

Prvních deset Abelových cen za matematiku

[Zadní strany obálky]

In: Michal Křížek (author); Lawrence Somer (author); Martin Markl (author); Oldřich Kowalski (author); Pavel Pudlák (author); Ivo Vrkoč (author); Hana Bílková (other): Prvních deset Abelových cen za matematiku. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2013. pp. [88a]–[88b].

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402235>

Terms of use:

- © M. Křížek
- © L. Somer
- © M. Markl
- © O. Kowalski
- © P. Pudlák
- © I. Vrkoč

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://dml.cz>

ISBN 978-80-7015-014-6

EAN 9788070150146

$$e = 1 + \sqrt{5} - 1\sqrt{1+\sqrt{5}} \quad , \quad e = 1 + \sqrt{5} + 1\sqrt{1+\sqrt{5}}$$

desquelles la dernière valeur

$$e = 1 + \sqrt{5} + 1\sqrt{1+\sqrt{5}} = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} + \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} \right)^2$$

appartient à la question, car l'équation

$$1 = e^3 \varphi\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cdot \varphi^2\left(\frac{2\pi}{7}\right) \quad \text{nous montre que } e \text{ doit}$$

être plus grand que l'unité.

Connaissant e on trouve la valeur des quantités

$\varphi\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ et $\varphi\left(\frac{4\pi}{7}\right)$ comme il suit :

Nous avons

$$1 = e^3 \rho^2 = e^3 \frac{f^2\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cdot f^2\left(\frac{4\pi}{7}\right)}{F^2\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cdot F^2\left(\frac{4\pi}{7}\right)}$$

on en fait $\varphi\left(\frac{2\pi}{7}\right) = \alpha$ et $\varphi\left(\frac{4\pi}{7}\right) = \beta$ on a

$$f^2\left(\frac{2\pi}{7}\right) = 1 - \alpha^2 \quad ; \quad f^2\left(\frac{4\pi}{7}\right) = 1 - \beta^2$$

$$F^2\left(\frac{2\pi}{7}\right) = 1 + e^2 \alpha^2 \quad , \quad F^2\left(\frac{4\pi}{7}\right) = 1 + e^2 \beta^2$$

donc :

$$(1 + e^2 \alpha^2)(1 + e^2 \beta^2) = e^3 (1 - \alpha^2)(1 - \beta^2)$$

$$1 + e^2(\alpha^2 + \beta^2) + e^2 \alpha^2 \beta^2 = e^3 - e^3(\alpha^2 + \beta^2) + e^3 \alpha^2 \beta^2$$

$$e^2 - 1 = e^3(e-1) \cdot \alpha^2 \beta^2 = e^2(e+1) \cdot (\alpha^2 + \beta^2)$$

on nous a déjà trouvé plus haut $\alpha^2 \beta^2 = \frac{\sqrt{5}}{e^2}$

donc

$$e^2 - 1 = e^2(e-1)\sqrt{5} = e^2(e+1) \{ \alpha^2 + \beta^2 \}$$

On connaît donc $\alpha^2 \beta^2$ et $\alpha^2 + \beta^2$ et par suite

α^2 et β^2 par la résolution d'une équation

du second degré. On a donc aussi la valeur

de γ , qui satisfait à l'équation :