O rovinných konstrukcích odvozených z prostorových útvarů

1. Prostorový výklad rovinných obrazců

In: Josef Holubář (author): O rovinných konstrukcích odvozených z prostorových útvarů. (Czech). Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1948. pp. 5–8.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403212

1. PROSTOROVÝ VÝKLAD ROVINNÝCH OBRAZCŮ

Nejprve uvedeme dva příklady, které ukáží, jak lze snadno dokázati vlastnosti nebo sestrojení rovinného obrazce, vyložíme-li jej prostorově.

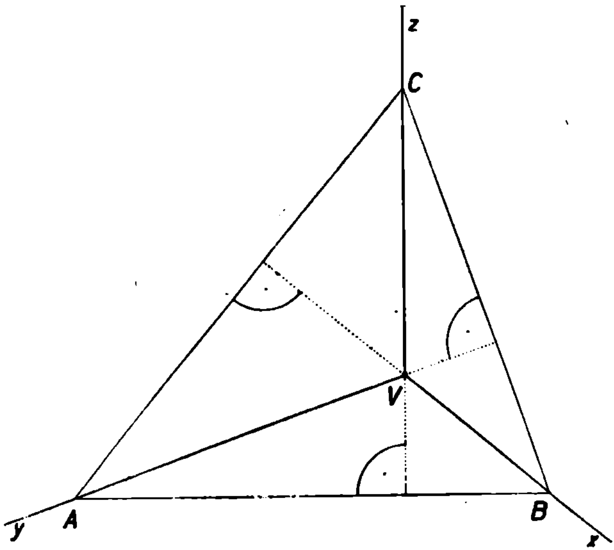
1,1. Výšky v trojúhelníku. O výškách v obecném trojúhelníku ABC lze snadno i planimetricky dokázati, že se protínají v jediném bodě V, t. zv. orthocentru. Prostorový důkaz této vlastnosti dostaneme ihned, aniž zavedeme další pomocné čáry, podíváme-li se jen na obraz „prostorově". Myslíme si trojúhelník ABC (obr. 1), a to ostroúhlý, jako stopní trojúhelník v axonometrické průmětně $\varrho \equiv (ABC)$, určený stopami AB, BC, CA tří souřadnicových rovin, navzájem k sobě kolmých. Orthogonální průměty souřadnicových os do průmětny ϱ jsou pak výšky AV, BV, CV daného trojúhelníka a jejich společný bod V je průmětem počátku souřadnic. Že úhly spojnic CV a AB atd. jsou pravé, to vyplývá ze známé vlastnosti průmětu pravého úhlu, který tvoří příslušné, v prostoru mimoběžné přímky CV, AB atd., neboť jedna tato přímka, a to zde AB, jest v průmětně.[1])

---

[1]) Promítání axonometrické, v tomto případě orthogonální, t. zv. *kolmá axonometrie*, používá axonometrické průmětny, jež je v obecné poloze k třem souřadnicovým rovinám vzájemně k sobě kolmým, které splývají s třemi základními průmětnami, první π, druhou ν a třetí μ. K rovinám π, ν, μ mívají zpravidla technické předměty základní polohu, t. j. jejich tři význačné směry (nebo i rozměry) k sobě kolmé, bývají s osami souřadnicovými rovnoběžné, takže kolmé průměty předmětů do takové axonometrické průmětny poskytují velmi názorné obrazy a jejich sestrojení je poměrně velmi snadné. Proto se užívá kolmé axonometrie velmi často v technické praxi. Vědecké práce mezinárodního významu o axonometrii pocházejí od *K. Pelze* (v. pozn. 7 na str. 12 M. rov. k.), s jehož jménem je spojen vývoj tohoto důležitého druhu promítání. Poučení o axonometrii viz Lit. III, str. 249 a n., díl I.

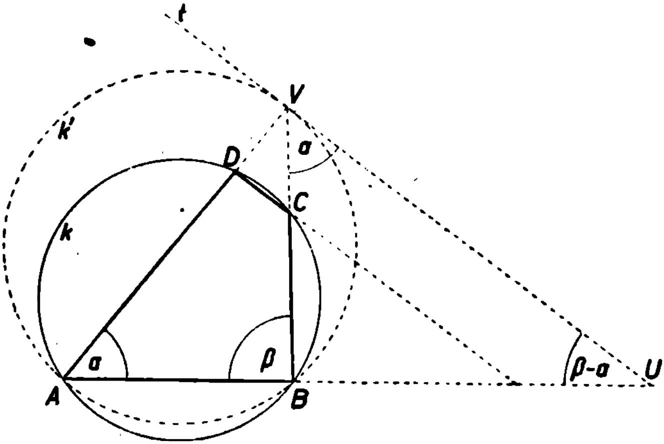
Poznámka. Na obr. 1 můžeme, jak známo, kterýkoliv bod považovati za orthocentrum trojúhelníka, určeného zbývajícími třemi body. Vyskytují se zde 4 body a 6 přímek: každým bodem jdou 3 přímky skupiny a na každé přímce jsou vytčeny dva body. Skupina bodů a přímek je uspořádána na základě vlastnosti orthocentra a tvoří t. zv. *geometrickou konfiguraci*. Značí-li písmeno B počet bodů a p počet přímek, pak lze konfiguraci označiti symbolem (B_p, p_B), v němž index p při B znamená, že každým bodem jde p přímek konfigurace, a index B při p obdobně, že na každé přímce je vytčeno B bodů, a to vždy a jen takový počet. Naší konfiguraci náleží tedy symbol $(4_3, 6_2)$.

Úloha 1. Jak se provede prostorová interpretace obrazu pro důkaz při tupoúhlém trojúhelníku ABC?



Obr. 1. Výšky trojúhelníka — axonometrický obraz souřadnicových os.

1,2. Tětivový čtyrúhelník. Jiný příklad planimetrického obrazce, kde možnost prostorové interpretace jest přímo nápadná, poskytuje tětivový čtyrúhelník $ABCD$ (obr. 2). Můžeme totiž trojúhelník ABV, jehož vrchol V je průsečík stran AD, BC čtyrúhelníka, považovati za hlavní řez kosého kruhového kužele a kružnici k, opsanou čtyrúhelníku $ABCD$ za



Obr. 2. Tětivový čtyrúhelník — obraz antiparalelních řezů na kosém kruhovém kuželi.

poledníkový řez kulové plochy. Úsečky $\overline{AB}$ a $\overline{CD}$ jsou pak průměty dvou kruhových (cyklických) řezů na kuželi do roviny hlavního řezu, a to řezů antiparalelních. Další kulová plocha, opsaná kuželi (ABV), jejíž poledníkový řez jest na obraze k', určuje svou tečnou rovinou sestrojenou v bodě V — na obraze jest jejím průmětem tečna t kružnice k' v bodě V — směr rovin kruhových řezů kužele, a to antiparalelních k řezu, jehož průmět jest $\overline{AB}$. Každý takový řez leží zároveň s podstavnou kružnicí (AB) na jedné ploše kulové, proložené touto kružnicí. Tím určuje tečna t pro konstrukci čtyrúhelníka $ABCD$ směr jeho strany CD, což by bylo možno dokázati i planimetricky. Dále ovšem jest na obraze úhel AUV roven $\beta - \alpha$, takže lze konstrukci našeho čtyrúhelníka provésti i bez pomocné kružnice k'. (Sestrojte čtyrúhelník $ABCD$, jsou-li dány délky stran AB, CD a úhly α, β.[2])

Úloha 2. Sledujte obraz i pro případ tětivového čtyrúhelníka druhořadého (se zkříženými stranami BC, AD) za předpokladu neomezené kuželové plochy.

Úloha 3. Jak se změní tětivový čtyrúhelník v případě, že $\alpha + \beta = 2R$, a jaké řezy vzniknou na příslušné ploše?

[2]) Srovn. článek *V. Hübnera*: Drobnosti geometrické v Příloze k Časopisu pro pěstov. matem. a fys., roč. XVI (Časop. XXXVII), (1908), str. 21.