7. Měření výšek

In: Pavel Potužák (author): Praktická geometrie. Část druhá. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fysiků, 1949. pp. 108–146.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403239

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

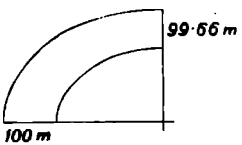
Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

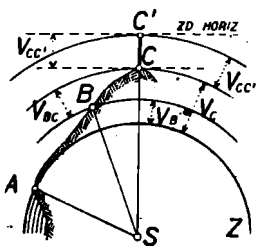
7. MĚŘENÍ VÝŠEK

Základní pojmy. Prostorová poloha bodů daných rovinnými souřadnicemi není určena, dokud není známa jejich výška nad určitou promítací nebo zobrazovací plochou. K určení výšky bodů nad určitou srovnávací rovinou nebo plochou se musí vykonat samostatné výškové měření.

Výšky se určují buď vzhledem k určité ploše jdoucí libovolným bodem zemského povrchu nebo jsou vztaženy k základní ploše, kterou tvoří klidná hladina mořská v určitém pozorovacím místě a prodloužená pod zemský povrch. Základní plocha je zvána nulovou plochou a je volena v jednotlivých státech různě. Nejčastěji to bývá střední hladina nejbližšího moře, stanovená dlouhodobým pozorováním vodního stavu. Výška vody se zaznamenává zvláštními přístroji mareografy nebo se odčítá na medimaremetrech.



Obr. 70. Sbíhavost hladinových ploch na elipsoidu.



Obr. 71. Zdánlivý a skutečný horizont.

Klidná hladina vodní je plochou odpovídající působení tíže a je kolmá k tížnicím na všech bodech zemského povrchu. Je to nepravidelná plocha blížící se elipsoidické nebo sféroidické ploše. Myšlené hladinové plochy, procházející různými body zemského povrchu, nejsou spolu rovnoběžné, nýbrž se sbíhají k pólu, jak ukazuje obr. 70. Hladinová plocha, procházející základním bodem střední hladiny mořské, se nazývá geoidem.

Výškové měření rozsáhlých oblastí musí být propočteno k náhradní ploše elipsoidické, užívané místo geoidické plo-

chy, kdežto výškové měření malého rozsahu stačí prováděti tak, jakoby všechny hladinové plochy byly soustřednými plochami kulovými. Kulové plochy jsou skutečnými čili pravými horizonty na rozdíl od zdánlivých horizontů, které udává osa urovnané libely při otáčení kolem svislé osy (obr. 71).

Kolmá nebo svislá čili radiální vzdálenost dvou pravých horizontů je všude stejná a výškový rozdíl dvou takových ploch je nazýván poměrnou čili relativní výškou bodu. Je to výškový rozdíl o kolik je jeden bod výše nebo doleji než druhý. Svislá odlehlost bodu od základní čili nulové hladiny se nazývá absolutní čili nadmořskou výškou bodu. Vztah mezi oběma je jednoduchý. Připočtením výškového rozdílu mezi dvěma body ke známé nadmořské výšce jednoho z nich, obdrží se nadmořská výška druhého bodu.

Jsou-li dva body na téže svislici, jako je tomu u bodů C a C' v obr. 71, je jejich výškový rozdíl roven svislé odlehlosti skutečných horizontů a kolmé odlehlosti zdánlivých horizontů. Tím je možno nahraditi pravé horizonty zdánlivými u bodů, které jsou v malé vzdálenosti od sebe. Záměnou obou horizontů se zanedbává zemské zakřivení a zemský povrch se považuje za rovinný. To lze činit jen tam, kde se vyžaduje menší přesnost ve výškovém měření.

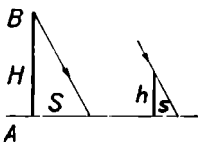
Zobrazením všech bodů určité části zemského povrchu na mapě nebo na plánu obdržíme polohový plán. Připíšeme-li ke každému bodu jeho nadmořskou výšku, obdržíme kótovaný plán. Ten je však nepřehledný a k vyznačení územních tvarů a nepravidelností zemského povrchu se doplňuje mapa nebo plán vrstevnicemi, šrafováním nebo stínováním. Z číselných měřických údajů nebo ze znázornění na mapě lze sestrojiti profily čili svislé řezy územím podél os přímých i obloukových.

Svislou odlehlost bodů stanovíme výškovým měřením, které dělíme na geometrické, barometrické čili fysikální, trigonometrické a na nivelaci.

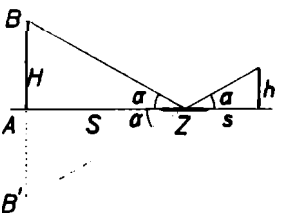
Nejméně přesné je geometrické měření, lepší je barometrické a nejpřesnější je nivelace.

7,1. Geometrické měření výšek. Tento způsob slouží k stanovení výšek svislých předmětů jako věží, stromů, továrních komínů, stožárů a pod. Je založen na geometrické poučce o podobných trojúhelnících. Poněvadž se výška počítá ze známých rozměrů malého trojúhelníka, je přesnost v určení výšky malá. K měření se užívá jednoduchých pomůcek.

Určení výšky z vrženého stínu (obr. 72). K určení výšky



Obr. 72. Určení výšky svislého předmětu z délky vrženého stínu.



Obr. 73. Určení výšky předmětu pomocí zrcadelného obrazu.

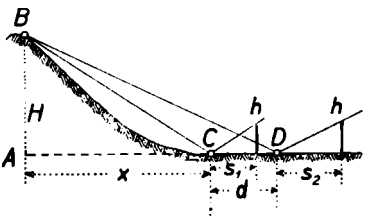
předmětu H zarazíme do země svisle výtyčku o známé délce h a změříme délky vrženého stínu předmětu S a výtyčky s. Tím jsou dány potřebné veličiny k výpočtu

$$H = h \frac{S}{s}.$$

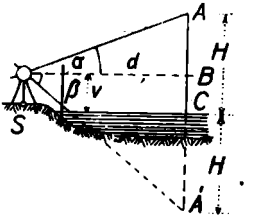
Určení výšky předmětu užitím zrcadelného obrazu (obr. 73). Na zemi se umístí a urovná zrcátko Z a pozorovatel posunuje tyč o délce h do vzdálenosti s od zrcátka tak dlouho, až přes horní okraj tyče vidí v zrcátku vrchol předmětu. Změřením délek S a s se vypočte výška H z výrazu

$$H = h \frac{S}{s}.$$

Určení výšky předmětu, je-li jeho pata nepřístupná (obr. 74). Jde o určení výšky kopce, jehož pata je nepřístupná a vzdálenost x nelze přímo měřit. Výkon popsaný v předcházejícím odstavci se opakuje dvakrát. Nejdříve se provede měření na bodě C, pak na bodě D, při čemž body B, C a D musí být v téže svislé rovině. Změří se vzdálenosti s_1, s_2 a $d = \overline{CD}$ (vzdálenost obou zrcátek) a výpočet se provede podle vzorců



Obr. 74. Určení výšky předmětu s nepřístupnou patou.



Obr. 75. Určení výšky předmětu z měřených svislých úhlů.

$$H : h = x : s_1 \qquad \cdot\text{čili} \qquad H \,.\, s_1 = h \,.\, x$$
$$H : h = (x + d) : s_2 \qquad\qquad H \,.\, s_2 = h \,.\, x + h \,.\, d$$
$$H\,(s_2 - s_1) = h \,.\, d$$

$$H = \frac{h \,.\, d}{s_2 - s_1}.$$

Určení výšky svislého předmětu z měřených úhlů (obr. 75). Jde-li o určení výšky mraku nebo vrcholu hory, jehož obraz je viděti v hladině vodní (rybníka, jezera), změří se výškový úhel α, pod kterým je vidět vrchol a hloubkový úhel β, pod kterým je vidět obraz vrcholu ve vodě. Výška stroje v nad hladinou vodní se přímo změří, nejlépe odečtením na lati při vodorovné záměře. Označíme-li výšku předmětu nad vodní hladinou H, objeví se obraz ve stejné vzdálenosti pod hladinou a tu platí:

$$d = (H - v)\operatorname{cotg}\alpha = (H + v)\operatorname{cotg}\beta,$$

odkud

$$\frac{H - v}{H + v} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

a

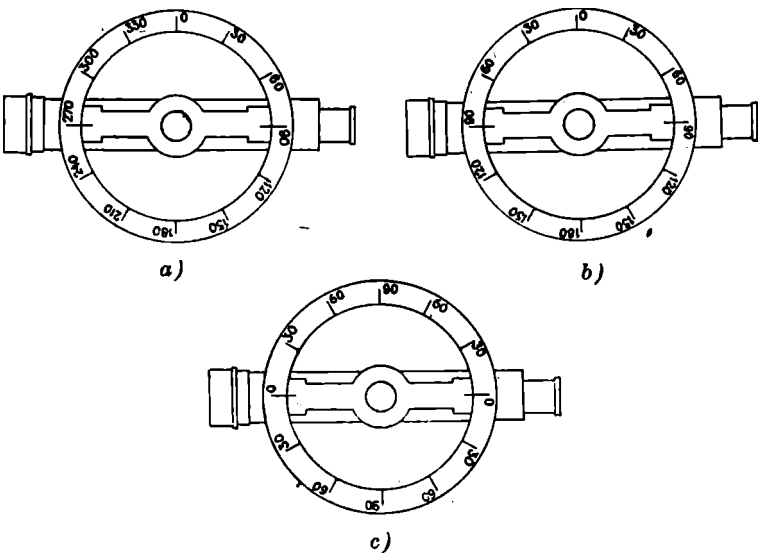
$$H = v \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha} = v \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin (\beta - \alpha)}.$$

V lesnické praxi se užívá k měření výšek a tloušťky stromů v libovolné výšce jednoduchých přístrojků zvaných dendrometry nebo dřevoměry. Mnohé z nich jsou upraveny tak, že se jimi dají hrubě měřiti úhly, vytyčovati přímky atd. Dendrometrů je mnoho druhů a pojednávají o nich učebnice „Dendrometrie". Všechny jsou založeny na podobnosti trojúhelníků a z nepatrné délky se odvozuje délka mnohonásobně větší.

7,2. Barometrické měření výšek. Barometrické čili fysikální měření výšek je založeno na měření vzdušného tlaku, který s rostoucí výškou ubývá. Měří-li se tlak vzduchu rtuťovým tlakoměrem, odpovídá tlak vzduchu v určitém pozorovacím místě váze vzduchového sloupce nad tímže místem a měří se výškou stejně těžkého rtuťového sloupce v milimetrech. S rostoucí výškou ubývá tlak i výška rtuťového sloupce. Tak ku př. při vystoupení do výše o 11 metrů, sníží se výška rtuťového sloupce asi o 1 mm. Lze tudíž v mezích této změny měřiti výšky bodů nad určitým základním bodem velmi rychle. Barometrického měření se užívá všude tam, kde jde o rychlé a méně přesné měření. K měření se užívá rtuťových tlakoměrů (barometrů) nebo ručičkových a šroubových aneroidů. Nejlepšími aneroidy lze za příznivých okolností měřiti výšky s přesností asi 1—2 metrů, v méně příznivých do 4 m. Pokud jde o popisy tlakoměrů a pracovní postup, je nutno odkázati na odbornou literaturu.

7,3. Trigonometrické měření výšek. Tento způsob je mnohem přesnější a užívá se k určování výšek svislých předmětů i výškových rozdílů mezi libovolnými body. Měřický způsob je založen na řešení pravoúhlého trojúhelníka, jehož jednou odvěsnou je základna o známé délce a druhou odvěsnou je buď celá výška svislého předmětu nebo její část. Na koncovém bodu základny se změří výškové (hloubkové) úhly nebo

zenitové vzdálenosti a tím je trojúhelník řešitelný. Měření svislých úhlů se koná stroji s výškovým kruhem nebo na průzkumných cestách se užívají zvláštní stroje bez vodorovného kruhu a upravené jen k měření svislých úhlů. Jmenují se hypsometry.



Obr. 76. Dělení a číslování svislých kruhů.

Měření svislých úhlů (obr. 76a, b, c). Výškové kruhy úhloměrných strojů mohou být různě číslovány. Dnes se užívají hojně stroje s průběžným číslováním kruhu od 0° do 360° (0^g do 400^g) nebo stroje s číslováním od 0° do 180°, jdoucím od společné nuly v nejvyšším místě kruhu, nebo jsou na horizontále kruhu dvě nuly a číslování jde nahoru i dolů do 90° oběma směry děleného kruhu. Nula je v nejvyšším místě kruhu nebo na horizontále tehdy, je-li dalekohled urovnán přesně ve vodorovné poloze. Továrna Wild ve Švýcarsku vyrábí též stroje, u nichž je výškový kruh dělen a číslován průběžně od 0° do 180°

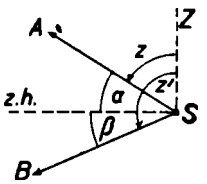
(200^g), takže při výpočtu výškového úhlu odpadá dělení dvěma. Číslování kruhu může být provedeno pravosměrně (ve směru chodu ručiček hodinových) neb levosměrně.

Svislé úhly dělíme na zenitové vzdálenosti a výškové úhly. Výškové úhly se počítají od zdánlivého horizontu od 0° do 90°. Úhly nad horizontem se označují + jako výškové úhly a pod horizontem — jako hloubkové úhly. Zenitové vzdálenosti se měří od 0° do 180° (200^g). Zenitový úhel větší než 90° (100^g) má své rameno pod zdánlivým horizontem a odpadá u něho znaménko úhlu.

Vztah mezi zenitovou vzdáleností a úhlem výšky (hloubky) je jednoduchý, neboť podle obr. 77 platí

$$z = 90° - \alpha, \qquad \alpha = 90° - z,$$
$$z' = 90° - \beta, \qquad \beta = -(90° - z'),$$

kde z a z' jsou zenitové vzdálenosti, α výškový a β hloubkový úhel.



Obr. 77. Měření svislých úhlů.

Na rozdíl od vodorovného limbu, který je při měření úhlů nehybný a s alhidádou se otáčejí odčítací pomůcky, je tomu u výškového kruhu opačně. Odčítací pomůcky jsou pevné a výškový kruh se otáčí současně s dalekohledem.

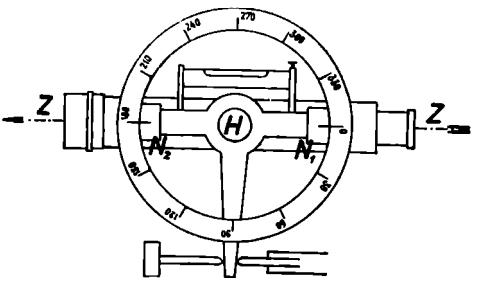
Výškový kruh je na otáčecí ose dalekohledu nasazen tak, aby u strojů k měření výškových úhlů ukazovaly nuly odčítacích pomůcek v základní poloze — v níž je dalekohled přesně vodorovně urovnán — na 0°—0° nebo 0°—180° (200^g) a u strojů k měření zenitových vzdáleností na 90°—270° (100^g—300^g).

Uvažujme stroj k měření výškových úhlů s pravosměrným číslováním, jak ukazuje obr. 78a. Průměr 0°—180° se ztotožňuje se směrem záměrné přímky Z — Z a spojnice nul odčítacích pomůcek, jdoucí středem kruhu, je vodorovná. Při vodorovné poloze dalekohledu ukazuje nula I. odčítací pomůcky 0°. Při zaměření, pod úhlem hloubky je okulár zvednut a čtení vzrůstá, takže se čtou údaje hloubkových úhlů přímo a značí se zápornými znaménky — kdežto výškové úhly se doplňují na 360°.

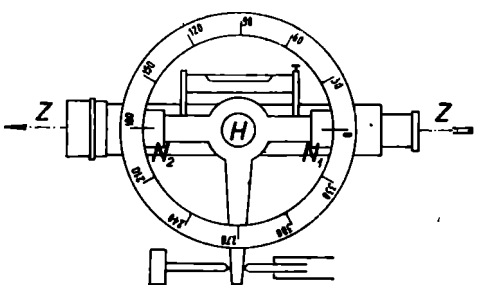
Není-li nula odčítací pomůcky v základní poloze přesně proti nule na limbu, má stroj indexovou chybu. Tuto chybu lze vyloučit tím, že se měří v obou polohách dalekohledu. Je-li indexová chyba příliš veliká, odstraní se přesazením kruhu nebo posunem odčítacích pomůcek. Při měření úhlů v jedné poloze dalekohledu musí být indexová chyba velmi pečlivě odstraněna.

Označíme-li čtení na I. odčítací pomůcce v prvé poloze dalekohledu — při přesně urovnaném stroji — O_1 a v druhé poloze O_2, je správná hodnota výškového (hloubkového) úhlu dána výrazem:

$$\alpha = \frac{O_2 + (180° - O_1)}{2} = 90° - \frac{O_1 - O_2}{2}$$



a)



b)

Obr. 78. Umístění indexové libely na indexovém rameni a číslování kruhů.

a poněvadž zenitová vzdálenost je doplňkem na 90°, platí

$$z = \frac{O_1 + (360° - O_2)}{2} = \frac{O_1 - O_2}{2}$$

a velikost indexové chyby je dána výrazem

$$i = \frac{540° - (O_1 + O_2)}{2} = (180° + \alpha) - O_2.$$

Kontrolou obou čtení i stroje, zda má indexovou chybu, je součet

$$O_1 + O_2 = 540°.$$

I když je indexová chyba v mezích možnosti odstraněna, bude součet obou čtení se lišit od 540° o malou hodnotu vlivem zbytků chyb. Stroj pokládáme za správně seřízený, když odchylka od 540° nepřesahuje asi 10″.

Při levosměrném číslování výškového kruhu (obr. 78b) se užijí výrazy:

$$z = \frac{O_2 - O_1}{2}, \quad \alpha = 90° - \frac{O_2 - O_1}{2}, \quad O_1 + O_2 = 180°,$$

$$i = \frac{O_1 + O_2 - 180°}{2}.$$

U strojů k měření zenitových vzdáleností se užije výrazů:

a) u pravosměrně číslovaných

$$z = \frac{O_1 + (360° - O_2)}{2} = \frac{O_1 - O_2}{2},$$

$$\alpha = \frac{O_2 - O_1}{2} - 90°, \quad i = \frac{(O_1 + O_2) - 360°}{2} = O_2 - (360° - z).$$

$$O_1 + O_2 = 360°.$$

b) u levosměrně číslovaných

$$z = \frac{O_2 - O_1}{2}, \quad \alpha = 90° - z = 90° - \frac{O_2 - O_1}{2},$$

$$i = \frac{O_1 + O_2 - 360°}{2}, \quad O_1 + O_2 = 360°.$$

Podobně se odvodí vzorce pro jiné dělení a číslování svislého kruhu.

Při přesném měření svislých úhlů musí být stroj dobře urovnán, aby vliv z neurovnání svislé otáčecí osy alhidády byl nejmenší a k vyloučení zbytků již neodstranitelných chyb se měří v obou polohách dalekohledu. U strojů opatřených indexovou libelou se vždy po zaměření na bod a před čtením úhlu urovná indexová libela. Indexová libela musí být velmi citlivá a dobře rektifikována. Umístěna je na rameni nesoucím obě odčítací pomůcky.

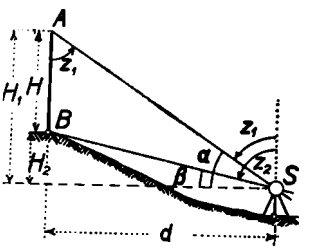
Po urovnání stroje na stanovisku se zaměří na bod, nato se indexová libela urovná a odečtou se úhlové údaje podle obou odčítacích pomůcek. Dalekohled se proloží, zaměří se znovu na bod, urovná se indexová libela a odečtou se úhlové údaje. Napřed se čte úhlový údaj podle I., pak podle II. odčítací pomůcky. Neškodí, když po urovnání indexové libely zkontrolujeme zaměření na bod.

Nemá-li stroj indexové libely, užije se při měření úhlů jedna z alhidádových libel, která se vždy otočí do směru zaměřovaného bodu. Po hrubém zaměření na bod se urovná alhidádová libela stavěcím šroubem a znovu se zaměří na bod, nyní přesně jemným šroubem svislé ustanovky. Obě odčítací pomůcky se nato odečtou. Podobně se postupuje v druhé poloze dalekohledu.

Při měření úhlů na několik bodů téhož svislého předmětu, zaměřuje se postupně na všechny body v prvé poloze dalekohledu a pak v druhé poloze. Přitom se měří zdola nahoru nebo obráceně.

Měří-li se výškové úhly na řadu bodů v různých směrech, ku př. na trigonometrické body, zaměřuje se na týž bod hned v obou polohách dalekohledu po sobě. Výškové úhly se tudíž měří v každé svislé rovině samostatně.

Jak se provádí seřizování svislého kruhu, je nutno odkázati na odbornou literaturu.



Obr. 79. Stanovení výšky svislého předmětu.

Určení výšky svislého předmětu (obr. 79). K určení výšky věže nebo pyramidy na trigonometrickém bodě se postaví úhloměrný stroj ve vhodné vzdálenosti na bodě S. Po urovnání stroje se zaměří na vrchol věže A a na její patu B v obou polohách dalekohledu. Tak se změří úhly α a β. Vzdálenost d stanoviska S od paty věže B se přímo změří.

Není-li pata věže přístupná, zvolí se pomocná základna procházející bodem S tak, aby oba body základny byly přibližně stejně vzdáleny od paty věže. V obou bodech základny se změří vodorovné úhly a délka základny. Sinovou větou se stanoví délka d.

Z obr. 79 plyne

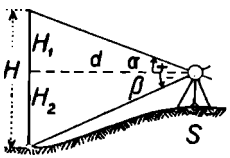
$$H = H_1 - H_2 = d\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta). \qquad (1)$$

Nahrazením tangenty sinem a kosinem obdržíme po úpravě vzorec vhodný pro logaritmický výpočet

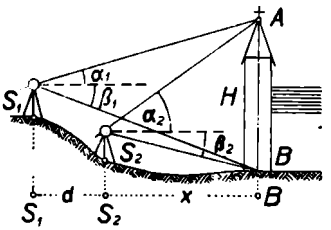
$$H = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}. \qquad (2)$$

Jsou-li měřeny zenitové vzdálenosti, užije se výrazů

$$H = d(\operatorname{cotg} z_1 - \operatorname{cotg} z_2) = d \frac{\sin(z_2 - z_1)}{\sin z_1 . \sin z_2}. \qquad (3)$$



Obr. 80. Jiný případ stanovení výšky předmětu.



Obr. 81. Stanovení výšky předmětu s nepřístupnou patou.

V případě, kdy je měřen jeden úhel výškový a druhý hloubkový, jak ukazuje obr. 80, užije se těchže vzorců. Do výrazu (1) nebo (2) se dosadí hloubkový úhel se záporným znaménkem.

Může se stát, že není možno zvoliti vhodnou pomocnou základnu k určení délky d, jako je tomu v úzké ulici (obr. 81). Zvolí se dvě stanoviska ve svislé rovině, procházející vrcholem věže. Stroj se postaví nejdříve v bodě S_1, kde se změří výškové úhly α_1 a β_1. Nato se vytyčí bod S_2 ve směru S_1A a stroj se přenese na tento bod. Změří se úhly α_2 a β_2, jakož i vzdálenost obou stanovisek $\overline{S_1S_2} = d$. Délku $\overline{BS_2}$ označme x.

Z hodnot měřených na stanovisku S_2 obdržíme

$$H = x \frac{\sin(\alpha_2 + \beta_2)}{\cos \alpha_2 \cos \beta_2} = x \,.\, p,$$

$$\text{kde } p = \frac{\sin(\alpha_2 + \beta_2)}{\cos \alpha_2 \cos \beta_2}$$

a z hodnot měřených na stanovisku S_1

$$H = (x + d) \frac{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}{\cos \alpha_1 \cos \beta_1} = (x + d) \,.\, q,$$

$$\text{kde } q = \frac{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}{\cos \alpha_1 \cos \beta_1}$$

čili

$$H = x \,.\, p = (x + d) \,.\, q = x \,.\, q + d \,.\, q$$

a z toho

$$x = \frac{d \,.\, q}{p - q}$$

a

$$H = x \,.\, p = (x + d) \,.\, q = d \frac{p \,.\, q}{p - q}. \qquad (4)$$

Když nelze zaměřit na patu věže pro překážky, zaměří se na vhodně zvolený bod na věžní zdi, jehož výšku nad patou věže přímo změříme pásmem.

Určení výškového rozdílu mezi dvěma libovolnými body. Řešení 1 (obr. 82). Určiti je výškový rozdíl mezi body A a B, je-li v bodě A postavena tyč o známé délce h. Na stanovisku B byly změřeny svislé úhly na vrchol a na patu tyče a výška úhloměrného stroje v, čili výška vodorovné točné osy dalekohledu nad bodem B.

Z obrazce je patrno, že

$$d = H \,.\, \operatorname{cotg} \alpha = (H + h) \,.\, \operatorname{cotg} \beta$$

čili

$$H\,(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta) = h\,.\,\operatorname{cotg}\beta,$$

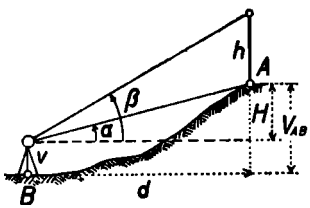
z toho

$$H = h\,\frac{\operatorname{cotg}\beta}{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta} = h\,\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\beta-\alpha)}.$$

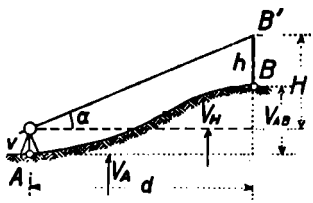
Výškový rozdíl mezi oběma body se rovná

$$V_{AB} = H + v.$$

Řešení 2 (obr. 83). Je určiti výškový rozdíl mezi body A a B, bylo-li úhloměrným strojem zaměřeno jen na vrchol



Obr. 82. Stanovení výškového rozdílu z výšky svislého předmětu.



Obr. 83. Stanovení výškového rozdílu dvou bodů.

signálu B', při čemž úhel α byl změřen v obou polohách dalekohledu. — Vodorovná vzdálenost $d = \overline{AB}$ je dána, nebo se vypočte ze souřadnic bodů A a B, případně se určí nepřímo z měřené pomocné základny. — Nad bodem B má signál výšku h.

Podle obrazce plyne:

$$V_{AB} = H + v - h, \text{ kde } H = d\,.\,\operatorname{tg}\alpha,$$

tudíž

$$V_{AB} = d\,.\,\operatorname{tg}\alpha + v - h.$$

Je-li dána nadmořská výška V_A bodu A, bude nadmořská výška bodu B

$$V_B = V_A + V_{AB} = V_A + d\,.\,\operatorname{tg}\alpha + v - h.$$

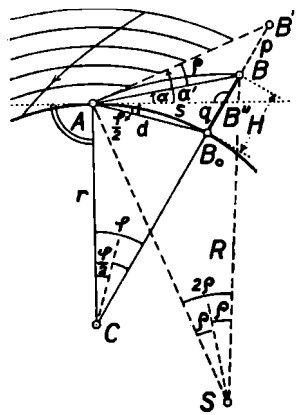
Nadmořská výška horizontu stroje je

$$V_H = V_A + v$$

a vzhledem k ní výška bodu B se rovná

$$V_B = V_H + H - h = V_H + d \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha - h.$$

Výpočet výšek vzhledem k zemskému zakřivení a refrakci (obr. 84). V předchozích případech byla uvažována vzdálenost d krátká a tím nebylo nutno činiti rozdíl mezi skutečným a zdánlivým horizontem, rovněž dbáti dráhy světelných paprsků zemským ovzduším. Jsou-li dva body od sebe vzdáleny 1 km, činí vliv refrakce a rozdílu mezi oběma horizonty 0,07 m, kdežto pro vzdálenost 5 km činí již 1,70 m. Nelze proto pro větší vzdálenosti zanedbávat vliv refrakce a zemského zakřivení.



Obr. 84. Vliv zemského zakřivení a atmosférické refrakce na určení výšek.

Vliv zemského zakřivení se projevuje v rozdílu mezi skutečným a zdánlivým horizontem. Ponevadž se výškový úhel měří od roviny zdánlivého horizontu, nepočítá se výškový rozdíl B_0B od pravého, nýbrž rozdíl $B''B$ od zdánlivého horizontu. Rozdíl B_0B'' je odchylkou, o kterou se musí vypočtený výškový rozdíl opraviti. Vzdálenosti s, měřené na zemském povrchu, jsou vzhledem k zemskému poloměru r malé a proto lze klásti délku oblouku s rovnou délce tětivy d a též délce AB'' v rovině zdánlivého horizontu, takže

$$\overset{\frown}{AB_0} \doteq \overline{AB_0} \doteq \overline{AB''} = d.$$

Rozdíl mezi skutečným a zdánlivým horizontem se vypočte ze vzorce

$$q = B_0B'' = d \cdot \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = d \cdot \frac{\varphi}{2}, \text{ kde } \varphi = \frac{d}{r},$$

čili

$$q = \frac{d^2}{2r}. \tag{1}$$

Pro výpočet výškového rozdílu považujeme $\triangle AB''B$ za pravoúhlý, neboť úhel u B'' se liší od pravého při malých vzdálenostech jen o několik málo minut.

Vlivem plynule ubývající hustoty vzduchu od země probíhá světelný paprsek ovzduším v oblouku, který je velmi plochý a vydutou stranou je obrácen k zemi. Světelný paprsek vycházející z bodu B dopadá obloukovitě do bodu A, kde pozorovatel vidí bod B ve směru tečny k poslední obloukové částici a promítá jej proto do bodu B'. Úhloměrným strojem se neměří výškový úhel α, nýbrž α', který je větší o malý úhel ϱ, zvaný refrakční úhel. Vlivem refrakce se nepočítá tudíž výškový rozdíl $B''B$, nýbrž $B''B'$, který je větší o hodnotu BB'.

K výpočtu refrakční odchylky BB' lze užíti též prvků nepatrně se lišících od skutečných hodnot. Vzhledem k délce zemského poloměru r a výšce bodu B nad bodem A lze považovati též oblouk $\overset{\frown}{AB}$ rovný oblouku $\overset{\frown}{AB_0} = d$. Oblouk $\overset{\frown}{AB}$ lze považovati za kruhový oblouk o poloměru R a přísluší mu středový úhel 2ϱ. Z obrazce plyne

$$d = r \cdot \varphi = R \cdot 2\varrho, \tag{2}$$

odkud

$$\varrho = \frac{r}{R} \cdot \frac{\varphi}{2} = k \cdot \frac{\varphi}{2}. \tag{3}$$

Veličina $k = \frac{r}{R}$ je refrakčním součinitelem. Z rovnice (1)

plyne $\varphi = \frac{d}{r}$ a po dosazení do rovnice (3) obdržíme

$$\varrho = k\frac{d}{2r} \text{ nebo } \varrho'' = 206\,265 \,.\, k \,.\, \frac{d}{2r}. \tag{4}$$

O refrakční úhel se zmenší výškový úhel nebo zvětší zenitová vzdálenost. Odchylka $\overline{BB'} = p$ je prakticky velmi malá a vypočte se s dostatečnou přesností z přibližného vzorce

$$p = \overline{BB'} = d \,.\, \varrho = k\frac{d^2}{2r}. \tag{5}$$

Atmosférická refrakce se stále mění a velikost jejího vlivu závisí na nadmořské výšce, geografické poloze krajiny, na porostu povrchu, na teplotě a vlhkosti vzduchu. Refrakce se mění i během dne a pro naše krajiny bylo zjištěno, že refrakční součinitel k kolísá od 0,08 do 0,18. Pro výpočty se užívá střední hodnoty 0,13, z níž plyne $R = 8r$.

Někdy dosahuje refrakce mimořádné velikosti a dokonce i záporných hodnot. Stává se, že předmět zakrytý překážkami (horou) je viditelný.

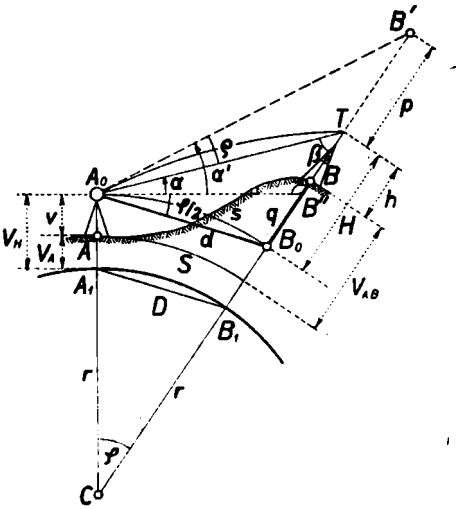
Jak plyne z obrazce, připočítává se odchylka plynoucí z rozdílu obou horizontů a odečítá se refrakční odchylka. Oba vzorce (1) a (5) se dají spojiti a nahraditi jedním

$$q - p = \frac{d^2}{2r} - k\frac{d^2}{2r} = \frac{1-k}{2r}\,d^2. \tag{6}$$

Odvození vzorců pro výpočet výškových rozdílů. Pro výpočet výškových rozdílů se dají odvodit různé vzorce, přibližné i přesné, podle toho, pro jakou vzdálenost se výškový rozdíl určuje nebo zda se přihlíží k nadmořským výškám bodů. Do vzdálenosti asi 5 km se lze spokojiti s výpočty podle přibližných vzorců, kdežto pro větší vzdálenosti se musí přihlížeti jak k nadmořským výškám bodů, tak k jejich vzdálenosti, počítané buď jako tětiva nebo délka oblouku. Přitom se bere ohled na sbíhavost tížnic.

Odvození vzorce pro kratší vzdálenosti (obr. 85). Na stanovisku A byl změřen výškový úhel α' na vrchol T pyramidy, postavené nad bodem B. Výška stroje je $v = \overline{AA_0}$ a výška pyramidy $h = \overline{BT}$. Podle obrazce je výškový rozdíl mezi body A a B dán výrazem

$$V_{AB} = \overline{B_0B''} + \overline{B''B'} - \overline{B'T} - h + v. \qquad (7)$$



Obr. 85. Určení výškového rozdílu dvou bodů se zřetelem k zakřivení a refrakci.

Výraz $\overline{B_0B''} = q = \frac{d^2}{2r}$ byl již odvozen jako rovnice (1).

Druhý člen $B''B'$ se vypočte z $\triangle A_0B''B'$, který považujeme za pravoúhlý. V trojúhelníku známe odvěsnu $\overline{A_0B''} \doteq \overline{A_0B_0} \doteq d$ a měřený úhel α'. (Délka d se vypočte buď ze souřadnic

obou bodů nebo se odměří na mapě nebo na plánu, případně se určí nepřímo z pomocné základny.) Tak obdržíme

$$\overline{B''B'} = d \,.\, \operatorname{tg} \alpha'.$$

Třetí člen byl odvozen jako refrakční odchylka v rovnici (5), takže

$$p = \overline{B'T} = d\varrho = k \frac{d^2}{2r}.$$

Po dosazení do rovnice (7) obdržíme

$$V_{AB} = \frac{d^2}{2r} + d \,.\, \operatorname{tg} \alpha' - k \frac{d^2}{2r} - h + v \qquad (8)$$

nebo po sloučení prvého a třetího členu

$$V_{AB} = d \,.\, \operatorname{tg} \alpha' + \frac{1 - k}{2r} d^2 - h + v. \qquad (9)$$

Je-li α' hloubkovým úhlem, zůstává vzorec (8) a (9) nezměněn a úhel se do vzorců dosadí se záporným znaménkem. Člen $d \,.\, \operatorname{tg} \alpha'$ je svojí velikostí největší a proto udává znaménko celého výrazu.

Při počítání se zenitovými vzdálenostmi odpadá rozlišování znamének a vzorec má tvar

$$V_{AB} = d \,.\, \operatorname{cotg} z' + \frac{1 - k}{2r} d^2 - h + v, \qquad (10)$$

kde z' je přímo měřená zenitová vzdálenost.

Je-li výška bodu A dána, vypočte se výška bodu B

$$V_B = V_A + V_{AB} \qquad (11)$$

a kdyby byla dána výška bodu B, vypočte se výška bodu A

$$V_A = V_B - V_{AB}. \qquad (11')$$

Jsou-li nadmořské výšky obou bodů značně různé, měl by se výpočet provést na kouli o poloměru

$$r' = r + \frac{V_A + V_B}{2} = r\left(1 + \frac{V_A + V_B}{2}\right),$$

kde $r = 6380$ km pro území Čech a Moravy. Se zřetelem k poloměru r' se pozmění výrazy (9) a (10), kde člen $d \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha'$ se násobí výrazem pro r' a místo d se užije k výpočtu opravného členu správnější hodnoty

$$\frac{d}{\cos\alpha'} \text{ nebo } \frac{d}{\sin z'},$$

tak obdržíme výrazy

$$V_B = V_A + \left(1 + \frac{V_A + V_B}{2r}\right) d \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha' + \\ + \frac{1 - k}{2r} \cdot \frac{d^2}{\cos^2\alpha} - h + v, \qquad (12)$$

$$V_B = V_A + \left(1 + \frac{V_A + V_B}{2r}\right) d \,.\, \mathrm{cotg}\, z' + \\ + \frac{1 - k}{2r} \cdot \frac{d^2}{\sin^2 z'} - h + v. \qquad (13)$$

Tam, kde jde o malé nadmořské výšky, není třeba přihlížeti k opravě vlivem nadmořských výšek.

Odvození přesnějšího vzorce (obr. 85). Nepřihlížejíce k nadmořským výškám bodů, lze odvoditi pro výpočet výškových rozdílů vzorec takto: V $\triangle A_0B_0T$ položme $\widehat{s} = \widehat{A_0B_0} = d = \overline{A_0B_0}$. Úhel ve vrcholu A_0 je $T\widehat{A_0}B_0 = \alpha + \frac{1}{2}\varphi$ a úhel ve vrcholu T označme β. Úhel β se vypočte z $\triangle A_0TC$:

$$\beta = 180° - (\varphi + 90° + \alpha) = 90° - (\alpha + \varphi),$$

kde

$$\varphi = \frac{d}{r}, \quad \text{čili} \quad \varphi'' = 206\,265\,\frac{d}{r}.$$

Podle sinové věty platí

$$\frac{H}{d} = \frac{\sin(\alpha + \frac{1}{2}\varphi)}{\sin\beta} \tag{14}$$

a po dosazení za β a po úpravě obdržíme

$$H = d\,\frac{\sin(\alpha + \frac{1}{2}\varphi)}{\cos(\alpha + \varphi)}. \tag{15}$$

Úhel $\alpha = \alpha' - \varrho$, kde α' je měřený výškový úhel a refrakční úhel se vypočte z rovnice

$$\varrho'' = 206\,265k\,.\,\frac{d}{2r}$$

a pro $k = 0{,}13$ se vzorce změní na

$$\varrho'' = \frac{206\,265\,.\,0{,}13}{2r}\,.\,d = 2{,}1014''\,.\,d_{\mathrm{km}}, \tag{16}$$

kde za r a d se dosadí délka v kilometrech.

Nadmořská výška bodu B bude dána výrazem

$$V_B = V_A + v + H - h = V_H + H - h. \tag{17}$$

Přihlížíme-li k nadmořské výšce bodu A_0, v jehož pravém horizontu je třeba znáti délku $d \doteq s = A_0B_0$, vypočteme ji z délky jejího průmětu $D \doteq S$ v zobrazovací ploše, v níž je délka D stanovena ze souřadnic bodů A a B.

Vzdálenost d v ploše pravého horizontu bodu A_0 se vypočte z výrazu

$$d = D\,\frac{r + V_A + v}{r} = D\,\frac{r + V_H}{r} = D\left(1 + \frac{V_H}{r}\right) \tag{18}$$

a po dosazení do vzorce (15) obdržíme výraz

$$H = D\left(1 + \frac{V_H}{r}\right) \cdot \frac{\sin(\alpha + \frac{1}{2}\varphi)}{\cos(\alpha + \varphi)}. \qquad (19)$$

Týž početní úkon, provedený vzhledem k měřickým údajům získaným na bodě A, lze provésti se zřetelem k měřickým údajům získaným na bodě B, čili když se zaměřuje s bodu na bod oboustranně. Tak lze získati dvě hodnoty pro výškový rozdíl, které musí být shodné až na odchylku zaviněnou nevyhnutelnými chybami. Oba výsledky musí být ovšem opačného znamení. Stoupá-li území od bodu A směrem k bodu B, musí od bodu B k bodu A klesat. Z obou číselných hodnot se užije aritmetický průměr za správnou hodnotu výškového rozdílu.

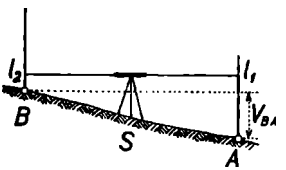
Trigonometrické měření výšek se u nás nejvíce užívá k určování výšek trigonometrických bodů a bodů určovaných protínáním, takže vzdálenosti bodů se vypočtou ze souřadnic. Měření výškových úhlů se koná na stanovisku hned po skončeném měření vodorovných úhlů, případně též před ním. Podle měřických předpisů se koná výškové měření teprve při podrobné triangulaci, kde průměrná vzdálenost bodů činí 2 km a u bodů přechodných (ze sítě vyššího řádu do nižšího) 3 i 4 km. Vzhledem k těmto okolnostem lze užívat k výpočtu výškových rozdílů jen přibližného vzorce (9) nebo (10).

Jak se uplatňuje vliv refrakce a zemského zakřivení budiž uvedeno. že na vzdálenost 5 km činí rozdíl horizontů 1,96 m a refrakční oprava 0,25 m, dohromady 1,71 m. Na vzdálenost 1 km činí oprava horizontů 7,8 cm a refrakční oprava 1,0 cm, dohromady 6,8 cm. Velikosti oprav značně rostou pro větší vzdálenosti.

Se zřetelem k stále se měnícímu refrakčnímu součiniteli lze provésti výpočet přesněji z oboustranně měřených zenitových vzdáleností. Jak se provádí převádění měřených zenitových vzdáleností (excentricky měřených) na záměrné body (středy) a jak se z měření stanoví refrakční součinitel, je nutno odkázati na odbornou literaturu.

7,4. Nivelace. Nejpřesnějším způsobem měření výšek je nivelace, při níž se určují výškové rozdíly dvou bodů podle vodorovných záměr na svislých měřítkách. Za svislá měřítka se volí obyčejné nebo přesné nivelační latě. U nivelačních strojů je záměrou vodorovná osa dalekohledu, urovnaná podle libely. Pracovní postup je jednoduchý při hrubé nivelaci a nejobtížnější při provádění přesné nivelace.

Základ nivelace (obr. 86). Při určování výškového rozdílu dvou bodů se postaví nivelační stroj nad bodem S asi uprostřed nivelované délky AB a urovná se. Při vodorovně urovnaném dalekohledu se zaměří na lať, postavenou na bodě A a odečte se latový úsek l_1. Nato se lať přenese na bod B a po zaměření při urovnaném dalekohledu se na ni odečte úsek l_2. Rozdíl obou čtení je hledaným výškovým rozdílem. Podle obrazce je



Obr. 86. Určení výškového rozdílu nivelací.

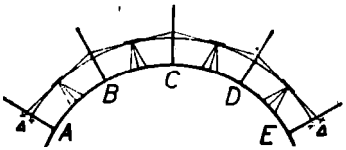
$$V_{BA} = l_1 - l_2.$$

Je-li vzdálenost AB veliká, nevystačí se s jedním stanoviskem stroje, nýbrž se vzdálenost AB rozdělí na několik úseků a stroj i lať se postupně přestavují. Podobně je tomu, je-li na krátkou vzdálenost značný výškový rozdíl, takže se nevystačí s délkou latě.

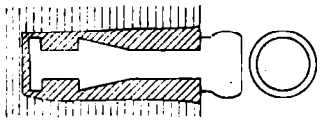
Lať se urovnává při každé přestavě do svislé polohy podle olovnice zavěšené na lati nebo podle upevněné krabicové libely.

Záměrná osa dalekohledu vyplňuje při otáčení kolem svislé osy horizont stroje, který se ztotožňuje se zdánlivým horizontem. Poněvadž se zdánlivý horizont liší od pravého, čtou se na lati větší úseky o hodnotu Δ než by udával pravý ho-

rizont (obr. 87). Volí-li se na stanovisku stejně dlouhé záměry, jsou všechna čtení zatížena toutéž chybou, avšak výškový rozdíl je této chyby zbaven. Při stejně dlouhých záměrách se nivelace nejlépe přimyká ke kulovému tvaru země. Kromě toho má stejná délka záměr kolem stanoviska tu výhodu, že stačí zaostřiti dalekohled na lať pouze na prvém bodě a na



Obr. 87. Vliv zemského zakřivení na stanovení výšek nivelací.



Obr. 88. Čepová značka nivelační.

ostatní body se zaměřuje v téže poloze okuláru. Tím se předchází chybě vznikající z nepřímočarého pohybu okuláru při zaostřování čili ze změny optické osy.

Délky záměr se volí do 50 m a pouze výjimečně lze užít záměr delších. Délka záměry závisí na nerovnosti území, délce latě, viditelnosti a zvětšení dalekohledu.

Osazení výškových bodů (obr. 88). Body, mezi nimiž se provádí nivelace, musí být osazeny, aby mohly sloužit za východiska pro další výškové měření. Pro přesnou nivelaci se dnes užívá litinových značek čepového tvaru, zapuštěných do pevného zdiva domů, ohrad a pod. v přiměřené výšce nad zemí. Nivelačních značek je mnoho druhů. Značky zasazované do zdiva, se svojí délkou zapouštějí do vysekaného otvoru ve zdi nebo ve skále a upevňují se cementem tak, aby vyčnívala ven jen hlava značky, jejíž nejvyšší místo je vlastním výškovým bodem.

V polích se osazují méně důležité body kameny, do jejichž vrchní opracované plochy se zapustí hřeb s větší polokulo-

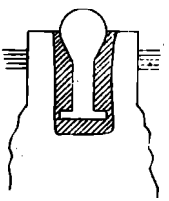
vitou hlavou (obr. 89), nebo čepová značka, jejíž vrchol je výškovým bodem. Dnes se používá hojně čepových značek zapuštěných šikmo do boku kamene nebo skály.

Dříve se užívalo roubíkových a hranolových značek, k nimž byla upevněna destička s udáním nadmořské výšky. Dosud jsou takové body na nádražních budovách.

Seznam osazených bodů a jejich výšky vede v patrnosti nivelační oddělení Zeměměřického úřadu v Praze.

Za podružnější body se užijí opracované plochy kamenů, trigonometrických, polygonových bodů, můstků atd.

Každé výškové měření musí být připojeno na výškové body, jichž popis a výšky dodá Zeměměřický úřad za poplatek. Pouze tam, kde dosud není vybudována výšková síť, volí se výška počátečního bodu libovolně, nejlépe zaokrouhlená na desítku nebo stovku metrů.



Obr. 89.

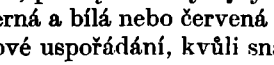
Obr. 90.

Obr. 91.

Obr. 89. Hřebová značka nivelační.
Obr. 90. Část obyčejné latě nivelační s podložkou.
Obr. 91. Část nivelační latě se šachovnicovým dělením.

Nivelační latě (obr. 90 a 91). K nivelaci se užívají latě 3 nebo 4 m dlouhé a 8 až 12 cm široké. Vyrábějí se z dobře vyschlého dřeva. Napouštějí se olejem a chrání se nátěrem proti vlhkosti. Průřez latě se volí tak, aby zaručoval dostatečnou tuhost proti kroucení a zkrácení stupnice průhybem

(obr. 92). Jednoduché latě jsou vyztuženy žebrem po celé délce. Obyčejné latě nivelační mají centimetrové dělení po celé délce, kdežto latě pro přesnou nivelaci mají též dělení po půlcentimetrech a dílky jsou vyznačeny čárkami. U mnohých latí, přesných i obyčejných, se jednotlivé dílky střídají jako černá a bílá nebo červená a bílá políčka nebo tvoří šachovnicové uspořádání, kvůli snazšímu odčítání v bílém poli podle černé nitě v okuláru. Na stupnici je očíslován každý decimetr a u mnohých latí je každý decimetr označen ještě jiným barevným pruhem při okraji latě.



Obr. 92. Průřezy nivelačními latěmi.

Číslování musí být zřetelné a viditelné na větší dálku. Poněvadž obraz latě je v dalekohledu vidět obráceně, jsou na mnohých latích vyznačeny číslice obráceně, aby se v dalekohledu jevily vzpřímeně. Přesné nivelační latě jsou vyráběny též se dvěma stupnicemi, z nichž každá je na jedné straně latě (otočná lať) nebo obě stupnice jsou na téže straně vedle sebe. Přitom jsou počátky dělení obou stupnic tak posunuty, aby součet odečtení obou stupnic dával určité vhodné číslo pro kontrolu čtení.

Laťová stupnice musí být vyznačena velmi přesně a při výrobě se dbá toho, aby délka laťového metru byla naprosto přesná. Nepřesnost ve vyznačení centimetrového dílku uvnitř laťového metru do 0,1 mm, není přesnosti měření na závadu.

Některé latě pro přesnou nivelaci mají na rozhraní celých metrů zapuštěnu malou kovovou vložku s jemnými značkami, jejichž vzdálenost se během polního měření občas zjišťuje kontrolními metry nebo invarovým měřítkem.

Oba konce latí jsou okovány ocelovými botkami. Někdy bývá dolní botka opatřena důlkem nebo násadcem s důlkem, jímž se staví lať na podložku s výstupkem, aby se nesmekala. Důlek i výstupek musí být udržovány v čistotě. Obyčejné

latě mají spodní botku s rovnou plochou, jež je současně počátkem stupnice, kdežto u přesných latí bývá často nula stupnice odsazena buď nad nebo pod spodní okraj latě. Tato okolnost není při přesné nivelaci na závadu.

Délka přesných latí bývá 3 m a jsou vyráběny z jediného kusu. Obyčejné latě jsou povětšině 4 m dlouhé a vyrábějí se jako

a) rozkládací, složené ze čtyř jednometrových kusů se zasouvacími klínky,

b) zásuvné, složené ze tří nebo čtyř dutých částí do sebe zásuvných,

c) sklopné, složené ze dvou částí spojených kloubem.

Sklopné latě jsou nejpohodlnější a nejvíce užívané. Obě části latě se dají k sobě sklopit a tím je stupnice chráněna proti poškození.

V různých státech a zemích se užívají latě s různým provedením stupnice. Snahou konstruktérů bylo zvýšit přesnost v odčítání volbou různých tvarů centimetrových dílků a dosáhnouti neproměnnosti v délce stupnice. V poslední době se vyrábějí přesné nivelační latě s invarovou vložkou.

Obr. 93. Přesná nivelační lať.

Lať s invarovou vložkou (obr. 93). Lať má průřez písmene *U* a je na obou koncích okována. Spodní kovová botka je z tvrdé ocele a její spodní plocha je vybroušena do roviny kolmé k ose latě. Invarové pásmo 26 nebo 32 mm široké je 3 m dlouhé a vloženo do drážky v dřevěné lati, aniž se dotýká stěn latě. Pásmo je s dolní botkou pevně spojeno a zavěšeno v horní části na spirálové péro, které je napíná silou asi 20 kg. I když se vlivem vlhka změní délka latě, nepřenáší se vliv vlhkosti na pásmo, jehož součinitel roztažitosti činí asi desetinu roztažitosti ocele.

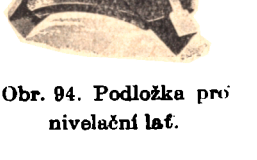
Invarové pásmo má dvě čárkové stupnice posunuté proti sobě asi o dva a půl centimetru. Obě stupnice jsou půlcentimetrové. Dělení je provedeno s největší přesností a síla čárek je 1 mm. Označení decimetrů a jejich číslování je provedeno po obou stranách na dřevě. Za jednotku očíslovací je zvolena délka půldecimetru, takže lať 3 m

dlouhá má na jedné stupnici číslování půldecimetrů od 0 do 59 a na druhé od 60 do 119. Obě stupnice mají počátek dělení dole a rozdíl nul nebo čtení obnáší stálou hodnotu 592,5 půlcentimetrů.

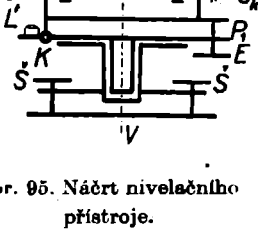
Na zadní straně má lať dvě sklopná držadla a snímatelnou krabicovou libelu. Na spodní botce je upevněn násadec s důlkem. K lati se upevňují vzpěry, které během měření udržují lať ve svislé poloze, urovnané podle krabicové libely.

Měřické výsledky se musí dělit dvěma, aby se získaly správné hodnoty.

Podložky (obr. 90 a 94). Lať se nesmí při přesné nivelaci sta-



Obr. 94. Podložka pro nivelační lať.



Obr. 95. Náčrt nivelačního přístroje.

vět na zem a proto se užívá litinových podložek, jež jsou na spodu opatřeny třemi hroty, jimiž se podložka zarazí pevně do země. Ve svrchní části má podložka jeden nebo dva výstupky, na něž se staví lať důlkem.

Nivelační přístroje (obr. 95). Podstatné části nivelačních strojů tvoří dalekohled, nivelační libela a otáčivá podložka. Podložka se otáčí s dalekohledem kolem svislého čepu, jehož ložisko spočívá ve válci s třínožkou. U menších strojů přechází čep v kulovité tělísko, uložené v kulovém ložisku. Stavěcími šrouby se podložka urovná. Stroj je opatřen ustanovkou s drobnoměrným šroubem.

Dnes je užíváno mnoho druhů nivelačních strojů a každá továrna na geodetické stroje vyrábí je v několika provedeních. Stroje se mezi sebou liší výkonností, velikostí a různou úpravou podrobností. Dalekohled mívá zvětšení 10 až 40násobné. Nitkový kříž bývá jednoduchý a jen u strojů, sloužících též k určování délek záměr, je složen

ze svislé a tří vodorovných nití. U některých strojů pro přesnou nivelaci je pravá polovina střední vodorovné nitě nahrazena niťovým klínkem. Citlivost libel se volí od 5 do 60″.

Podle toho, jak je dalekohled spojen s podložkou, lze nivelační stroje zařaditi do pěti skupin:

1. stroje, kde dalekohled je pevný a pevně spojen s libelou na dalekohledu nebo na podložce;
2. stroje, u nichž je dalekohled volný nebo překladný a jednoosá libela je pevně spojena s dalekohledem;
3. stroje, kde dalekohled je volný a jednoosá libela je pevně spojena s podložkou;
4. stroje, u nichž dalekohled je volný a libela sázecí;
5. stroje, u nichž je dalekohled volný nebo překladný a pevně spojen s libelou reversní (dvojosou).

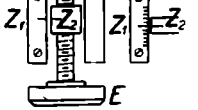
Každý z uvedených druhů může mít

a) elevační šroub a

b) podložku upravenou ve tvaru alhidády s děleným kruhem a vernierem.

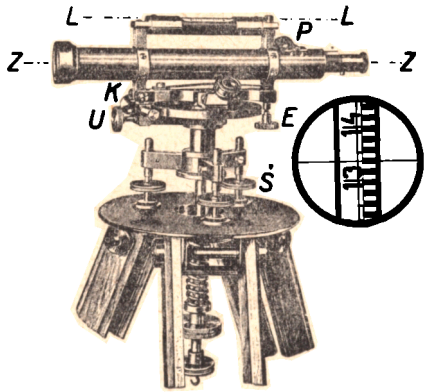
Rozdělení strojů na uvedené skupiny má význam pro měřický postup a seřizování strojů.

Elevační šroub (obr. 96). Při měření musí být dalekohled nivelačního stroje přesně urovnán do vodorovné polohy a toho se nedá vždy docílit stavěcími šrouby, nýbrž součástkou zvanou elevační šroub. Při každém zaměření na lať se nivelační libela přesně urovná elevačním šroubem. Není proto nutné urovnávati nivelační stroje, opatřené elevačním šroubem, přesně stavěcími šrouby, nýbrž k urychlení práce se stroj urovnává stavěcími šrouby podle méně citlivé libely na podložce a teprve po zaměření na lať se dalekohled dourovná podle nivelační libely elevačním šroubem. Má-li stroj pouze nivelační



Obr. 96. Elevační šroub.

libelu, urovná se stavěcími šrouby s přesností asi jednoho dílku na libele a po zaměření na lať se dourovná elevačním šroubem. Stroj, který nemá vůbec elevační šroub, musí se urovnat přesně stavěcími šrouby podle nivelační libely. U strojů bez elevačního šroubu musí být libela při otáčení dalekohledem stále urovnána a nedoporučuje se během měření stroj dodatečně dourovnávat stavěcími šrouby,



Obr. 97. Nivelační stroj Fričův.

neboť tím se mění výška stroje. Elevačního šroubu se využije zvláště u strojů, které mají kromě velmi citlivé libely nivelační ještě jednu trubkovou nebo křížovou libelu méně citlivou na podložce.

Obr. 97 představuje nivelační stroj firmy J. a J. Frič 1. skupiny, u něhož je dalekohled pevně spojen s libelou. Na třech stavěcích šroubech spočívá objímka s vodorovným kruhem, v níž je uložena osa podložky, se kterou je spojeno rameno s vernierem a dvě svislé vidlice pro pevné uložení dalekohledu. V názorném obrazci 95. značí *K* kloub, kolem

něhož lze otáčet elevačním šroubem E podložku P_1 s ložisky dalekohledu ve svislé rovině a tak dourovnat záměrnou přímku $Z - Z$ do vodorovné polohy. Tím se zdvihá nebo snižuje střed nitkového kříže, avšak výška stroje v kloubu zůstává stejná. V určité poloze elevačního šroubu je osa libely L kolmá k svislé otáčecí ose stroje $V - V$. Tato poloha se nazývá nulová čili normální a odpovídá jí poloha značek $z_1 - z_2$ na měřítku elevačního šroubu a směr šipky na hlavě šroubu E. Místo jedné značky může být na měřítku vyznačena stupnice, jejíž nulový dílek odpovídá normální poloze.

K běžné nivelaci se užívá nejvíce nivelačních strojů 1. skupiny. Jsou-li dobře seřízeny, lze jimi docíliti velmi dobrých výsledků. Skupina 2 a 3 není tak výhodná. Skupina 4 a 5 se užívá pro přesné nivelace. Úpravy nivelačních strojů se provádějí zvláště u strojů 1. skupiny a při vhodné úpravě se dají užít i pro přesné nivelace, čehož dokladem jsou nejnovější stroje Wildovy a Zeissovy. Proto se v dalším výkladu omezíme jen na stroje 1. skupiny.

Úprava a zkouška stroje před měřením. Nivelační stroj se urovnává stavěcími šrouby stejně, jako je tomu u theodolitů. Stroj se urovnává buď

a) podle jedné pomocné trubkové libely na podložce ve dvou polohách k sobě kolmých (nejdříve nad dvěma, pak nad třetím stavěcím šroubem) nebo

b) podle křížové libely postavené tak, že jedna libela je ve směru nad dvěma šrouby a druhá ve směru nad třetím stavěcím šroubem nebo

c) podle krabicové libely nebo

d) jen podle nivelační libely.

Urovnává-li se stroj podle nivelační libely, musí se elevační šroub napřed nastaviti do normální polohy (značka proti značce).

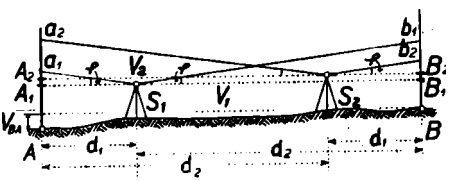
Před měřením se musí zaostřit nitkový kříž obdobně jako u theodolitů výtahem oční čočky. Při zaměření na lať se nesmí objeviti po zaostření paralaxa nitkového kříže. Zaměřuje se tak, aby svislá nit se dotýkala okraje stupnice na lati nebo

je-li stupnice uspořádána šachovnicově, procházela jejím středem. Před odečtením se musí libela přesně urovnat elevačním šroubem.

Při zkoušce nivelačního stroje musí

1. osa pomocné libely L' na podložce být kolmá k ose alhidády. $L' \perp V$,
2. vodorovné vlákno nitkového kříže H být kolmé k ose alhidády, $H \perp V$,
3. záměrná přímka Z být rovnoběžná s osou nivelační libely L, $Z \parallel L$.

Není-li pomocná libela na podložce, odpadne zkouška $L' \perp V$ a místo ní se zkouší



Obr. 98. Zkouška nivelačního přístroje.

4. zda je elevační šroub v nulové poloze, při níž je osa nivelační libely kolmá k ose alhidády (podložky) $L \perp V$.

Zkouška 1. podmínky se provede stejně jako u theodolitu. Libela se urovná napřed nad dvěma, pak nad třetím stavěcím šroubem. Nato se strojem otočí o 180° a objeví-li se v poloze bubliny odchylka, opraví se z poloviny stavěcím šroubem, z poloviny seřizovacím šroubkem libely. Zkouška se opakuje. Tuto zkoušku je dobře provésti až po přesném urovnání stroje podle nivelační libely.

Zkouška 2. podmínky se vykoná tím, že se zaměří na nějaký ostrý bod (roh centimetrového dílku na lati) a nato se jemným šroubem ustanovky otáčí dalekohledem kolem svislé osy. Nekryje-li vodorovná nit stále týž bod, musí se pootočiti clonkou nitkového kříže, případně celou okulárovou trubicí.

Zkouška 1. i 2. podmínky se musí opakovati, neboť příslušné posuny se dějí zkusmo odhadem.

Zkouška 3. podmínky se dá prováděti několika způsoby (obr. 98). Zde bude uveden pouze jeden z přesnějších způsobů. — V přibližně vodorovném území se zvolí dva body A a B, vzdálené od sebe asi

80 m, výškově dobře zajištěné buď litinovou podložkou nebo nivelačním hřebem a pod. Ve směru mezi nimi se zvolí 2 body S_1 a S_2, při čemž $AS_1 = d = BS_2$. Vzdálenosti mezi body se změří pásmem. Na bodě S_1 se postaví nivelační stroj, o kterém předpokládejme, že osa nivelační libely svírá se záměrnou osou úhel φ. Poněvadž osa nivelační libely není rovnoběžná se záměrnou osou, zaměří se při urovnané libele na lať postavenou v bodě A a místo čtení A_1 se odečte údaj a_1. Nato se nivelační lať přenese na bod B a při urovnané libele se na ni zaměří. Místo správného čtení bude čten údaj b_1.

Nivelační stroj se přenese na bod S_2 a obdobně se zaměří na lať postavenou jednou v bodě B, po druhé v bodě A. Příslušné údaje na latích budou a_2 a b_2. Označíme-li $\operatorname{tg} \varphi = k$, budou správná čtení při vodorovné záměře A_1, B_1 a A_2, B_2:

$$A_1 = a_1 - k \,.\, d_1, \qquad B_1 = b_1 - k \,.\, d_2,$$
$$A_2 = a_2 - k \,.\, d_2, \qquad B_2 = b_2 - k \,.\, d_1.$$

a správný výškový rozdíl mezi body A a B bude

$$V_{BA} = A_1 - B_1 = A_2 - B_2$$

čili po dosazení

$$V_{BA} = (a_1 - k \,.\, d_1) - (b_1 - k \,.\, d_2) = (a_2 - k \,.\, d_2) - (b_2 - k \,.\, d_1)$$

z čehož

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{2\,(d_1 - d_2)}.$$

Kdyby byla stanoviska S_1 a S_2 zvolena libovolně, změří se jejich vzdálenosti od bodů A a B, při čemž položme

$$d_1 = \overline{AS_1}, \quad D_1 = \overline{BS_1}, \quad d_2 = \overline{AS_2} \text{ a } D_2 = \overline{BS_2}.$$

z čehož obdržíme

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{d_1 - d_2 - D_1 - D_2}.$$

Opravené čtení B_2 se rovná

$$B_2 = b_2 - k \,.\, d_1 \text{ v prvém případě}$$

a

$$B_2 = b_2 - k \,.\, D_2 \text{ v druhém případě.}$$

Takto se stanoví správné čtení při vodorovné záměře na lati, postavené v bodě B, při zaměření se stanoviska S_2. Elevačním šroubem se otočí tak, až se čte na lati vypočtený údaj B_2, čímž se uvede záměrná osa do vodorovné polohy. Bublina se však vychýlí a výchylka se odstraní seřizovacím šroubkem libely, jímž se otáčí tak dlouho, až bubli-

na je umístěna přesně mezi značkami na libele. Pro kontrolu se vypočte správný údaj A_2' a zaměří se při urovnané libele na lať postavenou v bodě A. Byla-li odchylka správně odstraněna, musí se vypočtené čtení čísti na lati. Neškodí, opakuje-li se pokus ještě jednou.

Naznačeným způsobem se neodstraní zcela přesně odchylka q, protože se neodstranila chyba z refrakce paprsku. Avšak i když není stroj zbaven i zbytků chyb po seřízení, jež nelze již odstranit, možno obdržeti velmi dobré nivelační výsledky, když se volí délky záměr na stanovisku stejně dlouhé.

Poněvadž může být refrakce paprsků v každé svislé rovině různá, je dobře při přesné nivelaci volit přestavy latě tak, aby vzhledem ke stroji byly v jedné přímce. Při běžné nivelaci není toho třeba.

Nivelační způsoby. Nivelovati se dá se skloněnou i vodorovnou záměrou a tak rozeznáváme nivelaci geometrickou a svahosměrnou čili trigonometrickou. Geometrickou nivelaci opět dělíme na postupnou čili kupředu a na nivelaci ze středu. Podobně je tomu u svahosměrné nivelace.

Nejužívanější je geometrická nivelace ze středu. Ostatní způsoby se dnes málo užívají a jsou využity do jisté míry u tacheometrie. V dalším se věnujeme jen nivelaci ze středu.

Základní myšlenka geometrické nivelace ze středu byla uvedena již na str. 129. Výškový rozdíl mezi dvěma body A a B se získá ze čtení l_1 a l_2 na svislých latích a platí

$$V_{BA} = l_1 - l_2.$$

Je-li výška jednoho bodu známa, odvodí se výška horizontu stroje V_H

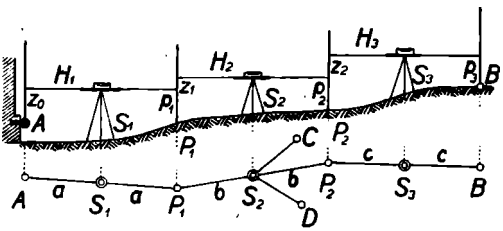
$$V_H = V_A + l_1$$

a z ní výška druhého bodu

$$V_B = V_H - l_2 = V_A + l_1 - l_2 = V_A + V_{BA}.$$

Poněvadž délka záměry je závislá na povaze území, viditelnosti a zvětšení dalekohledu, volí se nejvýše 50 m dlouhá. S jednoho stanoviska se dá určiti výškový rozdíl mezi dvěma body, jichž vzdálenost je dvakrát tak dlouhá jako délka záměry. Je-li vzdálenost mezi body větší nebo výškový rozdíl je veliký, takže se nevystačí s délkami dvou záměr nebo

s délkou latě, rozdělí se nivelovaná trať na řadu úseků. Každý úsek může být jinak dlouhý. Nivelační stroj se staví vždy do středu úseku a pokud možno do směru spojnice latových představ. Pro další výklad označme stanoviska stroje S_n a pomocné body, na něž se staví lať P_n. Ve výkonném měřictví se označují jen body osazené. Mezilehlé body se neoznačují vůbec. Při nivelování se postupuje takto:



Obr. 99. Nivelace mezi vzdálenými body.

(Obr. 99.) Vyjde se od bodu A, který je dán nadmořskou výškou nebo se jeho výška zvolí. Pomocník postaví nivelační lať v bodě A se stupnicí směrem ke stanovisku S_1. Měřič zvolí stanovisko S_1 v určité vzdálenosti a od bodu A a poněvadž u nivelačních strojů odpadá centrování, upevní řádně stojan v zemi a urovná stroj stavěcími šrouby. Nato měřič zaměří na lať a před odečtením urovná nivelační libelu elevačním šroubem. Na lati čte vždy 4 číslice, metry, decimetry, centimetry a odhaduje milimetry (je-li lať dělena na centimetry). Příklad čtení podává obr. 97, kde podle vodorovné nitě se čte 1334. To je záměra vzad a ta je vždy kladná, přičítá se. Nato dá pomocníkovi znamení a ten přenese lať na bod P_1, který zvolí ve stejné vzdálenosti od stroje. Při přenášení latě odkrokuje vzdálenost a ke stroji i od stroje. V bodě P_1 zarazí pomocník podložku do země, postaví na ni lať, otočí ji stupnicí směrem ke stroji a měřič má možnost vzdálenost a zkon-

trolovati opticky podle dálkoměrných nití. Po zaměření na lať urovná měřič nivelační libelu elevačním šroubem a přečte na lati podle vodorovné nitě příslušný latový údaj. To je záměra vpřed a ta má vždy znaménko záporné, odčítá se. Tím je práce na stanovisku S_1 skončena a měřič přenese stroj na stanovisko S_2, vzdálené od latě v bodě P_1 o délku b, která se může rovnati délce a, ale může být podle povahy území delší nebo kratší než a. Měřič znovu urovná stroj na stanovisku S_2, pomocník otočí lať se stupnicí směrem ke stroji a děj se opakuje až se dojde s latí na bod B.

Latové údaje se zapisují do zápisníku a zapisovatel musí dávat jen pozor o jakou záměru jde. Smysl záměry je dán nivelačním pořadem, neboť směr k počátečnímu bodu od stanoviska udává záměry vzad a směr k bodu, k němuž chceme dojíti, dává záměry vpřed.

Označíme-li výšky počátečního a koncového bodu nivelačního pořadu V_A, V_B, výšky mezilehlých bodů V_1, V_2 a výšky horizontů stroje H_1, H_2, H_3, záměry vzad z a záměry vpřed p, budou platit vztahy:

$$\begin{aligned} H_1 &= V_A + z_0, & V_1 &= H_1 - p_1, \\ H_2 &= V_1 + z_1, & V_2 &= H_2 - p_2, \\ H_3 &= V_2 + z_2, & V_B &= H_3 - p_3. \end{aligned}$$

Poněvadž mezilehlé body bývají neoznačeny, není třeba počítati jejich výšky a celkový výškový rozdíl mezi počátečním a koncovým bodem se stanoví takto:

$$\begin{aligned} V_{1A} &= z_0 - p_1 \\ V_{21} &= z_1 - p_2 \\ V_{B2} &= z_2 - p_3 \\ \hline V = V_{BA} &= [z] - [p] = V_B - V_A \end{aligned}$$

Výškový rozdíl mezi počátečním a koncovým bodem nivelačního pořadu se obdrží tím, že se od součtu čtení vzad odečte součet čtení vpřed. Ten součet, který je větší, udává též znamení rozdílu. Znaménko udává, zda nivelační pořad

stoupá nebo klesá. Je-li rozdíl kladný (+), pořad stoupá, je-li záporný (—), pořad klesá. Výška bodu B je dána výrazem

$$V_B = V_A + V_{BA} = V_A + [z] - [p].$$

Podle způsobu nivelování a druhu užitého nivelačního přístroje jsou sestaveny různé druhy zápisníků, přizpůsobených též účelu výškového měření.

Je-li některý bod stranou nivelačního pořadu, jehož výška se má též určiti, jako je tomu ku př. u bodů C a D, zaměří se s toho stanoviska, které je těmto bodům nejblíže. Na každý z těchto bodů se staví postupně lať a obdobně se odečtou latové úseky. Záměry na body ležící stranou se jmenují střední záměry a mají povahu záměr vpřed. K stanovení výšky bodů se údaje středních záměr odčítají od horizontu stroje.

Způsob nivelace ze středu nevyžaduje dostřeďování stroje nad stanoviskem a proto je rychlejší než jiné nivelační způsoby. Též měření výšky stroje nad bodem odpadá. U srovnání s methodou trigonometrického měření výšek, vyžaduje určení výškového rozdílu dvou vzdálených bodů více času, získáme však výškový rozdíl s velikou přesností. Kromě toho lze podél nivelačního pořadu stanoviti výšky řady bodů mezilehlých. Vhodným uspořádáním měření, zvláště se stroji pro přesnou nivelaci, lze vyloučiti hlavní chyby systematické.

V zápisníku není třeba psáti stanoviska stroje a pro jednoduchost není třeba k němu vysvětlivek. U každého mezilehlého bodu se píše nejdříve údaj záměry vzad a pak záměry vpřed.

Při měření je nutno dbáti určitých pravidel, aby výsledky byly nejlepší. Tato pravidla jsou:

1. Se zřetelem k zvětšení dalekohledu je nutno dbáti toho, aby délky záměr byly přiměřené a byly v mezích od 30 do 60 m. Pro totéž stanovisko je třeba, aby délka záměry vzad byla rovna délce záměry vpřed. Pouze výjimečně lze délku záměry (stroji nejlépe vyhovující) zkrátit nebo prodloužit.

Vzor jednoduchého nivelačního zápisníku (obr. 99).

Bod	Záměra (čtení na lati)			Výška		Poznámka
	vzad z	střední s	vpřed p	horizontu (srovnávací roviny) $V_H = V + z$	bodu $V_H - p$	
A	1275			219,890	218,615	$V_A =$
P_1	0964		0461	220,393	219,429	218.615 m
C		0644			219,749	
D		2837			217,556	
P_2	2793		0638	222,548	219,755	
B			0419		222,129	
$[z] =$	+5032	$[p] =$	−1518			
$[z] - [p]$	+3514					

$$V_B = V_A + [z] - [p] = 218{,}615 + 3{,}514 = 222{,}129.$$

2. Nivelační pořad se má vésti územím mírně a stejnoměrně sklonitým a nikoli měkkým. Stroj i podložka pod lať se musí dobře zatlačit do země, aby se během měření neměnila jejich výška. Při měření se střídá postavení noh vzhledem ke směru měření. To znamená, že dvě nohy jsou jednou po levé a po druhé tytéž nohy po pravé straně pořadu. Stavěcí šrouby stroje musí být na stojanu nad místy, kde jsou nohy připevněny ke stojanu.

3. Stroj je nutno chránit před sluncem a musí se zastiňovat i při přenášení.

4. Neměří se v době velkého chvění vzduchu nebo za silného větru. Při mírném chvění lze zkrátit délky záměr. Se zřetelem k refrakci je třeba se vyhnouti záměrám jdoucím blízko nad zemským povrchem nebo těsně nad porostem (obilím, křovím a pod.). Nejnebezpečnější jsou záměry při čtení v prvních pěti decimetrech. Kvůli refrakci je dobře voliti latové přestavy tak, aby záměry vzad i vpřed byly přibližně v téže svislé rovině.

5. Nivelační lať pro přesné výškové měření musí být z jediného kusu a ne delší než 3 metry. Do svislé polohy se urovná podle krabi-

cové libely a v této poloze se udržuje vzpěrami. K zrychlení pracovního postupu se mohou užívat dvě latě téhož druhu a není-li lať opatřena dvěma stupnicemi, lze volit postup s dvojitými přestavami.

6. Při přesné nivelaci se během polních prací zjišťuje občas délka laťových metrů, zvláště v kopcovitém území.

7. Nivelace se provádí jednou ve směru tam, po druhé zpět a pokud možno jinou cestou a v jiný den a hodinu. Při rozsáhlejších nivelačních pracích se spojují nivelační pořady v uzavřené obrazce a vyrovnají se methodou nejmenších čtverců.

Různé způsoby nivelace. K urychlení práce a k vyloučení chyb při nivelaci se zavádějí různé pracovní způsoby, zvláště pro přesné nivelace.

1. *Nivelování s neurovnanou libelou.* Při měření s neurovnanou libelou se odčítá na lati podle všech tří nití a zapisují se do zápisníku též údaje obou konců libely. Podle dálkoměrných nití se stanoví vzdálenost a ze známého úhlu, příslušejícímu dílku na libele, z počtu dílků a vzdálenosti se vypočte oprava pro čtení vodorovné střední nitě.

2. *Nivelace s dvojitou přestavou.* Místo jednoduché přestavy se volí dva body blízko sebe, na něž se staví lať. Tento způsob vypadá, jakoby se současně prováděly dvě nivelace. Měření se tu provádí za těchže poměrů a tím se nevylučuje ani nezmenšuje vliv systematických chyb.

3. *Nivelování s dekadickými doplňky.* Při měření se užívá obratné latě, jež má na jedné straně stupnici s dělením od 0 do 29 dm a na druhé straně od 100 do 70 dm. Čtení na jedné straně musí odpovídat doplněk do 10 m na druhé straně, čili čte-li se na prvé stupnici 1,873 musí se číst na druhé stupnici (po otočení latě) 8,127, neboť součet obou čtení musí se rovnat 10 m. Tím se získává v poli kontrola čtení a vylučují se hrubé chyby.

Přesnost nivelace. Při měření se uplatňují nevyhnutelné chyby, zaviněné zbytky vad stroje (nerovnoběžnost přímky záměrné s osou libely, nesprávná délka metru, nakloněná lať, zapadání stroje nebo latě do půdy, chybné dělení latě, výchylka libely, chyby v odhadu milimetrů na lati a pod.), jakož i nedostatkem našich smyslů a tím nedospějeme nikdy ke shodným výsledkům, nivelujeme-li výškový rozdíl dvakráte nebo vícekráte.

Za nejpravděpodobnější hodnotu se považuje aritmetický průměr všech získaných hodnot, není-li zatížen hrubými chybami. Z rozdílů mezi aritmetickým průměrem a získaný-

mi hodnotami (z nichž byl určen aritmetický průměr) se odvodí průměrná a pravděpodobná chyba v měření.

Z chyby průměrné nebo pravděpodobné se dá stanoviti podle zásad vyrovnávacího počtu rozdíl mezi výsledky dvojího nivelování téhož pořadu (tam a zpět). Pro běžné nivelace lze se spokojiti s výsledky, při nichž rozdíl mezi dvojím nivelováním nepřesahuje hodnotu

$$\vartheta = 15\sqrt{s},$$

kde s je v kilometrech a značí délku nivelačního pořadu. Hodnota ϑ je v milimetrech. Pro důležitější práce se volí $\vartheta = 10\sqrt{s}$. Pro přesné nivelace dálkové nesmí u nás, podle dosavadních předpisů, maximální chyba pravděpodobná z dvojí nivelace překročiti 5 mm na 1 km.