23. ročník matematické olympiády

Předmluva

In: Jan Vyšín (editor); Petr Fabinger (editor); Jiří Mída (editor); Jozef Moravčík (editor); František Zítek (editor): 23. ročník matematické olympiády. (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1976. pp. 3–8.

Předmluva

Milí mladí přátelé,

otvíráte nový svazek o XXIII. ročníku matematické olympiády a jste možná zvědavi, co nového tento ročník přinesl ve srovnání s předcházejícími léty.

Zvláště to bude zajímat vás starší, kteří soutěžíte v nejvyšší kategorii, neboť k určitým změnám došlo právě při přípravě na mezinárodní matematickou olympiádu a v přípravných kursech žáků nejvyšších ročníků gymnázií.

Ústřední výbor MO po dlouhá léta usiluje o to, aby se v souvislosti s matematickou olympiádou rozvíjela a zintenzivňovala i péče o matematické talenty. Ovšem žádná z pomocných akcí nemůže nahradit systematické vedení nadaných žáků, jaké jim může poskytnout jen dobře organizovaná škola. Proto ÚV MO byl jedním z iniciátorů zřízení tzv. matematických gymnázií, škol podobných těm, které již byly zřízeny v řadě socialistických zemí. Idea podchytit pomocí internátních škol i ty studenty, kteří nežijí ve velkých městech, zajistit jim dobrou výuku, studijní literaturu i péči vysokoškolských učitelů v sídle školy, je bezesporu zdravá a mohla by přinést mnoho užitku jak žákům, tak vysokým školám i reprezentaci našeho státu na mezinárodním fóru.

V září 1974 byly otevřeny na čtyřech místech v ČSSR *třídy se zaměřením na matematiku*, které mají tuto myšlenku uskutečnit. Doufejme, že po překonání počátečních obtíží s vydáváním učebních textů, s ubytováním v internátech apod. se práce plně rozvine a že tyto třídy ovlivní i umístění našich olympioniků na mezinárodních matematických olympiádách. Dosavadní příprava družstva pro mezinárodní matematickou olympiádu je prozatím stále odkázána na semináře ve velkých městech a na školení jednotlivců vedená v obdobném stylu v některých menších střediscích.

Zmiňme se ještě o jedné nové pomocné akci, kterou navrhl doc. dr. Jozef Moravčík už pro školní rok 1974/75. Jde o *korespondenční seminář*, určený zejména nadějným žákům bydlícím mimo hlavní centra. Je to tedy jistá obdoba známé sovětské „zaočné školy".*)

Účastníci se nezískávají náborem, ale jsou vybíráni jednak z podnětů ÚV MO, jednak KV MO. Registrovaní účastníci dostávají poštou listy s úlohami z určitých témat. V stanoveném termínu se zaslaná řešení opraví a opravené úlohy se zodpověděnými dotazy se vrátí řešitelům s příslušnými připomínkami. Pro korektory úloh — což jsou většinou vědečtí pracovníci nebo vysokoškolští učitelé — je tato práce velmi časově i didakticky náročná, ale doufáme, že tato forma bude představovat aspoň malý krůček vpřed v péči o nadané žáky a v přípravě družstva pro mezinárodní olympiády; a to aspoň v období, než se počnou projevovat výrazněji účinky zřízení matematických tříd.

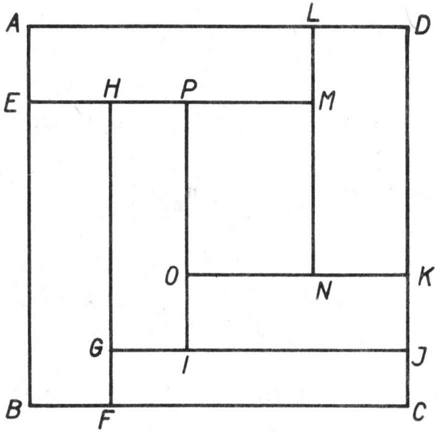
---

*) Jde o jakési studium řízené na dálku, při němž si dopisují účastníci s vedením akce.

Písemné školení je vždy těžkopádnější a namáhavější než obvyklá forma výuky, hlavně protože schází osobní styk mezi učitelem a žákem; ale právě tato okolnost má také svou dobrou stránku. Obě strany (učitel i žák) si musí více dávat pozor na svůj písemný projev, dbát o to, aby byl úplný, přesný a srozumitelný. Pro korigujícího je to jakási škola didaktiky, pro žáka – eventuálního člena mezinárodního družstva – je to dobrá průprava pro mezinárodní olympiádu. Mimoto korespondenční semináře mají charakter individuální péče, a to je také významný klad.

Myslíme, že bychom mohli a měli využít této nové formy studia i k řešení technicky náročných úloh, které neztratí svůj význam ani při intenzívním nasazení prostředků moderní výpočtové techniky. Jde např. o algebraické výpočty na první pohled namáhavé, nudné a zdlouhavé, které se však nemohou provádět strojem, neboť jde v podstatě o sestavování programů. Pracnost a zdlouhavost výpočtu primitivním způsobem podněcuje řešitele k tomu, aby hledal účinnější metody. Budeme-li takové úlohy zařazovat třeba i do korespondenčního semináře, budeme tím snad aspoň trochu potírat onu „kondicionální matematiku“, která se v poslední době ve školách tolik rozmáhá: dospěje-li se do situace, která vyžaduje dlouhý, nudný výpočet, obětuje se raději výsledek, popřípadě i diskuse o něm, a řekne se prostě, že „by se dále postupovalo tak a tak“ (např. že by se rozřešila soustava lineárních rovnic s pěti parametry) „a úloha by byla rozřešena“.

Uvedeme několik příkladů úloh tohoto druhu z francouzské knížky o problémovém vyučování*), a to z kapitoly o „technických úkolech".



Obr. 1

První je jedna ze Steinhausových**) úloh. Jednotkový čtverec $ABCD$ je rozdělen podle obr. 1 na sedm pravoúhelníků téhož obsahu $(\frac{1}{7})$. Máme zjistit, zda je úloha řešitelná, kolik má řešení a vypočítat délky stran všech sedmi pravoúhelníků. Označí se např. $BE = x$; z 12 rovnic, které nejsou lineární, dojdeme po eliminaci neznámých k jediné rovnici pro x:

$$x^3 - \tfrac{3}{2}x^2 + \tfrac{32}{49}x - 15 = 0\,.$$

*) Le Livre du Problème, fasc. 1, vydal IREM Strassbourg v nakladatelství CEDIC, Lyon—Paris 1973.

**) H. Steinhaus je význačný polský matematik.

Vzhledem k podmínkám

$$\tfrac{1}{7} < x < \tfrac{6}{7}, \qquad x \neq \tfrac{1}{2}$$

dostaneme jediný možný kořen

$$x = \tfrac{1}{14}(7 + \sqrt{19}),$$

který skutečně vyhovuje, jak zjistíme zkouškou. Výpočet stojí za trochu přemýšlení.

2. Jiný příklad: Máme vypočítat součin všech 16 čísel $1 \pm \sqrt{2} \pm \sqrt{3} \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{7}$, která dostaneme všemi 16 možnými volbami znamének. Primitivní výpočet by trval mnoho hodin. Jednoduché použití formule $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ho podstatně zkrátí. Úlohu lze zobecnit pro libovolný počet členů.

3. Máme vypočítat desátou (n-tou) derivaci funkce $x \mapsto \exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$, tj. $x \mapsto e^{-1/x^2}$. Víme-li, že n-tá derivace bude mít tvar

$$x \mapsto \frac{1}{x^{3n}} P_n(x) \,.\, \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right),$$

kde $P_n(x)$ je polynomická funkce stupně $n - 1$, je třeba najít rekurentní vzorec pro P_n a počítat příslušné koeficienty. Výsledek je

$$\begin{aligned} P_{10}(x) = {} & 1\,024 - 69\,120x + 1\,820\,160x^2 - \\ & - 24\,111\,360x^3 + 173\,033\,280x^4 - \\ & - 676\,257\,120x^5 + 1\,377\,129\,600x^6 - \end{aligned}$$

$$- 1\,317\,254\,400x^7 + 479\,001\,600x^8 -$$
$$- 39\,916\,800x^9 .$$

Je jasné, že tento výsledek vybízí k sestavení účinného programu pro výpočet; úloha se ovšem nesmí předkládat řešitelům jako ryze rutinní, cvičná.

Zkuste si rozřešit uvedené tři úlohy „mimo soutěž“.

Doufáme, že průběhem doby se najdou i další typy úloh vhodných pro korespondenční semináře a že se tím zvýší tvořivá práce jejich účastníků.

Ústřední výbor matematické olympiády