

Determinanty a matice v theorii a praxi

5. Derivace determinantu

In: Václav Vodička (author): Determinanty a matice v theorii a praxi. Část první. (Czech).
Praha: Jednota československých matematiků a fyziků, 1950. pp. 25–25.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403274>

Terms of use:

© Jednota československých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

5. DERIVACE DETERMINANTU.

Věta 12. Jsou-li elementy a_{ik} n -řadového determinantu A funkcemi téže proměnné x , je i determinant funkcí této proměnné. Jeho derivace podle x je pak rovna součtu n determinantů, které dostaneme z původního tak, že v něm vždy jednu řádku nahradíme její derivací a ostatní necháme beze změny.

Důkaz. Determinant A je funkcí všech svých prvků a jejich prostřednictvím pak funkcí proměnné x . Je tedy (podle známé věty o derivování složených funkcí)

$$\frac{dA}{dx} = \sum_{i,k} \frac{\partial A}{\partial a_{ik}} \frac{da_{ik}}{dx} = \sum_{i,k} a_{ik}' \frac{\partial A}{\partial a_{ik}},$$

při čemž i, k probíhají nezávisle čísla $1, 2, \dots, n$, takže uvedený součet má n^2 sčítanců. Podle vztahu (8) však máme $\frac{\partial A}{\partial a_{rs}} = A_{rs}$, takže můžeme dále psáti (v. důsledky vět 4. a 5.)

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dx} &= \sum_{i,k} a_{ik}' A_{ik} = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^n a_{ik}' A_{ik} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i-1,1} & a_{i-1,2} & \dots & a_{i-1,n} \\ a_{i1}' & a_{i2}' & \dots & a_{in}' \\ a_{i+1,1} & a_{i+1,2} & \dots & a_{i+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}, \end{aligned} \tag{15}$$

čímž je věta dokázána.