických použití theorie.

Vydání elementární monografie o theorii řetězců považuji za nezbytné, ježto tato theorie tvořila dříve jeden z bodů matematického programu střední školy. Nyní však z tohoto programu byla vypuštěna a v nových příručkách elementární algebry se nevyskytuje. Na druhé straně programy vysokých škol ... rovněž nepřihlížejí k této theorii, takže nynější nové příručky pro vysoké školy přirozeně o řetězcích nemluví. I odborník, který se setká s nutností ovládat tento elementární aparát, je nucen vyhledávat buď předrevoluční učebnice, nebo zahraniční speciální příručky. Je tedy mým hlavním cílem vyplnit tuto mezeru v naší učebnicové literatuře, takže předložená monografie musí být nutně elementární a dle možností přístupná; tím je ve značné míře dán její sloh. Obsah její však poněkud překračuje meze tohoto minima, které se zdá absolutně nutným pro všechna použití. ([R48], str. 5)

Ze všech překladů, které Rychlík pořídil, mu byly *Řetězové zlomky* [R48] svým obsahem zřejmě nejbližší. Do češtiny přeložil druhé vydání Chinčinova spisu z roku 1949, které se od prvního prakticky neliší. Text doplnil předmluvou, rozsáhlými poznámkami uvedenými přehledně na konci knihy (str. 81–99),[14] rejstříkem a seznamem literatury rozšířeným o práce českých i některých dalších matematiků; Rychlík zde cituje například dvě své práce, učebnici *Úvod do elementární číselné theorie* [R46] a článek *Geometrické znázornění řetězců* [R8].

Překlad Chinčinovy knížky je vedle učebnice [R46] další prací, kterou se Rychlík dostal do určitého povědomí mezi českými, zejména pedagogicky působícími matematiky. V literatuře je uvedený Rychlíkův překlad [R48] citován například v Rencově českém překladu Danilovova *Přehledu matematické analýzy* [3] či v Hrázského překladu Vinogradovových *Základů teorie čísel* [30].

4.3.3 A. G. Kuroš, *Algebraické rovnice lib. stupňů*

Tato drobná publikace (44 stran) významného sovětského algebraika A. G. Kuroše vyšla jako sedmý svazek edice *Populární přednášky o matematice*,

[14] Ve svých poznámkách Rychlík uvádí řadu konkrétních příkladů včetně podrobných rozborů, které napomáhají k lepšímu pochopení definic a vět uvedených v knize; jiné poznámky obsahují zobecnění určitého tvrzení či naopak jednodušší či názornější důkaz. Jedna z Rychlíkových poznámek se týká také tzv. zobecněných řetězců tvaru

$$a_0 + \cfrac{b_1}{a_1 + \cfrac{b_2}{a_2 + \cdots}} \, .$$

kterou vydávalo Státní nakladatelství technické teoretické literatury v Moskvě. Autor ji v předmluvě charakterizuje takto:

Tato knížka byla napsána podle přednášek konaných spisovatelem na Moskevské universitě M. V. Lomonosova pro účastníky matematické olympiády, žáky deváté a desáté třídy. Počítáme zde s úrovní znalostí žáka deváté třídy střední školy a podáváme přehled výsledků a metod obecné theorie algebraických rovnic. Neuvádíme při tom vůbec důkazy, poněvadž by jinak bylo nutno přepsat skoro polovinu universitní učebnice vyšší algebry ... ([R49], str. 7)

Rychlík Kurošovu knížku přeložil a doplnil krátkou předmluvou a seznamem novějších českých učebnic algebry (publikace O. Borůvky, B. Bydžovského, K. Čupra, V. Hrušky a V. Lásky, V. Kořínka, L. Riegera, Š. Schwarze). Český překlad [R49] vyšel jako třetí svazek edice *Populární přednášky o matematice*, kde vycházely překlady stejnojmenné moskevské edice.

4.3.4 Tichonov – Samarskij, *Rovnice matem. fyziky*

Kniha je věnována vybraným problémům matematické fyziky, které vedou na parciální diferenciální rovnice. Podrobně jsou zde studovány zejména rovnice hyperbolického, parabolického a eliptického typu; zvláštní kapitoly jsou věnovány šíření vln a šíření tepla v prostoru.

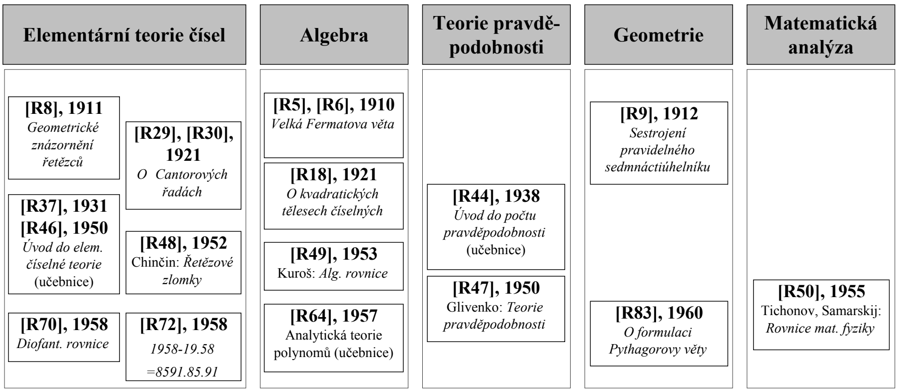
Karel Rychlík pracoval na překladu druhého vydání uvedeného spisu [R50] spolu s Aloisem Apfelbeckem, a to tak, že Apfelbeck přeložil první polovinu do strany 383 a Rychlík zbytek do strany 757.

Podle zadní předsádky doplnili oba překladatelé knihu vlastními poznámkami; ty však nejsou nijak označené a snadno identifikovat se proto dají jen poznámky doplňující citace českých překladů různých knih.

Připomeňme, že na technice Rychlík vyučoval především matematickou analýzu – navíc s ohledem na budoucí inženýry, proto i tento překlad souvisel s jeho zaměřením.

4.4 ZÁVĚR

Práce Karla Rychlíka diskutované v této kapitole byly rozděleny do tří různých skupin podle toho, zda se jedná o učebnici, popularizační článek či překlad. Mohou však být rozděleny také čistě tematicky na práce věnované elementární teorii čísel (učebnice [R37] a [R46]; články [R8], [R29], [R30], [R70] a [R72]; překlad [R48]), algebře (učebnice [R64]; články [R5], [R6] a [R18]; překlad [R49]), teorii pravděpodobnosti (skripta [R44]; překlad [R47]), geometrii (články [R9], [R83]) a matematické analýze (překlad [R50]).



Obr. 4.2 Tematické rozdělení Rychlíkových prací popularizačního charakteru

Všechny Rychlíkovy učebnice úzce souvisejí s jeho pedagogickými aktivitami na univerzitě a na technice a všechny ve své době vyplnily podstatnou mezeru v české literatuře. To je v kombinaci se skutečností, že čerpají z aktuální světové literatury a nejsou tedy „zastaralé" hned v okamžiku vydání, hlavní příčinou toho, že byly a jsou známy poměrně širokému okruhu čtenářů – s výjimkou skript z teorie pravděpodobnosti [R44], která byla vydána jen v malém nákladu, neboť se počítalo s dalším vydáním upraveným podle následujícího vývoje. Množství konkrétních citací Rychlíkových učebnic sice neodpovídá všeobecnému povědomí, kterého se jim dostalo, je to však dáno zejména tím, že u učebnic a dalších popularizačních prací, kde by mělo smysl je uvádět, není citace všech pramenů obvyklá; práce tohoto charakteru bývají syntézou delšího a komplexního studia odborné i učebnicové literatury, pedagogických zkušeností apod., není proto ani dost dobře možné označit přesně všechny zdroje. Uveďme zde alespoň to, že Rychlíkovu učebnici elementární teorie čísel citují například Vladimír Kořínek [11], A. Hyška [6] (citují první vydání [R37]), Štefan Schwarz [23], Pavel Vít [31], Jiří Sedláček [24] (citují druhé vydání [R46]); učebnice analytické teorie polynomů s reálnými koeficienty je uvedena například v Rektorysově *Přehledu užité matematiky* [19].

Do širšího povědomí u nás se Karel Rychlík dostal i díky překladu Chinčinových *Řetězových zlomků* [R48], který rovněž zaplnil prázdné místo v české literatuře. Zopakujme, že přímo je tato publikace i s uvedením Rychlíkova jména citována například v Rencově českém překladu Danilovova *Přehledu matematické analýzy* [3] či v Hrázského překladu Vinogradovových *Základů teorie čísel* [30].

Jak jsme viděli v části 4.2, Rychlíkovy články popularizačního charakteru byly otištěny převážně v Příloze k ČPMF a v časopise Matematika ve škole. Články, které vyšly v Příloze ([R5], [R6], [R8], [R9]), popř. v odborných časopisech Rozpravy [R29] a Bulletin internat. Acad. Boheme [R30], jsou poměrně rozsáhlé a jejich cílem je v přístupné formě podat část určité teorie (dělitelnost ve speciálních případech těles algebraických čísel, vybrané partie elementární teorie čísel či geometrie); často tak vhodným způsobem doplňují Rychlíkovy odborné práce. Dvojice článků [R5] a [R6] věnovaných třem speciálním případům velké Fermatovy věty ($n = 3, 4, 5$) je dokonce citována v druhém dílu Dicksonovy trilogie *History of the Theory of Numbers* [Dic1] z roku 1934 a v Ribenboimově knize *Fermat's Last Theorem for Amateurs* [Rib3] z roku 1999 (viz literaturu uvedenou na str. 120–121).

Ostatní články, které byly publikovány v Matematice ve škole ([R70], [R72], [R83]), jsou spíše informativního rázu a seznamují čtenáře s výsledky dosaženými v jisté problematice.

Celkem lze říci, že práce zařazené do této kapitoly úzce souvisejí s Rychlíkovými odbornými a pedagogickými zájmy a tematicky jdou napříč různými obory – zasahují do algebry, teorie čísel, teorie pravděpodobnosti, částečně i do geometrie a matematické analýzy.

Literatura

[1] Bachmann, P., *Die Lehre von der Kreistheilung*, Teubner, Leipzig, 1872.

[2] Čupr, K., *Aritmetické hry a zábavy*, JČMF, Praha, 1942.

[3] Danilov, V. L. a kol., *Přehled matematické analýzy 1*, SNTL, Praha, 1968 [z ruštiny přeložil Z. Renc].

[4] Hostinský, B., *Geometrické pravděpodobnosti*, JČMF, Praha, 1926.

[5] Hostinský, B., *Počet pravděpodobnosti*, JČMF, Praha, 1950.

[6] Hyška, A., *Racionální trojúhelníky*, Rozhledy **14**(1934–35), 93–94.

[7] Jarník, V., *Diferenciální počet I*, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1955 [4. vydání knihy *Úvod do počtu diferenciálního*, JČMF, Praha, 1946].

[8] Kamke, E., *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie*, Verlag von S. Hirzel, Leipzig, 1932.

[9] Kaucký, J., *Úvod do počtu pravděpodobnosti a teorie statistiky*, JČMF, Praha, 1934.

[10] Kolmogorov, A. N., *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer Verlag, Berlin, 1933.

[11] Kořínek, V., *Návod ke studiu algebry pro začátečníky*, ČPMF **70**(1941–42), D25–39.

[12] Kořínek, V., *Základy algebry*, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1953; druhé vyd. 1956.

[13] Kraitchik, M., *Théorie des nombres I, II*, Gauthier-Villars, Paris, 1922, 1926.

[14] Kraitchik, M., *Recherches sur la théorie des nombres I, II*, Gauthier-Villars, Paris, 1924, 1929.

[15] Landau, E., *Vorlesungen über Zahlentheorie I–III*, S. Hirzel, Leipzig, 1927.

[16] Láska, V., *Počet pravděpodobnosti*, Praha, 1921.

[17] Mises, R. von, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik*, Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 1931.

[18] Perron, O., *Irrationalzahlen*, Ver. wiss. Verl., Berlin-Lepzig, 1921.

[19] Rektorys, K., *Přehled užité matematiky I, II*, SNTL, Praha, 1988 [5. vydání].

[20] Richmond, H. W., *A Construction for a Regular Polygon of Seventeen Sides*, Quarterly Journal of Mathematics **26**(1893), 206–207.

[21] Richmond, H. W., *To Construct a Regular Polygon of 17 Sides*, Math. Ann. **67**(1909), 459–461.

[22] Scholz, A., *Einführung in die Zahlentheorie*, Sammlung Göschen, Berlin, 1939.

[23] Schwarz, Š., *Algebraická čísla*, edice *Kruh*, sv. 16, JČMF, Přírodovědecké nakladatelství, Praha, 1950.

[24] Sedláček, J., *Řešení úlohy z 10. čísla minulého ročníku*, Mat. ve škole **7**(1957), 381–383.

[25] Strnad, A., *O pravidelném sedmnáctiúhelníku*, ČPMF **33**(1904), 543–558.

[26] Strnad, A., *O sestrojení pravidelného sedmnáctiúhelníka*, ČPMF **36**(1907), 81–86.

[27] Studnička, F. J., *Základové nauky o číslech*, JČM, Praha, 1875.

[28] Šalát, T., *O jednej aplikácii reťazových zlomkov v teorii nekonečných radov*, ČPM **84**(1959), 317–327.

[29] Uspensky, J. V., Heaslet, M. A., *Elementary number theory*, McGraw-Hill Book Co, New York-London, 1939.

[30] Vinogradov, I. M., *Základy teorie čísel*, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1953 [z ruštiny přeložil J. Hrázský].

[31] Vít, P., *Řetězové zlomky*, edice *Škola mladých matematiků*, sv. 49, Mladá fronta, Praha, 1982.

AXIOMY PRO ROZLOŽENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI V TĚLESE A NĚKTERÉ JICH DŮSLEDKY.

§7. Axiomy pro rozložení pravděpodobnosti v tělese.

7,1. Výsledkem pokusu $\mathcal{E}$ nechť jsou jevy elementární, tvořící množinu jevů elementárních E. $\mathcal{A}$ nechť je soustava částí množiny E, $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$, tedy množina jevů náhodných, které mohou nastati při pokusu $\mathcal{E}$. Každé množině A z $\mathcal{A}$ přiřadíme reálné číslo $P(A)$; tak je dána reálná množinová funkce P [argumentovým oborem je soustava $\mathcal{A}$, hodnotovým oborem jsou čísla reálná].

Budeme uvažovati následující axiomy pro soustavu $\mathcal{A}$ a funkci P:

I. $\mathcal{A}$ je množinové těleso [s E jako největší množinou].

II. $P(A) \geqq 0$ pro všechna A z $\mathcal{A}$.

III. $P(E) = 1$.

IV. Jsou-li A a B disjunktní množiny z $\mathcal{A}$, platí

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Jsou-li pro soustavu $\mathcal{A}$ a funkci P splněny axiomy I — IV, řekneme, že je v tělese $\mathcal{A}$ dáno <u>rozložení pravděpodobnosti</u>; toto rozložení označíme $(\mathcal{A}, P)$. $P(A)$ pro A z $\mathcal{A}$ nazveme <u>pravděpodobností</u> náhodného jevu A.

$P\{\xi\}$, je-li ovšem $\{\xi\}$ množina z $\mathcal{A}$, bude pravděpodobnost, že výsledkem pokusu $\mathcal{E}$ je elementární jev ξ. $P(A)$

Obr. 4.3 Jedna strana z Rychlíkových skript [R44]