# § 1. MNOŽINY. POČÍTÁNÍ S MNOŽINAMI. ZOBRAZENÍ

## 1.1 Prvky a části množin

*Množina* je určena svými *prvky*; dvě množiny $A$, $B$, které mají tytéž prvky, jsou navzájem *totožné* nebo *rovné* a píšeme $A = B$.

Většinou budeme značit množiny velkými a jejich prvky malými latinskými písmeny, ale mnohdy učiníme výjimku. Jednu takovou výjimku popíšeme už teď. Často jsou předmětem úvah množiny určitého druhu, které pak značíme velkými latinskými písmeny, ale vedle nich se příležitostně vyskytnou jiné množiny, jejichž prvky samy jsou množinami, např. právě množinami probíraného druhu. Takové *množiny množin* neboli *soustavy množin* budeme často značit velkými gotickými písmeny.

Je účelné mezi množiny počítat také *množinu prázdnou*, která nemá vůbec žádný prvek. Budeme ji značit $\emptyset$. Je-li $a$ jakákoli věc, označíme $(a)$ množinu, která má prvek $a$ a žádný jiný prvek. Tedy $\emptyset$ nemá žádný prvek, ale $(\emptyset)$ má jeden prvek, jímž je množina $\emptyset$.

Jsou-li $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ libovolné výroky, jsou čtyři možnosti, z nichž je vždycky právě jedna správnou:

[1] $\boldsymbol{A}$ platí, $\boldsymbol{B}$ platí.

[2] $\boldsymbol{A}$ platí, $\boldsymbol{B}$ neplatí.

[3] $\boldsymbol{A}$ neplatí, $\boldsymbol{B}$ platí.

[4] $\boldsymbol{A}$ neplatí, $\boldsymbol{B}$ neplatí.

Nastane-li případ [1], pravíme, že oba výroky $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ platí *současně*. Nastane-li některý z případů [1], [2], [3], pravíme, že platí $\boldsymbol{A}$ *nebo* $\boldsymbol{B}$ (tedy „nebo“ nevylučuje možnost [1]!). Podobně se vyjadřujeme o více než dvou výrocích. Jestliže při dvou výrocích $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ nastane některý z případů [1], [3], [4], pravíme, že výrok $\mathbf{B}$ *plyne* z výroku $\mathbf{A}$ a píšeme

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B} . \tag{1}$$

Nastane-li některý z případů [1], [4], pravíme, že výroky $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ jsou navzájem *ekvivalentní* a píšeme

$$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B} . \tag{2}$$

Tedy (2) znamená, že $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$, $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A}$ platí současně. Vztah (1) čteme také: $\mathbf{A}$ je *postačující podmínkou* pro $\mathbf{B}$ nebo: $\mathbf{B}$ je *nutnou podmínkou* pro $\mathbf{A}$. Vztah (2) čteme také: $\mathbf{A}$ je *nutnou a postačující podmínkou* pro $\mathbf{B}$ nebo: $\mathbf{B}$ platí *právě tehdy*, jestliže platí $\mathbf{A}$. Je zřejmé, že ve vztahu (2) lze výroky $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ navzájem vyměnit.

Jsou-li $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}$ tři výroky, pak

$$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \Rightarrow \mathbf{B} \tag{3}$$

znamená, že výrok $\mathbf{B}$ plyne ze současné platnosti výroků $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$. Podobně pro více než tři výroky.

Je-li věc $a$ prvkem množiny $A$, píšeme

$$a \in A . \tag{4}$$

Řecké písmeno epsilon se vyskytuje v této knize ve dvou typech $\varepsilon$ a $\epsilon$; typ $\epsilon$ má vždy právě popsaný smysl.

Pravíme, že množina $A$ je *částí* nebo *podmnožinou* množiny $B$ (nebo také, že $B$ je *nadmnožinou* množiny $A$), jestliže

$$x \in A \Rightarrow x \in B$$

pro každou věc $x$. Píšeme pak

$$A \subset B \quad \text{nebo} \quad B \supset A ; \tag{5}$$

možnost $A = B$ není vyloučena. Vztah tvaru (5) se jmenuje *inkluse*; týž název se dává i vztahu tvaru (4), který znamená totéž jako $(a) \subset A$. Zápis

$$A \subset B \subset C$$

znamená současnou platnost obou inklusí $A \subset B$, $B \subset C$; podobně pro více než tři množiny.

Pro inkluse platí jednoduché, ale důležité zákony:

$$\emptyset \subset A\,, \tag{6}$$

$$A \subset A\,, \tag{7}$$

$$A \subset \emptyset \Rightarrow A = \emptyset\,, \tag{8}$$

$$A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C\,, \tag{9}$$

$$A \subset B \subset A \Rightarrow A = B\,. \tag{10}$$

Vztah (10) je zvláště důležitý: při důkazu, že dvě množiny $A$, $B$ jsou totožné, postupujeme často tak, že dokážeme napřed

$$x \in A \Rightarrow x \in B$$

a potom

$$x \in B \Rightarrow x \in A\,.$$

Velmi často je předmětem úvah pevná množina $P$ a soustava všech jejích podmnožin. Je-li pak $\mathsf{V}(x)$ vlastnost, která má smysl pro každé $x \in P$, označíme

$$\mathscr{E}_x\,[\mathsf{V}(x)] \tag{11}$$

množinu všech těch $x \in P$, která mají vlastnost $\mathsf{V}(x)$. Jsou-li $\mathsf{V}(x)$, $\mathsf{W}(x)$ dvě vlastnosti, které mají smysl pro každé $x \in P$, označíme

$$\mathscr{E}_x\,[\mathsf{V}(x),\ \mathsf{W}(x)]$$

množinu všech těch $x \in P$, která mají současně obě vlastnosti $\mathsf{V}(x)$ i $\mathsf{W}(x)$; podobně pro více než dvě vlastnosti. Je-li obava z nedorozumění, píšeme např. místo (11) určitěji

$$\mathscr{E}_x\,[x \in P,\ \mathsf{V}(x)]\,.$$

## 1.2. Kartézský součin. Zobrazení

*Kartézský součin* dvou množin $A$, $B$, který značíme $A \times B$, je množina všech dvojic

$$(x, y)\,, \quad \text{kde} \quad x \in A,\ y \in B\,.$$

Běží tu o *uspořádané dvojice*, tj. v případě $x \neq y$ rozlišujeme dvojici $(y, x)$ od dvojice $(x, y)$. Prvky $x \in A$, $y \in B$ jsou první a druhá *souřadnice* dvojice $(x, y)$. Případ $A = B$ není vyloučen.

Na pojem kartézského součinu se dá převést pojem *zobrazení*, který má základní důležitost. Zobrazení $f$ množiny $A$ do množiny $B$ lze definovat jako takovou část kartézského součinu $A \times B$, která má tu vlastnost, že ke každému $x \in A$ je právě jedno takové $y \in B$, že $(x, y) \in f$. Jelikož tedy ve dvojici $(x, y) \in f$ je druhá souřadnice $y$ jednoznačně určena první souřadnicí $x$, píše se obyčejně $y = f(x)$ místo $(x, y) \in f$. Prvek $f(x)$ se nazývá *hodnotou* zobrazení $f$ v prvku $x \in A$. Množina $A$ se nazývá *oborem* zobrazení $f$.

K danému $y \in B$ nemusí existovat žádné $x \in A$ s vlastností $(x, y) \in f$ neboli $y = f(x)$. Jestliže však ke každému $y \in B$ existuje aspoň jedno takové $x \in A$, pravíme, že $f$ je zobrazení množiny $A$ na množinu $B$. Množinu $H$ všech těch $y \in B$, k nimž existuje aspoň jedno $x \in A$ s vlastností $y = f(x)$, nazveme *množinou hodnot* zobrazení $f$. Je-li tedy $H$ množina hodnot zobrazení $f$ množiny $A$ do množiny $B$, je $f$ zobrazení množiny $A$ na množinu $H$. Pro libovolnou nadmnožinu $C$ množiny $H$ je pak $f$ zobrazením $A$ do $C$, ale pouze v případě $C = H$ je $f$ zobrazením $A$ na $C$.

Poznámka. Podle naší definice množina $\emptyset$ je zobrazením množiny $\emptyset$ do libovolné množiny $B$ a je jediným takovým zobrazením. Množinou hodnot tohoto zobrazení je zase $\emptyset$.

Budiž $f_1$ zobrazení množiny $A$ do množiny $B$ a budiž $f_2$ zobrazení množiny $B$ do množiny $C$. Položíme-li

$$g(x) = f_2[f_1(x)] \quad \text{pro každé} \quad x \in A\,,$$

dostaneme zobrazení $g$ množiny $A$ do množiny $C$, o kterém pravíme, že je *složeno* ze zobrazení $f_1$, $f_2$. Pořadí $f_1$, $f_2$ je podstatné!

Budiž $f$ zobrazení množiny $A$ do množiny $B$. Označme: [1] $\mathfrak{A}$ soustavu všech částí množiny $A$, [2] $\mathfrak{B}$ soustavu všech částí množiny $B$. Zobrazení $f$ určuje: [1] zobrazení $\mathfrak{A}$ do $\mathfrak{B}$, které označíme $f^1$, [2] zobrazení $\mathfrak{B}$ do $\mathfrak{A}$, které označíme $f^{-1}$. Definice těchto zobrazení $f^1$, $f^{-1}$ jsou:

$$X \subset A \Rightarrow f^1(X) = \mathscr{E}_y\ [\text{existuje takové } x \in X, \text{ že } f(x) = y]\,,$$
$$Y \subset B \Rightarrow f^{-1}(Y) = \mathscr{E}_x\ [f(x) \in Y]\,.$$

Je tedy zejména $f^1(A)$ množinou hodnot zobrazení $f$. Pro každé $x \in A$ přiřazuje zobrazení $f^1$ jednoprvkové množině $(x)$ jednoprvkovou množinu $(f(x))$.

Je-li $Y \subset B$, pak množinu $f^{-1}(Y) \subset A$ nazveme *vzorem množiny* $Y$. Je-li $H = f^1(A)$ a je-li $y \in H$, pak množina $f^{-1}((y))$ je vzorem jednoprvkové množiny $(y)$; označíme ji jednodušeji $f^{-1}(y)$ a nazveme ji *vzorem prvku* $y \in H$. Je-li $y \in B$, ne však $y \in H$, je $f^{-1}(y) = \emptyset$.

Budiž opět $f$ zobrazení množiny $A$ do množiny $B$ a zvolme nějakou část $M$ množiny $A$. Položme

$$g(x) = f(x) \quad \text{pro} \quad x \in M\,,$$

kdežto pro ta $x \in A$, jež nepatří do $M$, nechť $g(x)$ je bezvýznamný symbol. Pak je $g$ zobrazení $M$ do $B$, které nazveme *zúžením* zobrazení $f$ na obor $M$ a označíme $f \mid M$; obráceně nazveme $f$ *rozšířením* zobrazení $g$ na obor $A$.

V celé knize znamená $\mathsf{E}_1$ množinu všech reálných čísel. Množina $M \subset \mathsf{E}_1$ se jmenuje *omezená*, existuje-li takové $c \in \mathsf{E}_1$, že

$$x \in M \Rightarrow -c < x < c\,;$$

$M$ se jmenuje *neomezená*, není-li omezená. Zobrazení $f$ libovolné množiny $A$ do množiny $\mathsf{E}_1$ nazveme *funkcí* (v oboru $A$). Funkce $f$ je *omezená* nebo *neomezená* stejně jako její množina hodnot $f^1(A) \subset \mathsf{E}_1$.

## 1.3. Ekvivalence. Rozklady

Budiž $P$ libovolná množina. *Rozkladem množiny* $P$ rozumíme soustavu $\mathfrak{R}$ neprázdných částí množiny $P$ s tou vlastností, že ke každému $x \in P$ existuje právě jedna taková $X \in \mathfrak{R}$, pro kterou je $x \in X$. Prvky soustavy množin $\mathfrak{R}$ nazveme *pásy rozkladu* $\mathfrak{R}$.

Rozkladem množiny $P$ je definována část $\mathfrak{E}$ kartézského součinu $P \times P$ takto. Je-li $x \in P$, $y \in P$, pak $(x, y) \in \mathfrak{E}$ znamená, že pás rozkladu $\mathfrak{R}$ obsahující prvek $x$ je totožný s pásem obsahujícím prvek $y$. $\mathfrak{E}$ je pak *vztah ekvivalence* v množině $P$, jestliže takto pojmenujeme každou část $\mathfrak{E}$ množiny $P \times P$ splňující tři axiomy:

$$(\mathrm{I}\mathfrak{E}) \quad (x, x) \in \mathfrak{E}\,,$$

$$(\mathrm{II}\mathfrak{E}) \quad (x, y) \in \mathfrak{E} \Rightarrow (y, x) \in \mathfrak{E}\,,$$

$$(\mathrm{III}\mathfrak{E}) \quad \big((x, y) \in \mathfrak{E}\,, \quad (y, z) \in \mathfrak{E}\big) \Rightarrow (x, z) \in \mathfrak{E}\,.$$

(Při tom písmena $x, y, z$ znamenají libovolné prvky množiny $P$.) V našem případě pravíme, že $\mathfrak{E}$ je *vztah ekvivalence příslušný k rozkladu* $\mathfrak{R}$.

Obráceně, jak se snadno nahlédne, každý vztah ekvivalence $\mathfrak{E}$ v množině $P$ určuje příslušný rozklad $\mathfrak{R}$. Prvek $a \in P$ je obsažen v pásu

$$\mathscr{E}_x [(a, x) \in \mathfrak{E}] .$$

Je-li $f$ libovolné zobrazení množiny $P$ do jakékoli množiny $Q$, pak

$$(x, y) \in \mathfrak{E} \Leftrightarrow f(x) = f(y)$$

definuje vztah ekvivalence $\mathfrak{E}$ v množině $P$. Pásy příslušného rozkladu množiny $P$ jsou totožné se vzory jednotlivých prvků množiny hodnot $f^1(P)$ zobrazení $f$. Zobrazení $f$ se jmenuje *prosté*, jestliže každý z těchto pásů se skládá z jediného prvku množiny $P$, tj. jestliže

$$x \in P , \quad y \in P , \quad x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y) .$$

Budiž $f$ prosté zobrazení množiny $P$ na množinu $Q$, tedy $f^1(P) = Q$. Potom

$$f_{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$$

definuje zobrazení $f_{-1}$ množiny $Q$ na množinu $P$, které je zřejmě také prosté a které nazveme *zobrazením inversním* k $f$. Jest

$$(f_{-1})_{-1} = f ,$$

tj. zobrazení inversní k $f_{-1}$ je totožné s původním zobrazením $f$. Pro zobrazení $f^1$, $f^{-1}$ zavedená v článku **1.2** máme zřejmě

$$(f_{-1})^1 = f^{-1} , \quad (f_{-1})^{-1} = f^1 .$$

Důležitým příkladem prostého zobrazení je *identické zobrazení* libovolné množiny $A$ na ni samu, tj. takové zobrazení $f$ množiny $A$, při kterém je $f(x) = x$ pro každé $x \in A$.

## 1.4. Sjednocení, průniky a rozdíly množin

Jsou-li $A$ a $B$ množiny, pak

[1] jejich *sjednocení*, značka $A \cup B$, je množina všech těch věcí $x$, pro které platí $x \in A$ nebo $x \in B$;

[2] jejich *průnik*, značka $A \cap B$, je množina všech těch věcí $x$, pro které platí současně $x \in A$ i $x \in B$;

[3] jejich *rozdíl*, značka $A - B$, je množina všech těch věcí $x$, pro které současně

$$x \in A \text{ platí}, \quad x \in B \text{ neplatí}.$$

Pojmy sjednocení a průnik lze chápat mnohem obecněji. Budiž dána libovolná množina $\mathbf{C} \neq \emptyset$ a budiž dáno pravidlo, které každému $z \in \mathbf{C}$ přiřazuje množinu $A(z)$. Pak

[1] *sjednocení* všech množin $A(z)$, značka

$$\bigcup A(z) \quad \text{nebo} \quad \bigcup_z A(z) \quad \text{nebo} \quad \bigcup A(z) \quad (z \in \mathbf{C}),$$

je množina všech těch věcí $x$, pro které vztah $x \in A(z)$ je správný pro a s p o ň j e d n o $z \in \mathbf{C}$;

[2] *průnik* všech množin $A(z)$, značka

$$\bigcap A(z) \quad \text{nebo} \quad \bigcup_z A(z) \quad \text{nebo} \quad \bigcap A(z) \quad (z \in \mathbf{C}),$$

je množina všech těch věcí $x$, pro které vztah $x \in A(z)$ je správný pro v š e c h n a $z \in \mathbf{C}$.

Velmi častý je případ, kdy $\mathbf{C}$ je množina všech celých kladných čísel 1, 2, 3, ... V tomto případě, znamená-li $A_n$ množinu přiřazenou číslu $n$, značíme sjednocení a průnik obyčejně

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \quad \text{resp.} \quad \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n .$$

Jestliže $\mathbf{C}$ se skládá pouze z těch celých kladných čísel, která jsou $\leqq k$, kde $k$ znamená dané celé kladné číslo, píšeme obdobně

$$\bigcup_{n=1}^{k} A_n \quad \text{resp.} \quad \bigcap_{n=1}^{k} A_n .$$

Je-li $k$ numericky dáno, např. $k = 4$, píšeme často podrobněji

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \quad \text{resp.} \quad A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 .$$

Dvě množiny $A$, $B$ nazýváme *disjunktní*, jestliže $A \cap B = \emptyset$. Soustavu množin $\mathfrak{A}$ nazýváme *disjunktní*, jestliže

$$A \in \mathfrak{A}, \quad B \in \mathfrak{A}, \quad A \neq B \Rightarrow A \cap B = \emptyset .$$

P o z n á m k a. Někdy je účelné definovat sjednocení $\bigcup A(z)$ $(z \in \mathbf{C})$ i v případě $\mathbf{C} = \emptyset$. Takovým sjednocením rozumíme množinu $\emptyset$.

O sjednoceních, průnicích a rozdílech množin platí řada jednoduchých a snadno dokazatelných pravidel. Taková pravidla jsou uvedena ve cvičeních 1.6.1 až 1.6.18. Začátečník by si měl tato cvičení podrobně probrat.

## 1.5. Obecné kartézské součiny

Podobně jako sjednocení a průnik, můžeme také kartézský součin zavést obecněji než v článku **1.2.** Budiž opět každému $z \in \mathbf{C}$ (kde $\mathbf{C} \neq \emptyset$) přiřazena množina $A(z)$. Pak *kartézským součinem* všech množin $A(z)$, značka

$$\mathfrak{P} A(z) \quad \text{nebo} \quad \mathfrak{P}_z A(z) \quad \text{nebo} \quad \mathfrak{P} A(z) \quad (z \in \mathbf{C}),$$

rozumíme množinu všech těch zobrazení $x$ množiny $\mathbf{C}$ do množiny $\bigcup_z A(z)$, pro která platí

$$x(z) \in A(z) \quad \text{pro každé} \quad z \in \mathbf{C}.$$

Pro každé $z \in \mathbf{C}$ nazýváme $x(z)$ *z-souřadnicí* prvku $x$ kartézského součinu. Skládá-li se $\mathbf{C}$ ze všech celých kladných čísel nebo z těch celých kladných čísel, která jsou $\leqq k$, píšeme opět

$$\mathop{\mathfrak{P}}_{n=1}^{\infty} A_n \quad \text{resp.} \quad \mathop{\mathfrak{P}}_{n=1}^{k} A_n$$

a při numericky daném $k$, např. $k = 4$, píšeme též

$$\mathop{\mathfrak{P}}_{n=1}^{4} A_n = A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 \text{ apod.}$$

Jsou-li $A$, $B$, $C$ množiny, pak tři množiny

$$(A \times B) \times C, \quad A \times (B \times C), \quad A \times B \times C$$

jsou, přesně vzato, mezi sebou různé, ale rozdíl je jen formální a budeme jej zanedbávat, píšeme tedy

$$(A \times B) \times C = A \times (B \times C) = A \times B \times C.$$

Podobně píšeme např.

$$\mathbf{E}_m \times \mathbf{E}_n = \mathbf{E}_{m+n}, \tag{1}$$

značíce $\mathbf{E}_n$ kartézský součin $n$ množin, z nichž každá je totožná s množinou $\mathbf{E}_1$ všech reálných čísel.

## 1.6. Cvičení k § 1

Výsledků cvičení k § 1 se v dalším textu užívá bez citace.

**1.6.1.** $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$; $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$; $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$.

**1.6.2.** $A \cup A = A \cap A = A$; $A \cup \emptyset = A - \emptyset = A$; $A \cap \emptyset = \emptyset - A = \emptyset$.

**1.6.3.** $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$.

**1.6.4.** $A \cup (A \cap B) = A$; $A \cap (A \cup B) = A$.

**1.6.5.** $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$; $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

**1.6.6.** $A - B = (A \cup B) - B = A - (A \cap B)$; $A - (A - B) = A \cap B$.

**1.6.7.** $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$; $C - (A \cap B) = (C - A) \cup (C - B)$.

**1.6.8.** $C - \bigcup A(z) = \bigcap [C - A(z)]$; $C - \bigcap A(z) = \bigcup [C - A(z)]$.

**1.6.9.** $A - (B \cup C) = (A - B) - C$; $(A - B) \cap C = (A \cap C) - (B \cap C) = (A \cap C) - B$; $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$; $(A \cap B) - C = A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$.

**1.6.10.** $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

**1.6.11.** $C - A \neq \emptyset \Rightarrow A - (B - C) \neq (A - B) \cup C$.

**1.6.12.** $A \supset C \Rightarrow A - (B - C) = (A - B) \cup C$.

**1.6.13.** $A = (A - B) \cup (A \cap B)$, kde obě množiny vpravo jsou disjunktní; $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$, kde vpravo jsou tři disjunktní množiny.

**1.6.14.** $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} C_n$, kde $B_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$, $C_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$.

**1.6.15.** Množiny $A, \emptyset$ jsou vždy disjunktní.

**1.6.16.** Je-li $B \supset A$, pak: $A, B$ disjunktní $\Leftrightarrow A = \emptyset$.

**1.6.17.** $A(z) \subset B(z) \Rightarrow \bigcup A(z) \subset \bigcup B(z)$, $\bigcap A(z) \subset \bigcap B(z)$.

**1.6.18.** $A \subset B \Rightarrow C - A \supset C - B$.

Ve cvičení **1.6.19** znamená $A \dot{-} B$ tzv. *symetrický rozdíl* množin $A, B$; je to množina těch $x$, které náležejí do právě jedné z obou množin $A, B$.

**1.6.19.** $A \dot{-} B = (A - B) \cup (B - A)$; $A \dot{-} (B \dot{-} C) = (A \dot{-} B) \dot{-} C$; $A \cap (B \dot{-} C) = (A \cap B) \dot{-} (A \cap C)$; $A \dot{-} (A \cap B) = A - B$; $(A \dot{-} B) \dot{-} (A \cap B) = A \cup B$.

Ve cvičeních **1.6.20** až **1.6.31** znamená $f$ zobrazení množiny $A$ do množiny $B$.

**1.6.20.** $M_1 \subset M_2 \subset A \Rightarrow f^1(M_1) \subset f^1(M_2)$.

**1.6.21.** $M(z) \subset A \Rightarrow f^1[\bigcup M(z)] = \bigcup f^1[M(z)]$.

**1.6.22.** $M_1 \subset A,\ M_2 \subset A \Rightarrow f^1(M_1) - f^1(M_2) \subset f^1(M_1 - M_2)$.

**1.6.23.** $M(z) \subset A \Rightarrow f^1[\bigcap M(z)] \subset \bigcap f^1[M(z)]$.

**1.6.24.** Je-li $f$ prosté, je možné v **1.6.22** a **1.6.23** vpravo znaménko inkluse nahradit znaménkem rovnosti; není-li $f$ prosté, pak to možné není.

**1.6.25.** $N_1 \subset N_2 \subset B \Rightarrow f^{-1}(N_1) \subset f^{-1}(N_2)$.

**1.6.26.** $N(z) \subset B \Rightarrow f^{-1}[\bigcup N(z)] = \bigcup f^{-1}[N(z)]$.

**1.6.27.** $N_1 \subset B,\ N_2 \subset B \Rightarrow f^{-1}(N_1 - N_2) = f^{-1}(N_1) - f^{-1}(N_2)$.

**1.6.28.** $N(z) \subset B \Rightarrow f^{-1}[\bigcap N(z)] = \bigcap f^{-1}[N(z)]$.

**1.6.29.** $N \subset B \Rightarrow f^{-1}(N) = f^{-1}[N \cap f^1(A)]$.

**1.6.30.** $N \subset B \Rightarrow f^1[f^{-1}(N)] = N \cap f^1(A)$.

**1.6.31.** $M \subset A,\ N \subset B,\ g = f \mid M \Rightarrow g^{-1}(N) = M \cap f^{-1}(N)$.

**1.6.32.** $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times C) \cup (B \times D)$.

**1.6.33.** $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$.

**1.6.34.** $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$.

**1.6.35.** $A \subset B,\ C \subset D \Rightarrow (A \times C) \subset (B \times D)$. Je-li $A \neq \emptyset \neq C$, lze místo $\Rightarrow$ psát $\Leftrightarrow$.

**1.6.36.** $(P \times Q) - (A \times B) = [(P - A) \times Q] \cup [P \times (Q - B)]$.

**1.6.37.** $A \subset P,\ B \subset Q \Rightarrow A \times B = (A \times Q) \cap (P \times B)$.